XXXIII TARPTAUTINĖ FIZIKOS OLIMPIADA
2002 m. liepos 21–31 d., Bali, Indonezija

Teorinė užduotis 1
RADARAS POŽEMINIAMS MATAVIMAMS

Radaras požeminiams matavimams naudojamas netoli žemės paviršiaus esantiems objektams aptikti bei jų vietai nustatyti panaudojant nuo tų objektų atsispindinčias elektromagnetines bangas. Radaro spinduliuojanti antena ir jutiklis yra žemės paviršiuje arti vienas kito.

Tiesiai poliarizuota plokščia elektromagnetinė banga ciklinio dažnio ω sklinda z kryptimi. Bangą aprašo toks elektrinio lauko vektorius:

$$E = E_0 e^{-\alpha z}\cos(\omega t - \beta z), \qquad (1)$$

čia E_0 – konstanta, α – slopinimo koeficientas, β – bangos skaičius. Jų išraiškos tokios:

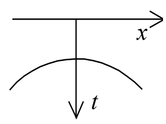
$$\alpha = \omega\left\{\frac{\mu\varepsilon}{2}\left[\left(1+\frac{\sigma^2}{\varepsilon^2\omega^2}\right)^{1/2} - 1\right]\right\}^{1/2}, \quad \beta = \omega\left\{\frac{\mu\varepsilon}{2}\left[\left(1+\frac{\sigma^2}{\varepsilon^2\omega^2}\right)^{1/2} + 1\right]\right\}^{1/2}, \qquad (2)$$

o μ, ε ir σ – atitinkamai magnetinė ir elektrinė absoliutinės skvarbos ir savitasis elektrinis laidumas.

Atsispindėjusios bangos neįmanoma užregistruoti, kai kritusios į objektą bangos amplitudė sumažėja e kartų (maždaug iki 37 % pradinės reikšmės). Siekiant padidinti ir keisti prietaiso veikimo nuotolį ir skiriamąją gebą naudojamos įvairaus dažnio bangos (10 – 1000 MHz). Prietaiso skiriamoji geba aprašoma kaip galimybė atskirti du šalia esančius objektus. Tai galima padaryti, kai fazių skirtumas tarp dviejų atsispindėjusių bangų, atėjusių į jutiklį, yra ne mažesnis kaip 180°.

Laikome, kad žemė nėra magnetikas ($\mu=\mu_0$), $\varepsilon_0=8{,}85\cdot10^{-12}$ F/m, $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$H/m, patenkinama sąlyga $(\sigma/\omega\varepsilon)^2 \ll 1$.

1. (1 balas) Gaukite bangų sklidimo greičio žemėje v išraišką per μ, ε, panaudojant išraiškas (1) ir (2).
2. (2 balai) Nustatykite maksimalų objekto aptikimo gylį esant žemės savitajam laidumui $\sigma=10^{-3}\ \Omega^{-1}\mathrm{m}^{-1}$ ir dielektrinei skvarbai $\varepsilon=9\varepsilon_0$.
3. (2 balai) Turime du horizontalius lygiagrečius strypelius 4 m gilumoje po žemės paviršiumi. Žemės savitasis laidumas $\sigma=10^{-3}\ \Omega^{-1}\mathrm{m}^{-1}$, dielektrinė skvarba $\varepsilon=9\varepsilon_0$. Laikydami, kad antena ir jutiklis yra taškiniai ir patalpinti virš vieno iš strypelių nustatykite mažiausią dažnį, kuriam esant skiriamoji geba lygi 50 cm.
4. (2 balai) Siekiant nustatyti, kokiame gylyje d yra strypas toje pačioje žemėje, buvo atliekami matavimai skirtinguose taškuose x, esančiuose žemės paviršiuje ant tiesės, statmenos strypui. Matuojant laiko intervalą t tarp signalo siuntimo antena ir jo atspindžio gavimo jutikliu gauta priklausomybė, apytiksliai pavaizduota paveiksle (t_{min}=100 ns). Parašykite t priklausomybės nuo x analizinę išraišką ir nustatykite d.

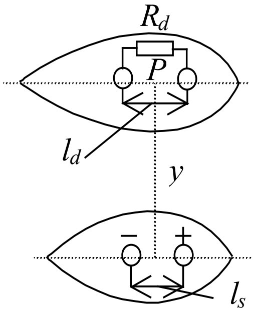


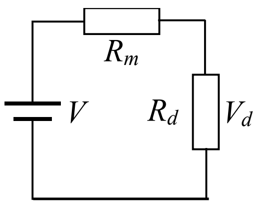
Teorinė užduotis 2
ELEKTRINIŲ SIGNALŲ JUTIMAS

Daugelis jūros gyvūnų sugeba jausti kitus gyvūnus per atstumą dėl pastarųjų kuriamų elektros srovių. Elektros srovę sukuria raumenų susitraukimas, sakysim, kvėpuojant. Kai kurie plėšrūnai tuo naudojasi nustatyti pasislėpusios aukos (pvz., įsiraususios smėlyje) buvimo vietą.

Srovės generavimo mechanizmas aukoje ir jos detektavimas plėšrūne gali būti modeliuojami kaip parodyta pav. Aukos kūną modeliuojame kaip du mažus elektringus skirtingo ženklo krūviais spindulio r_s rutuliukus, atstumas tarp jų l_s žymiai didesnis už r_s. Jūros vandens savitoji varža ρ. Laikome, kad aukos ir plėšrūno kūnų savitoji varža tokia pati, kaip ir juos supančio vandens, todėl į kūno ir vandens skiriamąją ribą neatsižvelgiame. Plėšrūną analogiškai modeliuojame dviejų spindulio r_d rutuliukų, nutolusių vienas nuo kito atstumu l_d, sistema.

Laikome, kad atkarpos l_s ir l_d lygiagrečios, jų viduriai yra ant tas atkarpas jungiančio statmens, o atstumas y yra daug didesnis už l_s ir l_d. Laikoma, kad elektrinio lauko stipris atkarpoje l_d yra pastovus ir lygiagretus tai atkarpai. Turime uždarą elektrinę grandinę, kurią sudaro auka, supantis vanduo ir plėšrūnas kaip pateikta 2 pav. Šiame paveiksle V yra įtampa tarp aukos kūną atitinkančių rutuliukų. Tarp plėšrūno kūną atitinkančių rutuliukų yra varža R_d, įtampa V_d, o aplinkos varža R_m.



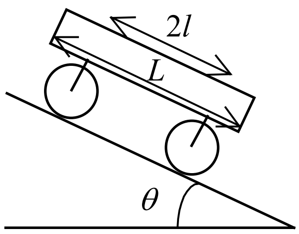


Klausimai:

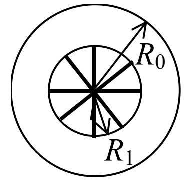
1. (1,5 balo) Išreikškite srovės tankio vektorių $\vec{j}$ (srovės stipris, tenkantis ploto vienetui, statmenam srovės tekėjimo krypčiai) atstume r nuo vienintelio rutuliuko, kai iš jo išteka I_s stiprio srovė.
2. (2 balai) Esant I_s stiprio srovei tarp aukos rutuliukų nustatykite elektrinio lauko stiprį E_P (taške P, esančiame atkarpoje l_d) panaudodami sąryšį $\vec{E} = \rho\vec{j}$.
3. (1,5 balo) Nustatykite potencialų skirtumą V tarp aukos rutuliukų esant srovės stipriui I_s. Nustatykite varžą R_s tarp tų rutuliukų (0,5 balo) ir aukos sukuriamą galią (0,5 balo).
4. Išreikškite aplinkos varžą (R_m) (0,5 balo), įtampą (V_d) tarp plėšrūno kūną atitinkančių rutuliukų (1 balas) ir apskaičiuokite aukos perduodamą plėšrūnui galią (P_d) (0,5 balo).
5. Nustatykite optimalią varžą R_d, kuriai esant plėšrūne išsiskiria maksimali galia (1,5 balo), ir nustatykite tą galią (0,5 balo).

Teorinė užduotis 3

SUNKI KELIŲ PLUKIMO MAŠINA ANT NUOŽULNIOSIOS PLOKŠTUMOS



1 pav.



2 pav.

1 pav. yra pateiktas supaprastintas kelių plukimo mašinos modelis ant nuožulniosios plokštumos. Kiekvieno volo pilna masė M (m_2=m_3=M). Volą sudaro cilindrinis apvalkalas, kurio išorinis spindulys R_0, vidinis spindulys R_1=0,8R_0 ir keli stipinai, kurių bendra masė 0,2M (2 pav). Volų pakabos masė yra nykstamai maža. Mašinos korpuso masė yra m_1=5M. Korpusas laikomas ilgio L ir storio t homogeniniu stačiakampiu gretasieniu, simetrišku volų ašių atžvilgiu, jo masės centro atstumas nuo volų ašių plokštumos h. Atstumas tarp volų ašių 2l. Laikome, kad volų ašyse trinties nėra, o tarp volų ir kelio statinis ir dinaminis trinties koeficientai atitinkamai μ_s ir μ_k.

Klausimai:

1. (1,5 balo) Apskaičiuokite vieno volo inercijos momentą.
2. (2,5 balo) Nupieškite visas jėgas, veikiančias korpusą, priekinį volą ir užpakalinį volą. Parašykite kiekvieno jų judėjimo lygtis.
3. (4 balai) Veikiant sunkio jėgai mašina pradeda judėti iš rimties padėties. Aprašykite visus galimus mašinos judėjimo būdus ir išreikškite jos pagreičius per pateiktus fizikinius dydžius visais atvejais.

4. (2 balai) Kai mašina nuvažiavo iš rimties padėties atstumą *d* jos volams tik riedant, ji pateko ant kelio, kur trinties koeficientai μ_s' ir μ_k' mažesni, ir volai pradėjo slysti. Nustatykite linijinius ir kampinius kiekvieno volo pagreičius kai mašina nuvažiavo bendrą atstumą *s* nuo judėjimo pradžios. Laikoma, kad *d* ir *s* žymiai didesni už mašinos matmenis.

Eksperimentinė užduotis 1

SANTYKIO *e/k* NUSTATYMAS TIRIANT ELEKTROLIZĘ

Teorinis pagrindimas

Vandens elektrolizę aprašo reakcijos

$$H_2O \to 2H^+ + O^{-2},\ \ 2H^+ + 2e^- \to H_2,\ \ O^{-2} \to \frac{1}{2}O_2 + 2e^-.$$

Reakcija vyksta kai elektros srovė teka tarp į vandenį įmerktų elektrodų. Laikykite, kad reakcijos metu susidarančios dujos yra idealiosios. Vienos iš reakcijos metu susidarančių dujų surenkamos į mėgintuvėlį, ant kurio pažymėtos padalos laisvai parinktais ilgio vienetais. Žinodami per vandenį prabėgusį elektros krūvį ir išsiskyrusių dujų kiekį galime nustatyti santykį *e/k*, čia *e* – elektrono krūvis, *k* – Bolcmano konstanta.

Patogumui eksperimentas padalintas į dvi dalis:

A – Laisvai parinktų ilgio vienetų skalės ant mėgintuvėlio kalibravimas panaudojant dinaminį metodą.

B – santykio *e/k* nustatymas iš vandens elektrolizės.

Laisvojo kritimo pagreitis g=(9,78±0,01) m/s^2, mėgintuvėlio vidinio ir išorinio skersmenų santykis a=0,82±0,01, temperatūra T ir atmosferos slėgis P žinomi.

Duota įranga

Laisvai parinktais ilgio vienetais sužymėtas mėgintuvėlis.
Keičiamos įtampos šaltinis (0–60 V, max 1 A).
Plastmasinis indas ir butelis vandens.
Multimetras.
Sekundmatis.
Žalvarinis elektrodas.
Nerūdijančio plieno elektrodas.
Izoliuoti variniai trijų skirtingų skerspjūvių laidai: rudas didesnio skersmens, rudas mažesnio skersmens ir mėlynas.
Plieninis rutuliukas.
Stovas.
Medinis laikiklis mėgintuvėliui įtvirtinti.
Pipetė.
Peiliukas.
Žirklės.
Juostelės ritinėlis.

BANDYMAS

A: skalės ant mėgintuvėlio kalibravimas

Sukurkite dinaminį būdą, leidžiantį laisvai parinktą skalę išreikšti žinomais ilgio vienetais.

Parašykite matematines išraiškas, siejančias matuojamus dydžius su mėgintuvėlio skale. Aprašykite eksperimento eigą.

Surinkite ir išanalizuokite eksperimentinius duomenis, reikalingus nežinomai skalei sukalibruoti.

B: santykio *e/k* nustatymas

Paruoškite elektrolizės eksperimentą, leidžiantį vienas iš elektrolizės metu išsiskiriančių dujų surinkti mėgintuvėlyje.

Parašykite lygtį, siejančią eksperimento metu matuojamus laiką t, srovės stiprį I, vandens lygį mėgintuvėlyje Δh.

Surinkite ir išanalizuokite eksperimente gautus duomenis. Galite leisti, kad eksperimento metu dujų slėgis mėgintuvėlyje nekinta.
Nustatykite *e/k* reikšmę.

Eksperimentinė užduotis 2
OPTINĖ JUODOJI DĖŽĖ

Uždara dėžutė turi priešinguose šonuose du siaurus plyšius, uždengtus raudona plėvele, praleidžiančia lazerio spindulį. Tiesė, einanti per plyšių vidurius, vadinama dėžutės ašimi. Dėžutėje gali būti trys (vienodi ar skirtingi) optiniai elementai iš žemiau pateikto sąrašo:
Veidrodis, plokščias arba sferinis
Lęšis, glaudžiamasis arba sklaidomasis
Skaidri plokštelė lygiagrečiais paviršiais
Prizmė
Difrakcinė gardelė
Skaidrūs elementai pagaminti iš medžiagos, kurios lūžio rodiklis naudojamo bangos ilgio šviesai lygus 1,47.

Duota įranga
670 nm bangos ilgio lazeris
Optinis stalas
Stovas dėžutei
Ekranas
Languotas popierius (langelių matmenys lygūs užduoties 1 mėgintuvėlio skalės padaloms)
Vertikalus stovas, naudojamas ir užduotyje 1

Nustatykite dėžutėje esančius elementus ir pateikite duomenis apie juos:

Elementas	Pateiktini duomenys
Veidrodis	Kreivumo spindulys, kampas tarp dėžutės ir veidrodžio ašių
Lęšis*	Glaudžiamasis ar sklaidomasis, jo židinio nuotolis, vieta dėžutėje
Lygiagrečių paviršių plokštelė	Storis, kampas tarp plokštelės paviršiaus ir dėžutės ašies
Prizmė	Laužiantysis kampas, kampas tarp vieno iš paviršių ir dėžutės ašies
Difrakcinė gardelė*	Atstumas tarp rėžių, rėžių kryptis, gardelės vieta dėžutėje

*Žvaigždute pažymėti elementai gali būti orientuoti tik statmenai dėžutės ašiai

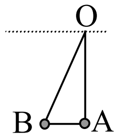
Sprendimai

Teorinė užduotis 1

1. Bangų sklidimo greitis $v = \dfrac{\omega}{\beta} = \left(\dfrac{1}{\omega}\right)\left\{\dfrac{\mu\varepsilon}{2}\left[\left(1+\dfrac{\sigma^2}{\varepsilon^2\omega^2}\right)^{½}+1\right]\right\}^{-½} \approx \dfrac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$.

2. Maksimalų objekto aptikimo gylį z_0 nustatome iš sąlygos $\alpha z_0=1$,

$$z_0 = \left(\frac{1}{\omega}\right)\left\{\frac{\mu\varepsilon}{2}\left[\left(1+\frac{\sigma^2}{\varepsilon^2\omega^2}\right)^{1/2}-1\right]\right\}^{-1/2} = \frac{1}{\omega}\left(\frac{\mu\varepsilon}{2}\frac{\sigma^2}{2\varepsilon^2\omega^2}\right)^{-1/2} = \sqrt{\frac{4\varepsilon}{\mu\sigma^2}} = \left(\frac{2}{\sigma}\right)\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}},\ z_0 = 15{,}9\ \mathrm{m}.$$

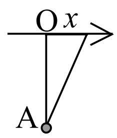


3. Kad strypeliai A ir B būtų išskirti, minimalus atsispindėjusių nuo jų bangų eigų skirtumas turi būti $\lambda/2=\pi/\beta$. Gauname:

$$2OB - 2OA = \pi/\beta .$$

Iš formulės (2), atmesdami mažą narį $\sigma/\varepsilon\omega$, išreiškiame dažnį $\nu=\omega/2\pi$. Gauname:

$$\nu = \beta/2\pi\sqrt{\mu\varepsilon} = 1/4(OB-OA)\sqrt{\mu\varepsilon} = 1/4\left(\sqrt{OA^2+AB^2}-OA\right)\sqrt{\mu\varepsilon},\ \nu = 800\ \mathrm{MHz}.$$



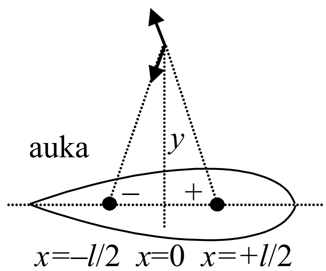
4. Signalo plitimo laiko priklausomybė nuo x išreiškiama formule (jutiklis ir antena yra taške O, strypas taške A, OA=d)

$$t = 2\sqrt{x^2+d^2}/v = 2\sqrt{(x^2+d^2)\mu\varepsilon} = 2{,}00\cdot10^{-8}\sqrt{x^2+d^2}.$$

$t_{\min}$ atitinka x=0, tada

$$d = t_{\min}/2\cdot10^{-8},\ \ d = 5\ \mathrm{m}.$$

Teorinė užduotis 2



1. Izotropinėje terpėje srovės tankio vektorius $\vec{j}$ yra

$\vec{j} = I_s\vec{r}/4\pi r^3$.

2. Vieno rutuliuko sukuriamas lauko stipris atstumu r yra (ρ – aplinkos savitoji varža)

$\vec{E}(\vec{r}) = \rho\vec{j} = \rho I_s\vec{r}/4\pi r^3$.

Modelyje yra du skirtingo ženklo rutuliukai. Taške P(0, y) jų sukurtas laukas

$$\vec{E}_p = \vec{E}_+ + \vec{E}_- =$$

$$= \frac{\rho I_s}{4\pi}\left[\frac{-l_s i/2 + yj}{\left((l_s/2)^2+y^2\right)^{3/2}} + \frac{-l_s i/2 - yj}{\left((l_s/2)^2+y^2\right)^{3/2}}\right] = \frac{\rho I_s}{4\pi}\left[\frac{-l_s i}{\left((l_s/2)^2+y^2\right)^{3/2}}\right].$$

Kai $l_s \ll y$, $\vec{E}_p \approx \dfrac{\rho I_s l_s}{4\pi y^3}(-i)$.

3. Lauko stipris ant rutuliukus jungiančios tiesės išreiškiamas formule

$$\vec{E}(x) = \frac{\rho I_s}{4\pi}\left[\frac{1}{(x-l_s/2)^2} + \frac{1}{(x+l_s/2)^2}\right](-i).$$

Tada potencialų skirtumas

$$V_s = \Delta V = V_+ - V_- = -\int_{-l_s/2+r_s}^{l_s/2-r_s} \vec{E}(x)dx = -\frac{\rho I_s}{4\pi}\int_{-l_s/2+r_s}^{l_s/2-r_s}\left[\frac{1}{(x-l_s/2)^2}+\frac{1}{(x+l_s/2)^2}\right](-i)(idx) =$$

$$= \frac{\rho I_s}{4\pi}\left\{\frac{1}{-2+1}\left[\frac{1}{\left(\frac{l_s}{2}-r_s-\frac{l_s}{2}\right)}-\frac{1}{\left(-\frac{l_s}{2}+r_s-\frac{l_s}{2}\right)}\right]+\frac{1}{-2+1}\left[\frac{1}{\left(\frac{l_s}{2}-r_s+\frac{l_s}{2}\right)}-\frac{1}{\left(-\frac{l_s}{2}+r_s+\frac{l_s}{2}\right)}\right]\right\} =$$

$$= \frac{\rho I_s}{4\pi}\left(\frac{2}{r_s}-\frac{2}{l_s-r_s}\right) = \frac{2\rho I_s}{4\pi}\left(\frac{l_s-r_s-r_s}{(l_s-r_s)r_s}\right) = \frac{\rho I_s}{2\pi r_s}\left(\frac{l_s-2r_s}{l_s-r_s}\right).$$

Kai $l_s << r_s$, $V_s = \Delta V \approx \frac{\rho I_s}{2\pi r_s}$.

Varža tarp rutuliukų

$$R_s = \frac{V_s}{I_s} = \frac{\rho}{2\pi r_s}.$$

Sukuriama galia

$$P = I_s V_s = \frac{\rho I_s^2}{2\pi r_s}.$$

4. Analogiškai aukai varža tarp plėšrūną atitinkančių rutuliukų yra

$$R_m = \frac{\rho}{2\pi r_d}.$$

Laikant, kad atkarpoje l_d lauko stipris pastovus, potencialų skirtumas aplinkoje tarp plėšrūną atitinkančių rutuliukų yra toks:

$$V = El_d = \frac{\rho I_s l_s l_d}{2\pi y^3}.$$

Potencialų skirtumas plėšrūno kūne

$$V_d = V\frac{R_d}{R_d+R_m} = \frac{\rho I_s l_s l_d}{4\pi y^3}\frac{R_d}{R_d+\rho/2\pi r_d}.$$

Galia, perduodama aukos plėšrūnui

$$P_d = i_d V_d = \frac{VV_d}{R_d+R_m} = \left(\frac{\rho I_s l_s l_d}{4\pi y^3}\right)^2 \frac{R_d}{(R_d+\rho/2\pi r_d)^2}.$$

5. Maksimali P_d yra tada, kai yra maksimali

$$f_t = \frac{R_d}{(R_d+\rho/2\pi r_d)^2} = \frac{R_d}{(R_d+R_m)^2}.$$

Todėl

$$\frac{df_t}{dR_d} = \frac{(R_d+R_m)^2 - R_d 2(R_d+R_m)}{(R_d+R_m)^4} = 0,\ (R_d+R_m)-2R_d = 0,\ R_d^{optimum} = R_m = \frac{\rho}{2\pi r_d},$$

maksimali galia

$$P_d^{\max} = \left(\frac{\rho I_s l_s l_d}{4\pi y^3}\right)^2 \frac{\pi r_d}{2\rho} = \frac{\rho (I_s l_s l_d)^2 r_d}{32\pi y^6}.$$

Teorinė užduotis 3

Pažymim $R_0=R$.

1. Volo inercijos momento skaičiavimas

Cilindrinės dalies inercijos momentą skaičiuojame panaudodami homogeniško cilindro inercijos momento ašies atžvilgiu išraišką. Gauname:

$$I_c = \frac{m_1 R^2}{2} - \frac{m_2 (0{,}8R)^2}{2},$$

čia m_1 ir m_2 – masės cilindrų, kurių tankiai, tenkantys pagrindo ploto vienetui, $\rho = 0{,}8M / \pi R^2 (1 - 0{,}8^2)$, o spinduliai R ir $0{,}8R$. Tada

$$I_c = \frac{0{,}8MR^4 (1 - 0{,}8^4)}{2\pi R^2 (1 - 0{,}8^2)} = 0{,}656MR^2.$$

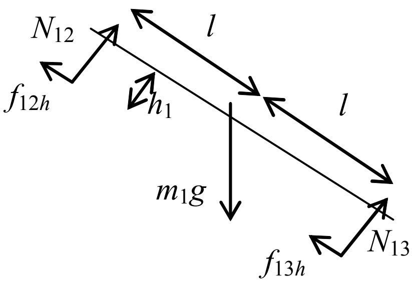
Stipinų inercijos momentą skaičiuojame panaudodami plono strypo inercijos momento ašies, einančios per strypo vidurį statmenai strypui atžvilgiu išraišką.

$$I_s = \frac{1}{3} 0{,}2M (0{,}8R)^2 = 0{,}043MR^2.$$

Tada viso volo inercijos momentas

$$I = I_c + I_s = 0{,}699MR^2.$$

2. Jėgų diagrama ir judėjimo lygtys



Korpusą veikiančios jėgos pateiktos pav.

Imdami projekcijas į lygiagrečią nuožulniajai plokštumai kryptį ir jai statmeną, gauname dvi korpuso judėjimo lygtis:

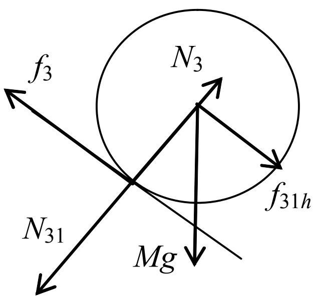
$$m_1 g \sin\theta - f_{12h} - f_{13h} = m_1 a, \quad (1)$$

$$m_1 g \cos\theta = N_{12} + N_{13}, \quad (2)$$

Jėgų momentų masės centro O atžvilgiu sumą prilyginę 0 gauname trečią lygtį:

$$N_{12} l - N_{13} l + f_{12h} h_1 + f_{13h} h_1 = 0. \quad (3)$$

Priekinį volą veikiančios jėgos pateiktos pav.



Volo judėjimo lygtys:

$$f_{31h} - f_3 + Mg\sin\theta = Ma, \quad (4)$$

$$N_3 - N_{31} - Mg\cos\theta = 0. \quad (5)$$

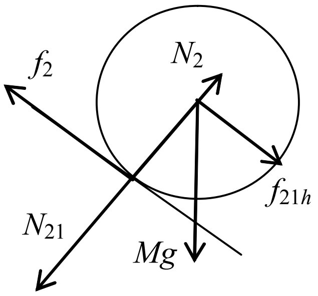
Kai volas rieda neslysdamas

$$f_3 = \frac{I}{R^2} a. \quad (6)$$

Kai volas rieda praslysdamas

$$f_3 = \mu_k N_3. \quad (7)$$

Užpakalinį volą veikiančios jėgos pateiktos pav.



Volo judėjimo lygtys:

$$f_{21h} - f_2 + Mg\sin\theta = Ma, \quad (8)$$

$$N_2 - N_{21} - Mg\cos\theta = 0. \quad (9)$$

Kai volas rieda neslysdamas

$$f_2 = \frac{I}{R^2} a. \quad (10)$$

Kai volas rieda praslysdamas $\quad f_2 = \mu_k N_2 \quad (11)$

3. Iš lygčių (2), (5) ir (9) gauname:

$$\begin{cases} N_2 + N_3 = (m_1 + m_2 + m_3) g\cos\theta = 7Mg\cos\theta \\ m_1 g\cos\theta = N_2 - m_2 g\cos\theta + N_3 - m_3 g\cos\theta \end{cases}, \qquad (12)$$

iš lygčių (3), (5) ir (8) gauname

$$\begin{cases} (N_3 - Mg\cos\theta)l - (N_2 - Mg\cos\theta)l = h_1(f_2 + Ma - Mg\sin\theta + f_3 + Ma - Mg\sin\theta), \\ N_3 - N_2 = h_1(f_2 + 2Ma - 2Mg\sin\theta + f_3)/l \end{cases} \qquad (13)$$

Matome, kad N_2 ir N_3 suma pastovi ir $N_3 \geq N_2$. Priklausomai nuo μ ir kampo θ galimi tokie atvejai: a) volai slysta nesisukdami, b) volai rieda nepraslysdami, c) abu volai rieda praslysdami, d) priekinis volas rieda nepraslysdamas, užpakalinis – praslysdamas.

a) Kai μ_s=0, volai slysta nesisukdami, ir visa mašina juda kaip vienas kūnas, jos judėjimo pagreitis maksimalus ir lygus

$a=g\sin\theta$.

b) Kai abu volai rieda nepraslysdami pagreitis gali būti nustatytas iš energijos tvermės dėsnio. Mašinai nuvažiavus atstumą d jos kinetinė energija yra tokia:

$$E_k = \frac{(2M + 5M)v^2}{2} + 2\frac{I\omega^2}{2} = 7Mad + 1{,}398Mad = 8{,}34Mad\ .$$

Potencinė energija sumažėja dydžiu

$E_p = 7Mgd\sin\theta$.

Sulyginę pateiktas išraiškas gauname pagreitį:

$a = 0{,}834 g\sin\theta$.

Tai minimalus mašinos judėjimo pagreitis. Taip mašina juda esant patenkintai sąlygai

$f_2 R \geq Ia/R$.

Trinties jėgą imdami $f_2 = \mu_s N_2$, o N_2 apskaičiavę iš mašinos judėjimo lygčių imdami

$f_2 = f_3 = Ia/R^2$, gauname

$\mu_s Mg(3{,}5\cos\theta - 0.41\mu_s h_1 \sin\theta / l)R \geq 0{,}699MR \cdot 0{,}834 g\sin\theta,$

$tg\theta \leq \mu_s (0{,}167 - 0{,}112\mu_s h_1 / l.)$

c) Kai abu volai rieda praslysdami, visos mašinos pagreitį gauname kaip ir bet kokiam kūnui, slystančiam nuožulniąja plokštuma esant trinties koeficientui μ_k:

$$a = g(\sin\theta - \mu_k \cos\theta).$$

Taip mašina juda esant patenkintai sąlygai

$$\mu_s N_2 \leq \frac{I}{R^2} a\ .$$

Reakcijos jėgą N_2, kuriai esant volas pradeda slysti, nustatome iš mašinos judėjimo lygčių imdami

$$f_2 = \mu_s N_2, \quad f_3 = \mu_k N_3 .$$

Gauname

$$N_2 = Mg\cos\theta(3{,}5 - 2{,}5 h_1 \mu_k / l)$$

ATVEJIS, KAI ABU RITINIAI SLYSTA

Iš lygties (4) $f_{21h} = Ma + u_k N_2 - Mg\sin\theta$ (18)

Iš lygties (8) $f_{31h} = Ma + u_k N_3 \ Mg\sin\theta$ (19)

Iš lygčių (18) ir 19 :

$$5Mg\sin\theta - (Ma + u_k N_2 - Mg\sin\theta) - (Ma + u_k N_3 - Mg\sin\theta) = m_1 a\ ,$$

$$a = \frac{7Mg\sin\theta - \mu_k N_2 - \mu_k N_2}{7M} = g\sin\theta - \frac{\mu_k (N_2 + N_2)}{7M}\ ,$$

$$N_2 + N_3 = 7Mg\cos\theta \quad (20)$$

,

Iš dviejų paskutinių lygčių gauname: $a = g(\sin\theta + \mu_k \cos\theta)$.

Sąlygos grynam slydimui yra priešingos grynam riedėjimui.

$f_2 > \mu_s N'_2$, $f_3 > \mu_s N'_3$, $I_2 / R_2^2 > \mu_s N'_2$, $I_3 / R_3^2 > \mu_s N'_3$, (21)

Čia N'_2 jr N'_3 apskaičiuoti kai cilindrai rieda neslysdami. Gauname:

$tg\theta > 3.5\mu_s /(0.5831 + 0.41\mu_s h_1 / l)$ ir $tg\theta > 3.5\mu_s /(0.5831 - 0.41\mu_s h_1 / l)$. Pirmoji nelygybė lemia kampo didumą.

ATVEJIS, KAI VIENAS RITINYS SLYSTA, O KITAS RIEDA

Taip yra kai patenkintos sąlygos (6) ir (11). Iš (4) lygties gauname

$F_{21h} = m_2 a + u_k N_2 - m_2 g\sin\theta$ (22)

Iš (5) lygties gauname

$F_{31h} = m_3 a + (I/R_2)a - m_3 g \sin\theta$ (23)

Tada iš lygčių (1), (22) ir (23) gauname

$$m_1 g \sin\theta - \{ m_2 a + u_k N_2 - m_2 g \sin\theta\} - \{m_3 a + (I/R_2)a - m_3 g \sin\theta\} = m_1 a,$$

$$m_1 g \sin\theta + m_2 g \sin\theta + m_3 \sin\theta - u_k N_2 = (I/R_2 + m_3)a + m_2 a + m_1 a,$$

$$5Mg \sin\theta + Mg \sin\theta + Mg \sin\theta - u_k N_2 = (0.7M + M)a + Ma + 5Ma.$$

$$N_3 - N_2 = h_1(\mu_k N_2 + Ia / R^2 + 2Ma - 2Mg\sin\theta)/ l,$$

$$N_3 - N_2 = h_1(\mu_k N_2 + 2{,}7M \times 0{,}9091 g\sin\theta - 2{,}7\mu_k N_2 / 7{,}7 - 2Mg\sin\theta)/ l,$$

$$N_3 - N_2(1 + 0{,}65 h_1\mu_k / l) = 0{,}45462 Mg\sin\theta,$$

$$N_3 + N_2 = 7Mg\cos\theta.$$

Iš paskutinių dviejų lygčių gauname:

$$N_2 = (7Mg\cos\theta - 0{,}4546 Mg\sin\theta)/(2 + 0{,}65 h_1\mu_k / l),$$

$$N_3 = 7Mg\cos\theta - (7Mg\cos\theta - 0{,}4546 Mg\sin\theta)/(2 + 0{,}65 h_1\mu_k / l). \quad (25)$$

Aukščiau gautus rezultatus įstatę į (16) lygtį gauname

$$a = 0{,}9091 g\sin\theta - \mu_k N_2 / 7{,}7M = 0{,}9091 g\sin\theta - \mu_k (7g\cos\theta - 0{,}4546 g\sin\theta)/ 7{,}7(2 + 0{,}65 h_1\mu_k / l).$$

(26)

Tokio dalinio slydimo sąlygos yra

$f_2 > \mu_s N'_2$, $f_3 \le \mu_s N'_3$, $Ia / R^2 > \mu_s N'_2$, $Ia / R^2 \le \mu_s N'_3$, (27)

Čia N'_2 ir N'_3 yra normalinės dedamosios esant grynam slydimui.

4. Tegu nuriedėjęs d m kiekvienas ritinys pradeda slysti ir slysta iki nuožulnaus kelio pabaigos (viso kelio ilgis s m). Tegu d m atstumas pasiekiamas per t_1 s.

$$t_1 = \sqrt{2d / a_1}, \quad v_1 = \sqrt{2da_1} = \sqrt{2d 0{,}833 g\sin\theta} = \sqrt{1{,}666 dg\sin\theta}.$$

Tuo metu ritinių kampiniai greičiai yra

$\omega_1 = v_1 / R = \sqrt{1{,}666 dg\sin\theta} / R.$ (29)

Tegu toliau volas slysta iki nuožulnaus kelio pabaigos t_2 s. Tada

$$v_2 = v_1 + a_2 t_2 = \sqrt{1{,}666 dg\sin\theta} + a_2 t_2, \quad s - d = v_1 t_2 + a_2 t_2^2 / 2,$$

$$t_2 = [-v_1 + \sqrt{v_1^2 + 2a_2(s-d)}]/ a_2, \quad v_2 = \sqrt{1{,}666 dg\sin\theta} - v_1 + \sqrt{v_1^2 + 2a_2(s-d)}.$$

(30)

Įstatę v_1 ir a_2 gauname galutinį atsakymą.

Kampinį greitį slystant sukuria jėgos momentas.

$$\tau = \mu_k NR, \quad \alpha = \tau / I = \mu_k NR / I,$$

$$\omega_2 = \omega_1 + \alpha t_2 = \sqrt{1{,}666 dg\sin\theta} / R + (\mu_k NR / I)[-v_1 + \sqrt{v_1^2 + 2a_2(s-d)}]/ a_2, \quad (31)$$

Eksperimentinė užduotis 1

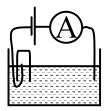
Duota įranga

Laisvai parinktais ilgio vienetais sužymėtas mėgintuvėlis.
Keičiamos įtampos šaltinis (0–60 V, max 1 A).
Plastmasinis indas ir butelis vandens.
Multimetras.
Sekundmatis.
Žalvarinis elektrodas.
Nerūdijančio plieno elektrodas.
Izoliuoti variniai trijų skirtingų skerspjūvių laidai: rudas didesnio skersmens, rudas mažesnio skersmens ir mėlynas.
Plieninis rutuliukas.
Stovas.
Medinis laikiklis mėgintuvėliui įtvirtinti.
Pipetė.
Peiliukas.
Žirklės.
Juostelės ritinėlis.
BANDYMAS

A: skalės ant mėgintuvėlio kalibravimas

Panaudodami stovą, plieninį rutuliuką ir ploną laidą padarome svyruoklę ir sekundmačiu išmatuojame jos svyravimo periodą *T.* Iš matematinės svyruoklės periodo formulės $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ išreiškiame svyruoklės ilgį $l = T^2 g/4\pi^2$, kuriuo ir išmatuojame mėgintuvėlio padalos ilgį ir mėgintuvėlio išorinio pagrindo apskritimo ilgį.

B: santykio *e/k* nustatymas

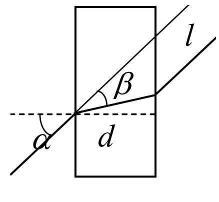


Paruošiame elektrolizės eksperimentą pagal pateiktą schemą. Eksperimento metu matuojamus laiką *t*, srovės stiprį *I*, vandens lygį mėgintuvėlyje Δh sieja lygtis $It/2e = nN_A pS\Delta h/R\theta$, čia *n* – eksperimente išsiskyrusio vandenilio molių skaičius, N_A – Avogadro skaičius, *p* – atmosferos slėgis, *S* –mėgintuvėlio vidaus skersinio pjūvio plotas, *R* – dujų konstanta, θ – absoliučioji kambario temperatūra. Kadangi $R/N_A = k$, gauname $e/k = It/2e = nN_A pS\Delta h/R\theta$

Surinkite ir išanalizuokite eksperimente gautus duomenis. Galite leisti, kad eksperimento metu dujų slėgis mėgintuvėlyje nekinta.
Nustatykite *e/k* reikšmę.

Eksperimentinė užduotis 2
OPTINĖ JUODOJI DĖŽĖ

Surenkame optinį stalą kurio viename gale įtvirtiname lazerį, kitame – ekraną, o per vidurį stovą dėžutei. Pastatę ant stovo dėžutę taip, kad lazerio spindulys kristų į dėžutės plyšį statmenai stebime vaizdą ekrane. Ekrane gauname kelis šviesius taškus, išsidėsčiusius horizontaliai: ryškiausias viduryje, į abi puses nuo jo mažiau ryškūs. Darome išvadą, kad dėžutėje yra difrakcinė gardelė su vertikaliais brėžiais, kuri sukuria interferencinį vaizdą. Pasukę dėžutę horizontalioje plokštumoje 180° kampu ekrane gauname kelis šviesius taškus, išsidėsčiusius horizontaliai ir kelis taškus panašiai išsidėsčiusius vertikaliai. Darome išvadą, kad dėžutėje yra dvi difrakcinės gardelės: be anksčiau pastebėtos gardelės su vertikaliais brėžiais yra dar viena gardelė arti tolimesnio nuo lazerio plyšio su horizontaliais brėžiais. Pažymėję vidurinio šviesaus taško padėtį ekrane nuimame dėžutę ir pastebime, kad šviesus taškas pasislenka horizontalia kryptimi. Taigi, dėžutėje yra lygiagrečių paviršių plokštelė. Jos orientacijai nustatyti pastatome dėžutę ant stovo ir pasukame ją taip kad praėjus šviesai pro dėžutę šviesaus taško padėtis būtų tokia pat, kaip ir nesant dėžutės, tada šviesa kris statmenai plokštelei, o pagal to taško poslinkį esant kitokiai dėžutės orientacijai apskaičiuojame plokštelės storį



$$d = l/(\mathrm{tg}\alpha - \sin\alpha/\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}).$$

Išmatavę atstumus tarp šviesių taškų ekrane esant skirtingiems atstumams tarp dėžutės ir ekrano nustatome difrakcinės gardelės padėtį dėžutėje ir jos konstantą. Imdami du atstumus l_1 ir l_2 nuo dėžutės iki ekrano ir juos atitinkančius atstumus a_1 ir a_2 nuo vidurinio šviesaus taško iki tos pat eilės šoninio šviesaus taško iš lygties $a_1/(x+l_1) = a_2/(x+l_2)$ gauname $x = (a_1 l_2 - a_2 l_1)/(a_2 - a_1)$. Gardelės konstantą b nustatome iš gardelės lygties $n\lambda/b = a/(x+l)$, $b = n\lambda(x+l)/a$, čia λ – lazerio bangos ilgis, n – difrakcinio maksimumo eilė.