

**4-ASIS FIZIKOS TURNYRAS**  
**Užduotis Nr. FT4-4 / 2010 09 06 – 2010 10 03**

**Sąlyga / FT4-4 ▼**

**Sukarpytas ir vėl sujungtas laidas**

30  $\Omega$  elektrinės varžos laidas buvo sukarpytas į 5 dalis, kurių ilgių santykis 1:2:3:4:5. Tų dalių galai buvo sulituoti tarpusavyje taip, kad, prijungus gautą darinį prie 1,5 V elektrovaros 1  $\Omega$  vidinės varžos šaltinio, ketvirtojoje dalyje išsiskyrė mažiausia galima galia.

1. Nubraižykite grandinės schemą.
2. Apskaičiuokite:
  - a) galią ketvirtojoje dalyje;
  - b) elektros srovės stiprį pirmojoje dalyje;
  - c) įtampą tarp neigiamojo ir teigiamojo šaltinio polių;
  - d) grandinės naudingumo koeficientą.

*Užduotį parengė Vilniaus universiteto Taikomųjų mokslų instituto direktoriaus pavaduotojas, Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Puslaidininkių fizikos katedros docentas, mokyklos „Fizikos olimpas“ direktorius, steigėjų tarybos narys ir dėstytojas dr. Stasys Tamošiūnas.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2010 09 06.

**Aiškinamasis sprendimas / FT4-4 ▼**

Duota:  $R = 30\Omega$ ,  $l_1 : l_2 : l_3 : l_4 : l_5 = 1 : 2 : 3 : 4 : 5$ ,  $E = 1,5V$ ,  $r = 1\Omega$ .  
Rasti:  $P_4$ ,  $I_1$ ,  $U_{AB}$ ,  $\eta$ .

Laido dalies elektrinė varža yra tiesiai proporcinga jos ilgiui, todėl

$$R_1 : R_2 : R_3 : R_4 : R_5 = 1 : 2 : 3 : 4 : 5.$$

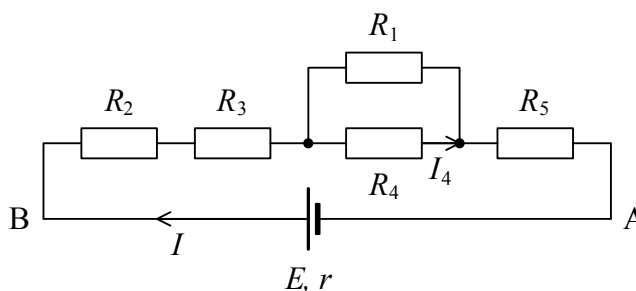
Laido elektrinė varža

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5,$$

tai

$$R = 15R_1, R_1 = \frac{30}{15} = 2(\Omega), R_2 = 4\Omega, R_3 = 6\Omega, R_4 = 8\Omega, R_5 = 10\Omega.$$

Darinyje ketvirtoji dalis negali būti užtrumpinta, sulitavus jos abu galus, negali būti kur nors prilituotas tik vienas galas, nes tada ta dalis būtų paprasčiausiai neįjungta į grandinę ir neatitiktų užduoties sąlygos, kad šiluma, nors ir mažiausia, čia visgi išsiskiria. Mažesnė galia būtų tada, kai toje dalyje būtų sudaryta kiek įmanoma mažesnė elektrinė įtampa. Žinant nuoseklus ir lygiagrečius laidininkų jungimo dėsningumus tenka manyti, kad mišraus jungimo darinyje reiktų prie ketvirtosios dalies jungti nuosekliai kuo didesnės elektrinės varžos kitas dalis, o lygiagrečiai tai daliai – mažiausią elektrinę varžą turinčią pirmąją dalį, kad ketvirtąją dalimi tekėtų kuo silpnesnė elektros srovė (1 pav.).



**1 pav.**

Pagal Omo dėsnį elektros srovės stipris grandinėje

$$I = \frac{E}{R_2 + R_3 + \frac{R_1 R_4}{R_1 + R_4} + R_5 + r} = \frac{E}{10,8R_1 + r},$$

o įtampa ketvirtojoje dalyje

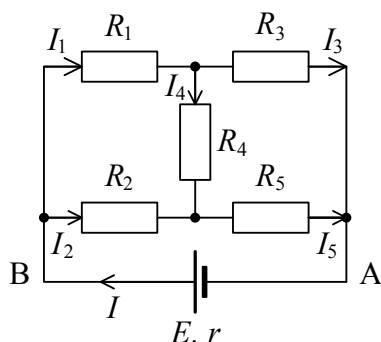
$$U_4 = I \frac{R_1 R_4}{R_1 + R_4},$$

tai galia

$$P_4 = \frac{U_4^2}{R_4} = \frac{0,16E^2 R_1}{(10,8R_1 + r)^2},$$

$$P_4 = \frac{0,16 \cdot 1,5^2 \cdot 2}{(10,8 \cdot 2 + 1)^2} \approx 1,41 \cdot 10^{-3} \text{ (W)} = 1,41 \text{ (mW)}.$$

Galią ketvirtojoje dalyje dar pavyktų sumažinti apie 26% kitą iš mažesnės varžos dalių  $R_2$  papildomai prijungus lygiagrečiai prie jau esamų lygiagrečiai sujungtų pirmosios ir ketvirtosios dalių (tokio junginio analizė paliekama šio sprendimo skaitytojui), tačiau efektyviausia yra prijungti prie šaltinio pirmąją, antrąją, trečiąją ir penktąją dalis poromis, tuo būdu sudarant du įtampos daliklius, kurie įtampą padalytų kuo vienodesniu santykiu (2 pav., kur  $R_3/R_1 = 3$ ;  $R_5/R_2 = 2,5$ ), o ketvirtąją dalį prijungti prie kitų dalių sujungimo vietų porose, tokiu būdu sudarant taip vadinamą Vitsono tiltelį su mažiausia galima įtampa ketvirtojoje dalyje. Tas tiltelis yra nesubalansuotas ( $R_3/R_1 \neq R_5/R_2$ ), todėl elektros srovė ketvirtąją dalimi teka 2 pav. parodyta kryptimi.



2 pav.

Pagal pirmąją Kirchhofo taisyklę į grandinės mazgą (tašką, į kurią sueina trys ar daugiau laidų) sutakančių elektros srovių stiprių algebrinė suma lygi nuliui, o pagal antrąją – bet kokio uždaro kontūro šakomis tekančių elektros srovių stiprių ir varžų sandaugų algebrinė suma lygi tame kontūre esančių elektros srovės šaltinių elektrovarų algebrinei sumai, tad turime puikią galimybę pasidžiaugti tokia 6 lygčių sistema (čia jau įrašytos laido dalių elektrinės varžos, šaltinio vidinė varža ir elektrovara):

$$I_1 + I_2 = I,$$

$$I_3 + I_4 = I_1,$$

$$I_2 + I_4 = I_5,$$

$$2I_1 + 6I_3 + I = 1,5,$$

$$2I_1 + 8I_4 = 4I_2,$$

$$8I_4 + 10I_5 = 6I_3.$$

Šios lygčių sistemos sprendiniai, gauti paeiliui eliminuojant nežinomuosius, yra tokie:

$$I_1 = \frac{11}{69} \approx 0,16 \text{ (A)}, \quad I_4 = \frac{1}{276} \text{ A}, \quad I = \frac{17}{69} \text{ A}.$$

Galia ketvirtojoje dalyje

$$P_4 = I_4^2 R_4, P_4 = \frac{8}{276^2} \approx 1,05 \cdot 10^{-4} \text{ (W)} = 105 \text{ (}\mu\text{W)}$$

yra žymiai (visa eile) mažesnė nei anksčiau minėtose mišraus jungimo grandinėse.

Elektrinė įtampa tarp neigiamojo ir teigiamojo šaltinio polių:

$$U_{AB} = -(E - Ir), U_{AB} = \frac{17}{69} \times 1 - 1,5 \approx -1,25 \text{ (V)}.$$

Naudingumo koeficientas

$$\eta = \frac{E - Ir}{E} = 1 - \frac{Ir}{E}, \eta = 1 - \frac{17 \cdot 1}{69 \cdot 1,5} \approx 0,84 = 84 \%$$

*Užduoties aiškinamąjį sprendimą pateikė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2011 01 05.

### **Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT4-4 ▼**

Penki turnyro dalyviai rado atitinkantį užduoties sąlygą junginį su įtampos dalikliais, o kiti nagrinėjo žymiai paprastesnes - trys tik nuoseklaus jungimo - schemas. Akivaizdu, kad paprasčiausia skaičiavimui yra visų dalių nuoseklaus jungimo schema, bet tada kam tą laidą reiktų karpyti?

Suprantama, kad sprendimui naudotos Kirchhofo taisyklės yra ne itin "mokyklinės", o ir šešių lygčių sistema sprendimui nėra iš paprastųjų. Pagal sprendimų vertinimo kriterijų lentelėje neturėjo likti labai nuskriausta didžioji dauguma ir schemų be įtampos daliklių kūrėjų. Kiekvienai turnyro užduočiai įveikti turime pakankamai laiko - net keturias savaites! Tad panašiose užduotyse elektrines grandines junkime, braižykime, nepamiršdami, kaip tai atsitiko keletui turnyro dalyvių, paryškinti taškais grandinės mazgų, skaičiuokime, ieškokime tam žinių fizikos knygose ir žinyuose.

*Užduoties sprendimų aptarimą parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2011 01 05.

### **Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT4-4 ▼**

Nr.	Sprendimų vertinimo kriterijus	Vertė balais
1.	Rastos laido dalių varžos	1
2.	Tiltelio schema	4
3.	Kita mišraus jungimo schema	1
4.	Nubrėžta grandinės schema	1
5.	Galia ketvirtojoje dalyje	1
6.	Elektros srovės stipris pirmojoje dalyje	1
7.	Įtampa tarp šaltinio polių	1
8.	Naudingumo koeficientas	1
9.	Pateikta ne pagal reikalavimus	-1
10.	Kiti netikslumai p. 1-8	po -0,5
	Maksimalus sprendimo įvertinimas	10

*Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2011 01 05.