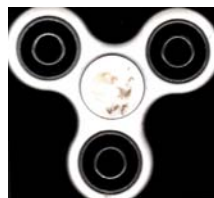


11-ASIS FIZIKOS TURNYRAS
12-oji užduotis Nr. FT11-12 / 2018 03 13 – 04 10

Sąlyga / FT11-12 ▼

Sukučio fizikinis tyrimas

Išpopuliarėjęs žaislas sukutis (spineris), pasuktas pradiniu kampiniu greičiu $\omega_1 = 30 \text{ s}^{-1}$, sustoja praėjus laikui $t_1 = 6,62 \text{ s}$, o pasuktas greičiu $\omega_2 = 60 \text{ s}^{-1}$, sustoja praėjus laikui $t_2 = 12,19 \text{ s}$.



- 1) Kiek laiko sukutis suksis, jei pradinis greitis bus $\omega = 45 \text{ s}^{-1}$?
- 2) Kiek kartų jis per tą laiką apsisuks?

Užduotį parengė mokyklos „Fizikos olimpas“ steigėjų tarybos narys, ilgametis mokyklos direktorius (11 m.) ir šio Fizikos turnyro užduočių parengimo spręsti ir jų sprendimų vertinimo komisijos pirmininkas prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2018 03 13.

Užduoties aiškinamasis sprendimas / FT11-12 ▼

Iš sąlygos matyti, kad sukutis sukasi nepastoviu pagreičiu. Jį stabdo pastovi trinties jėga guoliuose ir oro pasipriešinimas, proporcingas sukimosi greičiui:

$$\frac{d\omega}{dt} = -a - b\omega.$$

Čia a ir b – teigiamos konstantos. Reiškinį integruojame:

$$\int \frac{d\omega}{a + b\omega} = - \int dt,$$

$$\ln(a + b\omega) = -bt + C,$$

$$\omega = \frac{C e^{-bt} - a}{b}.$$

Čia C – integravimo konstanta. Sukučio judėjimui nagrinėti parenkame laiko matavimo skalę, kurioje 0 atitinka sustojimo momentą. Tada sukimosi pradžia atitiks neigiamą laiką, o sukimosi greičio priklausomybė nuo laiko abiem atvejams intervalui $(-6,62 < t < 0)$ bus vienoda. Įdami ω ir t vertes $(0, 0)$, $(\omega_1, -t_1)$ ir $(\omega_2, -t_2)$ gauname lygtis:

$$\begin{cases} 0 = \frac{C - a}{b}, \\ \omega_1 = \frac{C e^{bt_1} - a}{b}, \\ \omega_2 = \frac{C e^{bt_2} - a}{b}. \end{cases}$$

Pagal pirmą lygtį išrašę $C = a$ ir padalinę antrą lygtį iš trečios gauname

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{e^{bt_1} - 1}{e^{bt_2} - 1}.$$

Turime transcendentinę lygtį, ją sprendžiame apytiksliai skaitiniu būdu.

$$2e^{b \cdot 6,62} - e^{b \cdot 12,19} - 1 = 0.$$

Imame funkciją $f(b) = 2e^{b \cdot 6,62} - e^{b \cdot 12,19} - 1$. Vertindami b pastebime, kad eksponentės laipsnio rodiklis turi būti trupmeninis, todėl bandome vertes $b = 0,02$ ir $b = 0,03$, o toliau taikome stygų metodą.

b	0,02	0,03	0,0277	0,02836	0,02841
$f(b)$	0,007	-0,002	0,0009	5,9E-05	-1,8E-06

Gavome $b = 0,0284 \text{ s}^{-1}$. Nustatome a :

$$\omega_1 = \frac{a(e^{bt_1} - 1)}{b},$$

$$a = \frac{\omega_1 b}{e^{bt_1} - 1}, \quad a = \frac{30 \cdot 0,0284}{e^{0,0284 \cdot 6,62} - 1} = 4,12 \text{ (s}^{-2}\text{)}.$$

Taigi,

$$\omega(t) = \frac{a(e^{-bt} - 1)}{b},$$

$$\omega = \frac{4,12(e^{-0,0284t} - 1)}{0,0284} = 145(e^{-0,0284t} - 1),$$

$$t = -\frac{1}{b} \ln\left(\frac{b\omega}{a} + 1\right),$$

$$t = -\frac{1}{0,0284} \ln\left(\frac{0,0284\omega}{4,12} + 1\right) = -35,2 \ln(0,00689\omega + 1).$$

Kai $\omega = 45 \text{ s}^{-1}$

$$t = -35,2 \ln(0,00689 \cdot 45 + 1) = -9,51 \text{ (s)}.$$

Taigi, pasuktas kampiniu greičiu $\omega = 45 \text{ s}^{-1}$ sukutis sustos praėjus laikui $t' = -t = 9,51 \text{ s}$.

1) Per laiką t' sukutis pasisuks kampu

$$\varphi = \int_0^{t'} \omega' dt = \int_{-t}^0 \omega dt.$$

Apsisukimų skaičius

$$n = \varphi/2\pi = \frac{1}{2\pi} \int_{-t}^0 \omega dt.$$

$$n = \frac{1}{2\pi} \int_{-t}^0 145(e^{-0,0284t} - 1) dt = \frac{145}{2\pi} \left(\frac{e^{0,0284t} \Big|_{-t}^0}{-0,0284} + t \right) = \frac{145}{2\pi} \left(-\frac{1 - e^{-0,0284t}}{0,0284} + t \right).$$

Įrašę $t = 9,51$ s gauname

$$n = \frac{145}{2\pi} \left(\frac{e^{-0,0284 \cdot 9,51} - 1}{0,0284} + 9,51 \right) = 27.$$

Taigi, sukutis iki sustodamas apsisuks 27 kartus.

Užduoties aiškinamąjį sprendimą pateikė jos autorius prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2020 07 28.

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT11-12 ▼

Iš ankstesnės užduoties FT11-10 sąlygos galima buvo pastebėti, kad sukučio kampinis greitis nuo laiko priklauso ne tiesiškai, o eksponentiškai. Tačiau daugelis sprendusiųjų taikė tiesinę priklausomybę, todėl jų rezultatai gauti nelabai tikslūs.

Užduoties sprendimų aptarimą parengė jos autorius prof. habil. dr. Antanas Rinvidas Bandzaitis .

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2020 07 28.

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT11-12 ▼

Nr.	Sprendimų vertinimo kriterijus	Vertė balais
1.	Nustatytas sukučio greičio kitimo dėsningumas	2
	Nustatytos sukučio greičio parametrų vertės	3
	Nustatytas sukučio sukimosi laikas	2
2.	Nustatytas sukučio apsisukimų skaičius	3
3.	Netikslumai (p. 1-2)	Iki (-2)
	Didžiausias galimas sprendimų įvertinimas	10

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2020 07 28