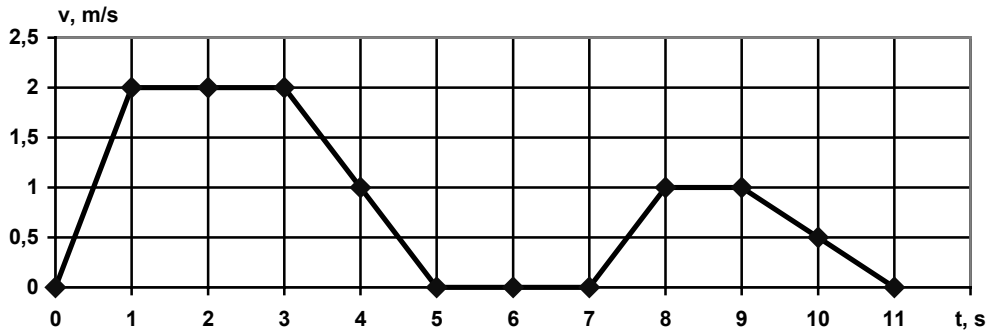


LIETUVOS MOKINIŲ XII FIZIKOS ČEMPIONATAS

Vilnius, Kaunas, Klaipėda, Šiauliai, 2000 12 02

1. Duotas kūno greičio priklausomybės nuo laiko grafikas. Apskaičiuokite kūno nueitą kelią ir nubraižykite pagreičio priklausomybės nuo laiko grafiką.



Sprendimas

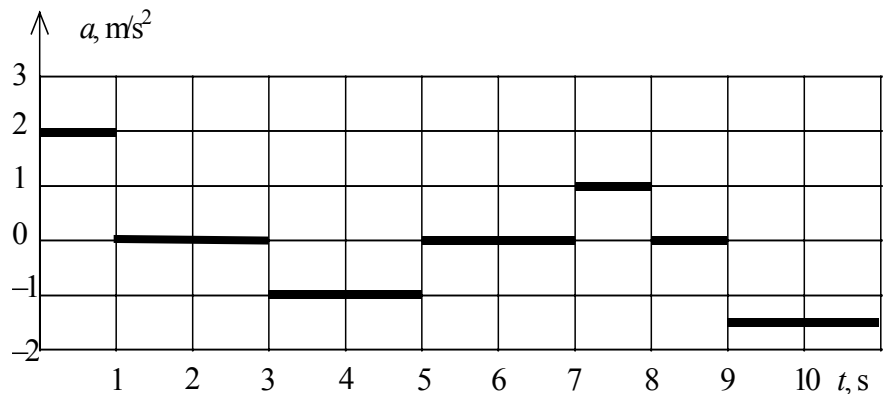
Kūno nueitas kelias skaitine verte lygus paveiksle pavaizduotos kreivės ir laiko ašies apribotam plotui. Apskaičiavę gauname

$$s = 9,5 \text{ m.}$$

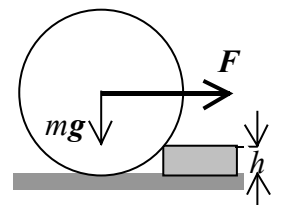
Kadangi greičio grafiką sudaro tiesių atkarpos, atskirais laiko intervalais pagreitis yra pastovus ir gali būti apskaičiuotas iš išraiškos

$$a = \frac{v - v_0}{t}.$$

Apskaičiuojame pagreičio vertę kiekvienam laiko intervalui ir brėžiame grafiką.



2. Ritinis, kurio masė m , o spindulys R , remiasi į laiptelį, kurio aukštis h . 1) Kokia mažiausia jėga gulsčia kryptimi reikia veikti ritinio centrą, kad cilindras užriedėtų ant laiptelio? 2) Kokios jėgos kryptiai esant ritiniui užriedenti reikalinga mažiausia jėga, ir koks tos jėgos didumas?

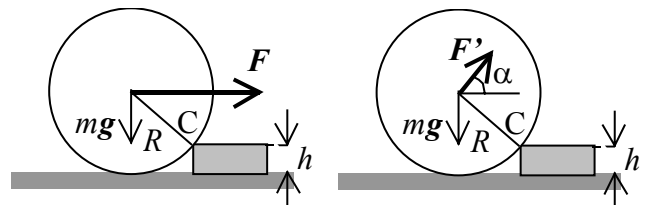


Sprendimas

Kad ritinis pradėtų riedėti ant laiptelio, jėgos momentas taško C atžvilgiu, sukuriamas jėgos F , turi viršyti jėgos momentą, sukuriamą sunkio jėgos:

$$F(R - h) \geq mg\sqrt{R^2 - (R - h)^2},$$

$$F_{\min} = \frac{mg\sqrt{h(2R - h)}}{R - h}.$$



Kai veikiama bet kokios krypties jėga maksimalus jėgos momentas gaunamas kai jėga statmena jėgos pečiui. Tada

$$\alpha = \arccos \frac{R - h}{R}, \quad F' = \frac{mg\sqrt{h(2R - h)}}{R}.$$

3. Dviem vienodomis spiritinėmis lemputėmis šildomi du kubo formos alaviniai kūnai. Spiritinėje lemputėje per 1 s sudega 11 mg alkoholio. Pirmojo kūno linijiniai matmenys tris kartus mažesni negu antrojo. Abiejų kūnų temperatūra padidėja 10 °C. Kiek kartų skiriasi kūnų šildymo laikai?

Sprendimas

Pažymėkime alavo tankį d , jo savitąją šilumą c , kubų kraštines a ir na ($n=3$). Degdamas alkoholis per laiką τ išskiria šilumos kiekį

$$Q=q\tau,$$

Čia q – šilumos kiekis, išskiriamas per vieną sekundę. Tada

$$Q_1 = q\tau_1 = cm_1\Delta t = cda^3\Delta t, \quad Q_2 = q\tau_2 = cm_2\Delta t = cda^3\Delta t$$

4. Daugiaaukščio namo liftininkas, būdamas punktualus žmogus, lifto kabinoje pakabino tikslų švytuoklinį laikrodį, kad žinotų kada pasibaigia darbo diena. Lifto judėjimo su pagreičiu laikas aukštyn ir žemyn yra vienodas (nejudančio su liftu laikrodžio atžvilgiu); vienodi yra ir pagreičių moduliai. Ar liftininkas baigs darbą laiku, anksčiau ar vėliau?

Sprendimas

Tegul laikrodžio švytuoklės ilgis yra l . Tuomet nejudančios ar judančios su liftu pastoviu greičiu švytuoklės periodas yra lygus:

$$T = 2\pi\sqrt{l/g}.$$

Tegul lifto pagreičio modulis pradant judėti ir stabdant yra vienodas ir lygus a . Tuomet švytuoklės periodas liftui pradant leistis ar stabdant pakilus bus:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{l/(g-a)},$$

o pradant kilti ir stabdant nusileidus

$$T_2 = 2\pi\sqrt{l/(g+a)}.$$

Lifto įsibėgėjimo ir stabdymo laikai yra vienodi, juos pažymime t , ir $t=nT$. Laikai, kuriuos užfiksuoja laikrodis liftui įsibėgėjant ir stabdant

$$t_1 = n_1T = \frac{t}{T_1}T = t\sqrt{\frac{g-a}{g}}, \quad t_2 = n_2T = \frac{t}{T_2}T = t\sqrt{\frac{g+a}{g}}.$$

Taigi, nejudantis ir įrengtas lifte laikrodžiai po vieno lifto pakilimo ar nusileidimo rodys laiką, besiskiriantį dydžiu

$$\Delta t = 2t - t_1 - t_2 = t\left(2 - \sqrt{\frac{g-a}{g}} - \sqrt{\frac{g+a}{g}}\right)$$

parodysim, kad $\Delta t > 0$. Imame

$$\Delta t = t\left(2 - \sqrt{\frac{g-a}{g}} - \sqrt{\frac{g+a}{g}}\right) > 0,$$

$$2 > \sqrt{\frac{g-a}{g}} + \sqrt{\frac{g+a}{g}}.$$

Pastarąją nelygybę pakėlę kvadratu gauname

$$4 > \frac{g-a}{g} + \frac{g+a}{g} + \frac{2}{g}\sqrt{g^2 - a^2}, \quad g > \sqrt{g^2 - a^2}.$$

Kadangi gavome teisingą nelygybę, tai laikrodis, esantis lifte atsiliks nuo nejudančio su liftu laikrodžio ir liftininkas dirbs ilgiau.

5. Cilindriniam inde, kurio skersmuo d , yra $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ temperatūros vandens. Jame visiškai paniręs plūduriuoja ledo gabalas, kuriame yra įšalusi švininė plokštelė. 1) Kaip pakito vandens lygis inde ledui išsilydžius? 2) Išreikškite švininės plokštelės masę per d , vandens lygio pokytį ledui išsilydžius bei vandens, ledo ir švino tankius. 3) Koks šilumos kiekis buvo sunaudotas ledui išlydyti?

Sprendimas

1) Kadangi ledui išsilydžius masė nekinta, o vandens tankis didesnis už ledo tankį, iš ledo susidaręs vanduo užims mažesnę tūrį, ir vandens lygis inde pažemės.

2) Pažymime ledo ir švino mases m_l ir m_s , vandens, ledo ir švino tankius ρ_v , ρ_l ir ρ_s , vandens lygio pokytį h . Iš Archimedo dėsnio gauname

$$\frac{m_l}{\rho_l} + \frac{m_s}{\rho_s} = \frac{m_l + m_s}{\rho_v}$$

Tūrio pokytį ledui virstant vandeniu išreiškiame per vandens lygio pokytį:

$$\frac{m_l}{\rho_l} - \frac{m_l}{\rho_v} = \frac{\pi d^2 h}{4}$$

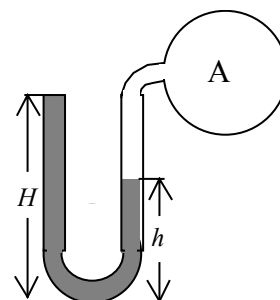
Iš pateiktų formulių gauname

$$m_s = \frac{\pi d^2 h \rho_l \rho_v}{4(\rho_l - \rho_v)}$$

3) Ledo savitąją lydymosi šilumą pažymime λ . Iš anksčiau pateiktos formulės išreiškiame ledo masę. Tada ieškomasis šilumos kiekis

$$Q = \lambda m_l = \frac{\pi d^2 h \rho_l \rho_v \lambda}{4(\rho_v - \rho_l)}$$

6. Dujų slėgiui inde A matuoti prie jo prijungtas U formos vamzdelis, iš dalies užpildytas gyvsidabriu. Kokio didumo slėgis gali būti išmatuotas tokiu manometru? $H=76\text{ cm}$, $h=38\text{ cm}$, gyvsidabrio tankis 13600 kg/m^3 .



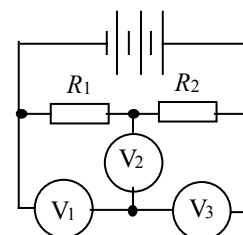
Sprendimas

Gyvsidabris kairėje vamzdelio šakoje pradės leisti žemyn kai slėgis inde taps mažesnis už

$$p_{\max} = \rho g(H - h)$$

Tai atitinka pusę atmosferos slėgio. Kai dešinėje bus vakuumas, t.y., kai slėgis inde bus lygus nuliui, gyvsidabrio lygis abiejose šakose bus vienodas. Taigi, manometras gali matuoti slėgį nuo nulio iki 50 kPa.

7. Sujungus pateiktą paveikslė elektrinę grandinę pirmasis voltmetas rodo 5 V. Akumulatoriaus elektrovara 12 V, jo vidaus varža labai maža, o visi trys voltmetrai vienodi. Kiek rodo antrasis ir trečiasis voltmetrai? Koks varžų R_1 ir R_2 santykis?



Sprendimas

Kadangi voltmetrai V_1 ir V_3 sujungti nuosekliai ir prijungti prie akumulatoriaus, juose krinta 12 V įtampa, todėl V_3 rodo 7 V.

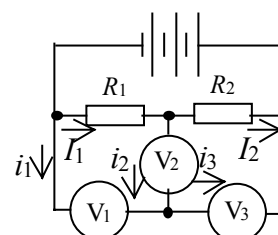
Voltmetrų parodymai proporcingi jais tekančių srovių stipriams i_1 , i_2 ir i_3 . Todėl $i_1/i_3=5/7$. Kadangi $i_1+i_2=i_3$, tai $i_1/i_2=2/5$, todėl antrasis voltmetas rodo 2 V.

Panaudodami Omo dėsnį parašome tokias lygtis:

$$I_1 R_1 + U_2 + U_3 = E,$$

$$I_2 R_2 + U_1 - U_2 = E,$$

iš kurių gauname:

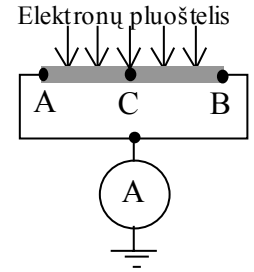


$$\frac{I_1 R_1}{I_2 R_2} = \frac{E - U_2 - U_3}{E - U_1 + U_2}.$$

Laikome, kad voltmetrų varžos R yra žymiai didesnės už R_1 ir R_2 , todėl juose teka žymiai mažesnio stiprio srovės. Todėl $I_1 \approx I_2$, ir gauname ieškomąjį santykį

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{E - U_2 - U_3}{E - U_1 + U_2}, \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{3}.$$

8. Į vienalytį strypelį krinta homogeniškas elektronų pluoštelis (t.y., į strypelio ploto vienetą kas sekundę krinta vienodas elektronų skaičius). Strypelio varža R . Sujungus pateiktą paveiksle elektrinę grandinę ampermetras rodo srovės stiprį I . Kokia įtampa yra tarp strypelio galo (taškas A) ir jo vidurio (taškas C)?



Sprendimas

Kadangi strypelis vienalytis, tai elektros srovė pasiskirsto jame simetriškai taškui C, o taške C srovės stipris lygus nuliui. Tegu į strypelio vienetinį ilgį krinta n elektronų per sekundę, suteikdami jam elektros krūvį q . Pažymėkime atstumu x nuo taško C esantį strypelio ilgio elementą dx . Srovės stiprio pokytis tame elemente

$$dI = qdx,$$

todėl

$$I(x) = \int_0^x qdx = qx.$$

Įtampos kritimas strypelio elemente dx pagal Omo dėsnį yra

$$dU = IdR = qx \frac{R}{l} dx,$$

čia l – strypelio ilgis. Tada įtampa tarp taškų A ir C yra tokia:

$$U = \int_0^{l/2} dU = \int_0^{l/2} \frac{qxRdx}{l} = \frac{qRl}{8} = \frac{IR}{8}, \quad \text{nes } ql = I.$$

9. Elektros varikliuke panaudotas pastovus magnetas, sukuriantis 0,2 T magnetinės indukcijos lauką. Varikliuko rotorius turi 100 kvadratinės formos vijų, per kurių priešingų kraštinių vidurius eina sukimosi ašis. Vijos kraštinės ilgis 2 cm, laido skersmuo 0,05 mm. Kokį maksimalų jėgos momentą sukuria toks varikliukas panaudojus 6 V įtampos šaltinį? Vario savitoji varža $1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$.

Sprendimas

Pagal Ampero dėsnį lygiagrečią sukimosi ašiai kvadrato kraštinę veikia jėga

$$F = BIl,$$

čia B – magnetinė indukcija, $B=0,2$ T, I – laidu tekančios elektros srovės stipris, l – kvadratinės vijos kraštinės ilgis. Jėgų, veikiančių statmenąsias ašias kraštines, momentai kompensuojami ašies atramų reakcijos. Maksimalus jėgos momentas, veikiantis rotorius, išreiškiamas formule

$$M = 2nF \frac{l}{2} = nBIl^2.$$

Srovės stipriui rasti apskaičiuojame rotoriaus laido varžą:

$$R = \frac{\rho \cdot 4nl}{\pi(d/2)^2} = \frac{16\rho nl}{\pi d^2}.$$

Kadangi pagal Omo dėsnį $I=U/R$, galutinai gauname

$$M = \frac{\pi B U l d^2}{16\rho}, \quad M = 7 \cdot 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}.$$

Toks jėgos momentas gaunamas kai vijos plokštuma lygiagreti B . Kai ji statmena, $M=0$.

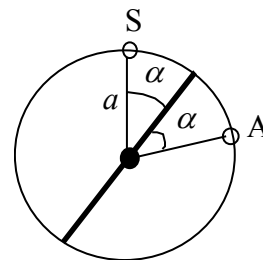
10. Plona kvadratinė plokštelė abipus veidrodiniu paviršiumi gali sukis apie ašį, einančią per priešingų jos kraštinių vidurius. Plokštelės kraštinės ilgis 10 cm. Ties lygiagrečios sukimosi ašiai kraštinės viduriu 5 cm atstumu nuo sukimosi ašies pastatomas taškinis šviesos šaltinis, o plokštelė pradeda sukis apie ašį ir apsisuka 2 kartus per sekundę. Koku greičiu ir pagreičiu juda šviesos šaltinio atvaizdas? Kokia šviesos šaltinio atvaizdo judėjimo trajektorija?

Sprendimas

Kaip matyti iš paveikslo plokštei pasisukus kampu α tiesė, nukreipta į atvaizdą, pasisuka kampu 2α . Taigi, atvaizdas sukasi apie tą pačią sukimosi ašį, kaip ir plokštelė, tik dvigubai didesniu greičiu:

$$v = 2n \cdot 2\pi a = 4n\pi a, \quad v = 1,26 \text{ m/s.}$$

Atvaizdo judėjimo trajektorija yra spindulio $a=5$ cm apskritimas, kurio centras yra ant plokštelės sukimosi ašies.



Pastaba: ši informacija interneto svetainėje www.olimpas.lt skelbiama nuo 2005 05 18.