

13-ASIS FIZIKOS TURNYRAS
10-oji užduotis Nr. FT13-10 / 2020 01 27 – 2020 02 23

Sąlyga / FT13-10 ▼

Energingas sferinis kondensatorius

Sferinį kondensatorių sudaro du bendracentriai, sferiniai, ploni, metaliniai 10 cm ir 20 cm skersmens elektrodai, tarp kurių yra medžiaga, kurios santykinė dielektrinė skvarba $\varepsilon = 2$, o elektrodų krūviai yra lygūs -1 nC ir $+1$ nC. Kokie yra elektrostatinio lauko stipris ir potencialas 8 cm atstumu nuo sferų centro? Aiškinamajame brėžinyje laisvai pasirinktu masteliu parodykite elektrostatinio lauko stiprio vektorių. Kokio dydžio yra šio kondensatoriaus elektrinė talpa? Kiek energijos yra sukaupta kondensatoriuje? Elektrinė konstanta $\varepsilon_0 = 8,85$ pF/m.

Užduotį parengė doc. dr. Stasys Tamošiūnas - Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Fotonikos ir nanotechnologijų instituto docentas, mokyklos „Fizikos olimpas“ direktorius, jos steigėjų tarybos narys ir dėstytojas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2020 01 27.

Užduoties aiškinamasis sprendimas / FT13-10 ▼

Duota: $d_1 = 0,1$ m; $d_2 = 0,2$ m; $\varepsilon = 2$; $q_1 = -1 \cdot 10^{-9}$ C; $q_2 = 1 \cdot 10^{-9}$ C; $r = 0,08$ m; $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ F/m.

Rasti: E_X, φ, C, W .

Elektrostatinį lauką kuria abu įelektrinti elektrodai, o pagal laukų superpozicijos principą suminio lauko stipris yra lygus krūvių sukurtų laukų stiprių vektorinei sumai, o potencialas – potencialų skaliarinei sumai. Paveiksle parodytame taške A, esančiame tarp elektrodų, tik mažesnio elektrodo krūvis q_1 lemia elektrostatinio lauko stiprį, analogišką laukui taškinio krūvio, patalpinto centre, o didesnės sferos viduje jos krūvio q_2 sukurto lauko stiprio nėra, tai ieškomo lauko stiprio vektoriaus projekcija į laisvai pasirinktą ašį X apskaičiuojama pagal Gauso dėsnį:

$$E_X \cdot 4\pi r^2 = \frac{q_1}{\varepsilon_0 \varepsilon}; \quad E_X = \frac{q_1}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon r^2};$$

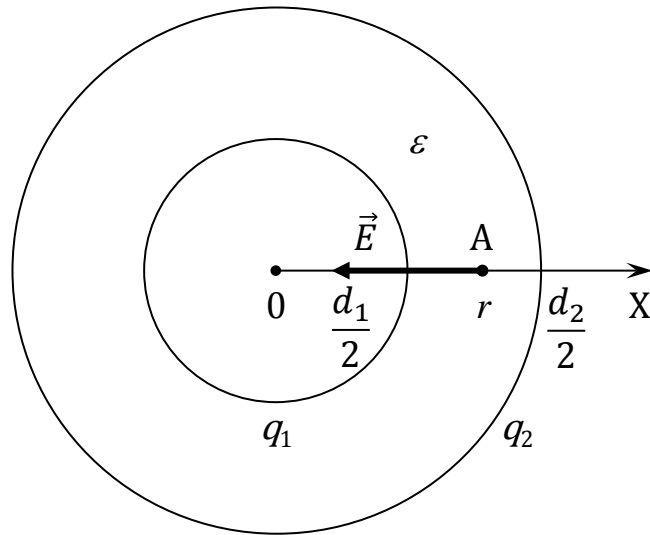
$$E_X = \frac{-1 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot 0,08^2} \approx -703,1 \text{ (V/m)},$$

kur „-“ ženklas rodo, kad elektrinio lauko stiprio vektorius yra nukreiptas prieš pasirinktą ašį X .

Elektrostatinio lauko potencialas tame taške lygus skaliarinei sumai krūvio q_1 potencialo, analogiško potencialui taškinio krūvio, patalpinto centre, ir krūvio q_2 potencialo, kuris yra visur vienodas didesnės sferos viduje ir lygus jos paviršiaus potencialui, irgi analogiškai išreiškiamam kaip potencialas to taškinio krūvio, patalpinto centre:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon} \left(\frac{q_1}{r} + \frac{2q_2}{d_2} \right);$$

$$\varphi = \frac{10^{-9}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2} \left(\frac{-1}{0,08} + \frac{2 \cdot 1}{0,2} \right) = -11,25 \text{ (V)}.$$



Atkreipkime dėmesį, kad užduoties sąlygoje $q_2 = -q_1$, tai tokiu atveju nelygus nuliui elektrostatinio lauko stipris yra tik tarp kondensatoriaus elektrodų. Tuo tarpu potencialas yra neigiamas ne tik tarp sferų, bet ir mažesnės sferos viduje, o kondensatoriaus išorėje jis lygus nuliui.

Elektrinė įtampa (potencialų skirtumas) tarp elektrodų randama integruojant elektrostatinio lauko stiprį pagal koordinatę x :

$$U = \int_{\frac{d_1}{2}}^{\frac{d_2}{2}} E(x) dx = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \int_{\frac{d_1}{2}}^{\frac{d_2}{2}} \frac{dx}{x^2} = \frac{q_1(d_2 - d_1)}{2\pi\epsilon_0\epsilon d_1 d_2},$$

tai sferinio kondensatoriaus elektrinė talpa:

$$C = \frac{q_1}{U} = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon d_1 d_2}{d_2 - d_1};$$

$$C = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot 0,1 \cdot 0,2}{0,2 - 0,1} \approx 22,2 \text{ (pF)}.$$

Elektrostatinio lauko energija:

$$W = \frac{q_2^2}{2C} = \frac{q_2^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right);$$

$$W = \frac{1 \cdot 10^{-18}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2} \left(\frac{1}{0,1} - \frac{1}{0,2} \right) \approx 22,5 \text{ (nJ)}.$$

Užduoties aiškinamąjį sprendimą pateikė jos autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2020 03 25.

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT13-10 ▼

Elektrostatinio lauko stiprį rado dauguma turnyro dalyvių, bet trys neteisingai parodė vektorių. Du dalyviai, skaičiuodami potencialą, neįvertino didesnės sferos potencialo, lygaus jos paviršiaus potencialui, įtakos, o trys – ir potencialo ženklo. Du dalyviai išvedė ieškomų dydžių formules, bet nepateikė skaičiavimų.

Užduoties sprendimų aptarimą parengė jos autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2020 03 25.

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT13-10 ▼

Nr.	Sprendimų vertinimo kriterijus	Vertė balais
1.	Rastas elektrostatinio lauko stipris	3
2.	Rastas lauko potencialas	3
3.	Rasta kondensatoriaus elektrinė talpa	2
4.	Rasta lauko energija	2
5.	Nepateiktas aiškinamasis brėžinys	-1
6.	Nepakankamas sprendimo paaiškinimas, pateikiant galutines formules	iki (-1)
7.	Kiti netikslumai (kiekvienam iš kriterijų Nr.1-4)	iki (-1)
Didžiausias galimas sprendimų įvertinimas		10

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2020 03 25.