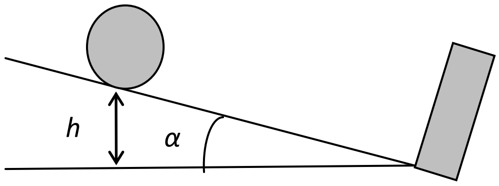
8-ASIS FIZIKOS TURNYRAS
8-oji užduotis Nr. FT8-8 / 2014 12 02 – 2014 12 29

Sąlyga / FT8-8 ▼

Smūgiuojantis ritinėlis

Ant nuožulniosios plokštumos su atrama padedamas homogeninis ritinėlis, kurio skersmuo $d = 10$ cm, ir paleidžiamas be pradinio greičio. Slydimo trinties koeficientas tarp plokštumos ir ritinėlio $\mu = 0{,}3$, riedėjimo trintis maža.
$h = 30\ cm,\ \ \alpha = 20°.$

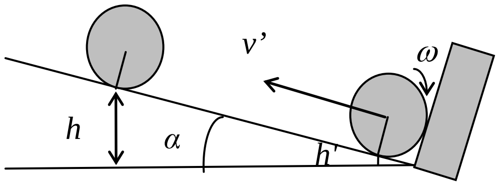


1) Kokiu atstumu ritinėlis atšoks atsimušęs į atramą?
2) Koks laiko tarpas bus tarp pirmo ir antro smūgių?

Užduotį parengė mokyklos „Fizikos olimpas" steigėjų tarybos narys, ilgametis mokyklos direktorius (11 m.) ir šio Fizikos turnyro užduočių parengimo spręsti ir jų sprendimų vertinimo komisijos pirmininkas prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.
▲ *Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2014 12 02.*

Užduoties aiškinamasis sprendimas / FT8-8 ▼

1) Laikome, kad ritinėlio smūgis į atramą yra tamprus, o smūgio trukmė τ maža. Taip pat laikome, kad ritinėlio ir atramos trinties jėga yra maža. Patikriname, ar ritinėlis nuožulniąja plokštuma riedės neslysdamas. Sunkio jėgos sukurtas jėgos momentas ritinėliui gali suteikti kampinį pagreitį



$$\varepsilon = \frac{mgd\sin\alpha}{2I}.$$

Čia

$$I = 3md^2/8$$

yra ritinėlio inercijos momentas atramos taško atžvilgiu. Trinties jėga ritinėliui gali suteikti kampinį pagreitį

$$\varepsilon' = \frac{\mu mgd\cos\alpha}{2I_C}.$$

Čia

$$I_C = md^2/8$$

yra ritinėlio inercijos momentas masės centro atžvilgiu. Ritinėlis riedės neslysdamas, jei $\varepsilon' \geq \varepsilon$, iš čia $\mu \geq \frac{\operatorname{tg}\alpha}{3}$. Įrašę vertes gauname 0,3≥ 0,12. Taigi, ritinėlis rieda neslysdamas. Ritinėlio masės centro greitį v prieš pat atsimušant į atramą nustatome iš energijos tvermės dėsnio: paleisto ritinėlio potencinė energija

$$E_p = mg(h + d\cos\alpha/2)$$

turi būti lygi pilnajai energijai prieš pat smūgį

$$E = mg(h' + d\cos\alpha/2) + \frac{mv^2}{2} + \frac{I_C\omega^2}{2}.$$

Čia $\omega = 2v/d$ yra ritinėlio kampinis greitis prieš pat smūgį. Gauname:

$$mg(h - h') = \frac{2Iv^2}{d^2}, \quad v = \sqrt{\frac{4g(h - h')}{3}},$$

$$h' = \frac{d\sin\alpha}{2},$$

$$v = \sqrt{\frac{4g\left(h - \frac{d\sin\alpha}{2}\right)}{3}}.$$

Po tampraus smūgio ritinėlio greičio kryptis pakis į priešingą: $v' = -v$, ritinėlio kinetinė energija nepakinta. Tačiau ritinėlio sukimosi kryptis nepakinta, todėl ritinėlis sukdamasis slysta aukštyn veikiamas sunkio ir trinties jėgų, jo slydimo pagreitis

$$a_1 = g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha).$$

Jei trinties jėga veiktų visą ritinėlio slinkimo laiką, ritinėlis sustotų praėjus laikui

$$t_1 = \frac{v}{a_1} = \sqrt{\frac{4g\left(h - \frac{d\sin\alpha}{2}\right)}{3}} \cdot \frac{1}{g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)} = \sqrt{\frac{4\left(h - \frac{d\sin\alpha}{2}\right)}{3g}} \cdot \frac{1}{\mu\cos\alpha + \sin\alpha},$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{4\left(0{,}3 - \frac{0{,}1\sin20°}{2}\right)}{3 \cdot 9{,}8}} \cdot \frac{1}{(0{,}3\cos 20° + \sin 20°)} = 0{,}31 \text{ s}.$$

Trinties jėga stabdo ritinėlio sukimąsi suteikdama kampinį pagreitį

$$\varepsilon' = \frac{\mu mgd\cos\alpha}{2I_C} = \frac{4\mu g\cos\alpha}{d}.$$

Ritinėlis nustotų suktis praėjus laikui

$$t_2 = \frac{\omega}{\varepsilon'} = \sqrt{\frac{h - \frac{d\sin\alpha}{2}}{3g}} \cdot \frac{1}{\cos\alpha},$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{0{,}3 - \frac{0{,}1\sin20°}{2}}{3 \cdot 9{,}8}} \cdot \frac{1}{\cos 20°} = 0{,}35 \text{ s}.$$

Kadangi $t_2 > t_1$, ritinėlis nustos slinkti atšokęs nuo atramos atstumu

$$l = \frac{d}{2} + vt_1 - \frac{a_1 t_1^2}{2} = \frac{d}{2} + \frac{2\left(h - \frac{d\sin\alpha}{2}\right)}{3(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)}, \qquad l = 0{,}204 \text{ m}.$$

2) Atšokęs nuo atramos ir praėjus laikui t_1 nustojęs slinkti ritinėlis sukdamasis ir praslysdamas pajudės link atramos pagreičiu a_1 ir taip judės laiko tarpą t_3, tol, kol ritinėlio masės centro slinkimo greitis $V = a_1 t_3$taps lygus sukimosi sąlygotam riedančio ritinėlio centro greičiui $V^{'} = [\omega - \varepsilon^{'}(t_1 + t_3)]d/2$. Gauname:

$$a_1 t_3 = [\omega - \varepsilon^{'}(t_1 + t_3)]d/2,$$

$$t_3 = \frac{(\omega - \varepsilon^{'} t_1)d}{2(a_1 + \varepsilon^{'} d/2)} = \frac{1}{\frac{3\mu}{\mathrm{tg}\alpha} + 1} \sqrt{\frac{4\left(h - \frac{d\sin\alpha}{2}\right)}{3g}},$$

$$t_3 = \frac{1}{\frac{3 \cdot 0{,}3}{\mathrm{tg}20°} + 1} \sqrt{\frac{4\left(0{,}3 - \frac{0{,}1\ \sin 20°}{2}\right)}{3 \cdot 9{,}8}} = 0{,}016\ \text{s}.$$

Per tą laiką ritinėlis nuslenka atstumą

$$l_1 = \frac{a_1 t_3^2}{2} = \frac{2(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)\left(h - \frac{d\sin\alpha}{2}\right)}{3\left(\frac{3\mu}{\mathrm{tg}\alpha} + 1\right)^2},$$

$$l_1 = \frac{2(0{,}3\cos 20° + \sin 20°)\left(0{,}3 - \frac{0{,}1\ \sin 20°}{2}\right)}{3\left(\frac{3 \cdot 0{,}3}{\mathrm{tg}20°} + 1\right)^2} = 0{,}0008\ \text{m}.$$

Ir įgauna greitį

$$v_3 = a_1 t_3 = \frac{2(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)}{\frac{3\mu}{\mathrm{tg}\alpha} + 1} \sqrt{\frac{g\left(h - \frac{d\sin\alpha}{2}\right)}{3}},$$

$$v_3 = \frac{2(0{,}3\cos 20° + \sin 20°)}{\frac{3 \cdot 0{,}3}{\mathrm{tg}20°} + 1} \sqrt{\frac{9{,}8\left(0{,}3 - \frac{0{,}1\ \sin 20°}{2}\right)}{3}} = 0{,}097\ \text{m/s}.$$

Toliau ritinėlis rieda neslysdamas, jo masės centro pagreitis

$$a = \frac{\varepsilon d}{2} = \frac{2g\sin\alpha}{3},$$

$$a = 2{,}23\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Tokiu pagreičiu iki atsimušdamas į atramą jis turi nueiti atstumą

$$l_2 = l - l_1 - \frac{d}{2}, l_2 = \ 0{,}154\ \text{m}.$$

$$l_2 = v_3 t_4 + \frac{a t_4^2}{2},$$

$$\frac{a t_4^2}{2} + v_3 t_4 - l_2 = 0,$$

$$t_4 = \frac{-v_3 + \sqrt{v_3^2 + 2 a l_2}}{a}.$$

$$t_4 = \frac{-0{,}097 + \sqrt{0{,}097^2 + 2 \cdot 2{,}23 \cdot 0{,}154}}{2{,}23} = 0{,}33\ \mathrm{s}.$$

Tada laikas tarp pirmojo ir antrojo smūgių į atramą

$$t = t_1 + t_3 + t_4,$$

$$t = (0{,}31 + 0{,}016 + 0{,}33)\ \mathrm{s} = 0{,}66\ \mathrm{s}.$$

Užduoties aiškinamąjį sprendimą pateikė jos autorius prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt *nuolat skelbiamas nuo 2016 04 07.*

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT8-8 ▼

1) Ne visi sprendusieji pastebėjo, kad simetriškas kūnas (ritinys, rutulys) rieda nepraslysdamas esant mažesnei trinčiai, negu maksimali slydimo trintis. Užduotyje pateiktomis sąlygomis atšokęs nuo atramos ritinėlis sukdamasis slysta nuožulniąja plokštuma, jo slinkimo ir sukimosi greitis dėl trinties mažėja nevienodai, ritinėlis nustoja slinkti dar besisukdamas.
2) Ritinėlio judėjime tarp smūgių yra trys etapai: slinkimas aukštyn sukantis ir praslystant, slinkimas žemyn sukantis ir praslystant ir riedėjimas žemyn nepraslystant. Tų trijų etapų trukmių suma ir yra ieškomasis laikas.

Užduoties sprendimų aptarimą parengė jos autorius prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.

▲ *Šis tekstas svetainėje* www.olimpas.lt *nuolat skelbiamas nuo 2016 04 07.*

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT8-8 ▼

Nr.	**Sprendimų vertinimo kriterijus**	**Vertė balais**
1.1	Parodyta, kad ritinėlis rieda nepraslysdamas.	1
1.2	Nustatyta, kokiu greičiu ritinėlis atšoka nuo atramos.	1
1.3	Nustatyta, per kiek laiko ritinėlis nustoja slysti nuožulniąja plokštuma.	1
1.4	Nustatyta, per kiek laiko slystantis ritinėlis nustoja suktis.	1
1.5	Nustatyta, kokiu atstumu nuo atramos ritinėlis atšoka.	1
2.1	Nustatyta, kiek laiko ritinėlis tolsta nuo atramos.	1
2.2	Nustatyta, kiek laiko ritinėlis juda link atramos sukdamasis praslysdamas.	2
2.3	Nustatyta, kiek laiko ritinėlis link atramos rieda nepraslysdamas.	2
Didžiausias galimas sprendimo įvertinimas		10

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.

▲ *Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2016 04 07.*