37-OJI RESPUBLIKINĖ JAUNŲJŲ FIZIKŲ OLIMPIADA

X klasė

II ratas

1. **Lėktuvas skrenda aukštyje H pastoviu greičiu v. Lėktuvui skrendant virš ant Žemės stovinčio pabūklo, šis iššauna. Kokiu mažiausiu greičiu turėtų lėkti sviedinys, kad pataikytų į lėktuvą?**

Sprendimas

Šūvio ir pataikymo momentais lėktuvo ir sviedinio x koordinatės sutampa. Todėl horizontalioji sviedinio greičio komponentė v_x lygi v:

$$v_x = v.$$

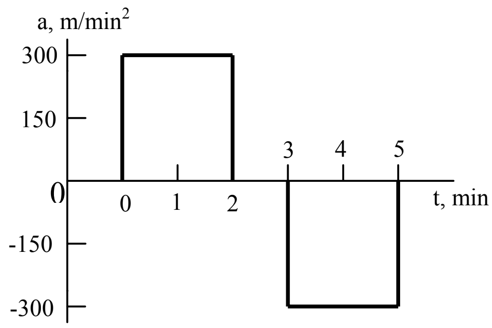
Taigi sviedinys visuomet yra tiesiai po lėktuvu. Bet dar būtina, kad sviedinys pakiltų į aukštį H, t.y. jo minimalus pradinis vertikalaus greičio dėmuo:

$$v_y = \sqrt{2gH}.$$

Ieškomas pradinis sviedinio greitis:

$$u = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v^2 + 2gH}.$$

2. **Troleibusas atstumą tarp dviejų sustojimų nuvažiuoja per 5 minutes. Brėžinyje matome jo pagreičio kitimo grafiką. Nubrėžkite troleibuso greičio ir kelio priklausomybę nuo laiko. Koks atstumas tarp stotelių?**



Sprendimas

Pažymėkime troleibuso pagreitį a, o laiką nuo jo judėjimo pradžios t. Iš sąlygos seka, kad pradinis ir galinis troleibuso greičiai lygūs nuliui. Taigi iki laiko momento t_1=2min galios sąryšiai

$$v = at,$$

$$S = \frac{at^2}{2}.$$

Laiko momentu t_1 troleibusas juda greičiu

$$v_1 = at_1. \qquad (1)$$

ir bus nuvažiavęs atstumą

$$S_1 = \frac{at_1^2}{2}. \qquad (2)$$

Laiko intervale nuo t_1 iki t_2=3min greitis pastovus, o kelio priklausomybę nuo laiko aprašo lygtis

$$S = S_1 + v_1(t - t_1) = at_1\left(t - \frac{t_1}{2}\right). \qquad (3)$$

Iš čia randame kelią laiko momentu t_2:

$$S_2 = at_1\left(t_2 - \frac{t_1}{2}\right).$$

Laiko intervale tarp t_2 it t_3=5min greitis tolygiai mažės ir galios sąryšiai

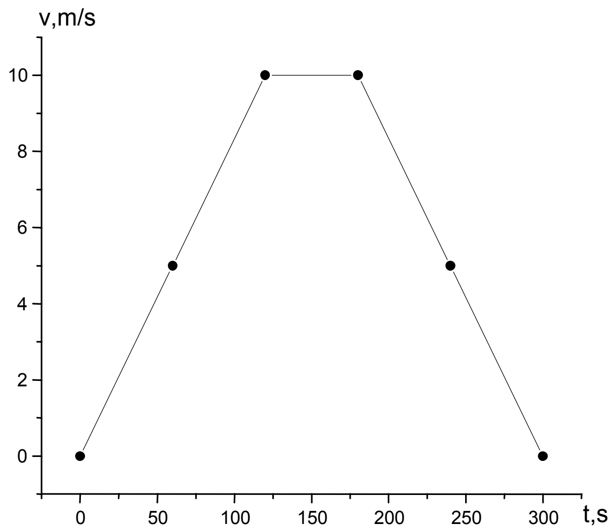
$$v = v_1 - a(t - t_2) = a(t_1 + t_2 - t), \qquad (4)$$

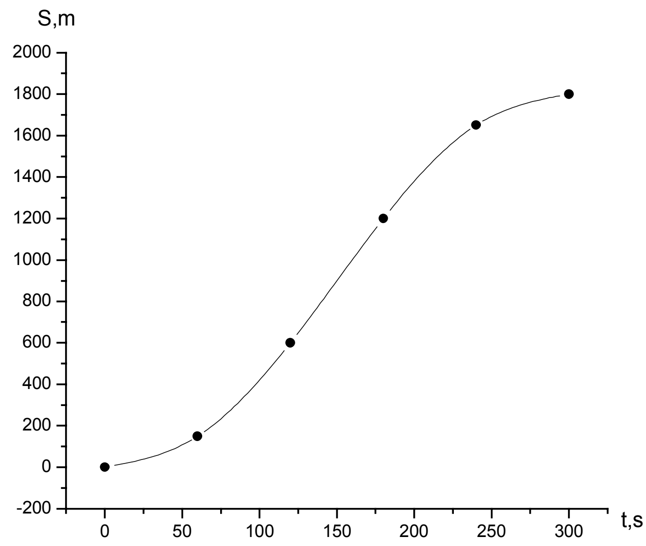
$$S = S_2 + v_1(t - t_2) - a\frac{(t - t_2)^2}{2} = -a\frac{t_1^2 + t_2^2}{2} + at\left(t_1 + t_2 - \frac{t}{2}\right). \qquad (5)$$

Pasinaudoję (1) – (5) lygtimis, sudarome lentelę.

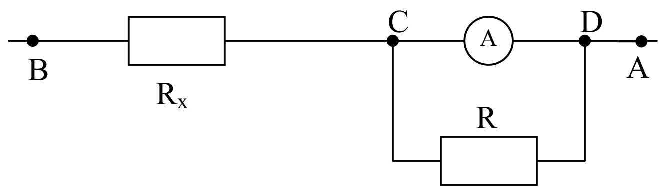
t,s	v, m/s	S, m
0	0	0
60	5	150
120	10	600
180	10	1200
240	5	1650
300	0	1800

Lentelėje pateikti duomenys grafiškai pavaizduoti pav. Atstumas tarp stotelių 1800m.
Svarbu pastebėti, kad kelio funkcijos išvestinė tolydi, todėl kelio funkcija nėra laužtinė linija.





3. Grandinėje (žr. pav.) įjungtas ampermetras rodo 2 A srovę. R = 50Ω. Varžą R prijungus prie taškų CB, ampermetras rodo 3 A. Raskite varžą R_x.



Sprendimas

Pažymėkime ampermetro varžą R_A, įtampą tarp grandinės galų U, grandinės srovės stiprumus pirmu ir antru atveju I_1 ir I_2, ampermetro parodymus i_1 ir i_2. Tuomet pirmuoju atveju:

$$I_1 = \frac{U}{R_x + \dfrac{R_A R}{R_A + R}},$$

$$i_1 = I_1 \frac{R_A R}{R_A + R} \cdot \frac{1}{R_A} = \frac{UR}{R_x (R_A + R) + R_A R}, \qquad (1)$$

o antruoju:

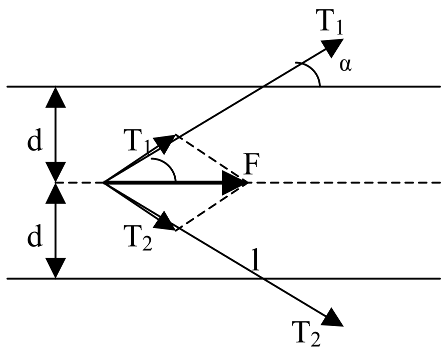
$$i_2 = I_2 = \frac{U}{R_A + \dfrac{R_x R}{R_x + R}}. \qquad (2)$$

Iš (1) ir (2) matome, kad dvi lygtys turi tris nežinomuosius. Taigi bendruoju atveju uždavinio išspręsti negalima. R_x vertę surasime ampermetrą laikydami idealiu, t.y., priimdami R_A=0. Turėdami tai omenyje, iš (1) ir (2) randame:

$$R_x = R\frac{i_2 - i_1}{i_1} = 2{,}5\Omega.$$

4. Du turistai, palei upę, kurios plotis 8 m, priešingais krantais prieš srovę pastoviu greičiu upės viduriu tempia valtį. Tam jie naudoja dvi 6 m ilgio prie valties priekio pritvirtintas virves. Kiek kartų pasikeistų jėga, kuria jiems reikia tempti valtį, jeigu jie turėtų trigubai ilgesnes virves?

Sprendimas



Pažymėkime upės plotį 2d, virvės ilgį pirmuoju atveju l, o jėgas, kuriomis traukiamos virvės pirmuoju ir antruoju atveju, atitinkamai T_1 ir T_2.
Iš sąlygos galima suprasti, kad valties greitis abiem atvejais toks pat. T.y., abiem atvejais valtį veikia tokio paties dydžio atstojamoji įtempimų jėga F. Pirmuoju atveju (žr. pav.):

$$\cos\alpha = \frac{F/2}{T_1} = \frac{\sqrt{l^2 - d^2}}{l}. \qquad (1)$$

Tuo pačiu būdu antrajam atvejui gauname:

$$\frac{F/2}{T_2} = \frac{\sqrt{(3l)^2 - d^2}}{3l}. \qquad (2)$$

Iš (1) ir (2) gauname:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\sqrt{(3l)^2 - d^2}}{3\sqrt{l^2 - d^2}}.$$

Įstatę sąlygoje duotas skaitines vertes, randame

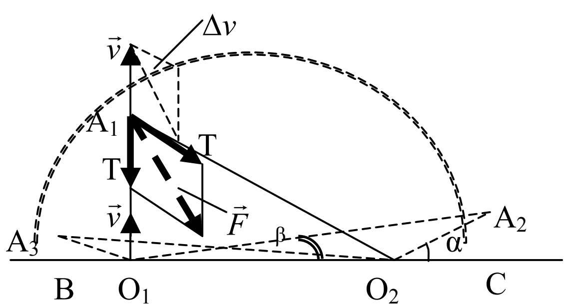
$$\frac{T_1}{T_2} \approx 1{,}3.$$

Taigi antruoju atveju valtį reiks tempti 1,3 karto silpniau.

III ratas

5. Idealaus siūlo, kurio ilgis L, galai pritvirtinti prie plokštumos. Atstumas tarp siūlo galų l=L/2. Siūlu laisvai gali slankioti materialus taškas, kurio masė m. Sistema yra nesvarumo būsenoje. Pradiniu momentu materialiam taškui, esančiam prie vieno siūlo galo, suteikiamas statmenas plokštumai greitis v. Aprašykite taško judėjimo trajektoriją.

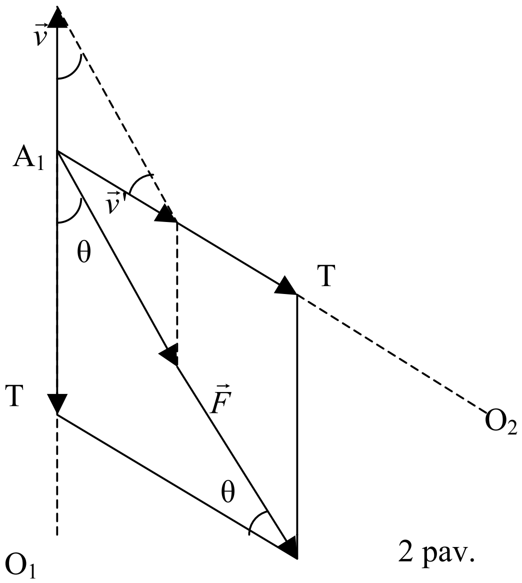
Sprendimas



1 pav.

Uždavinio sprendimą iliustruoja 1 pav. Siūlas pritvirtintas taškuose O_1 ir O_2. Materialus taškas startuoja iš taško O_1. Tam tikrą laiką, kol siūlas neįsitempęs, materialus taškas juda neveikiamas jokių jėgų, t.y., pastoviu greičiu v statmenai plokštumai. Kai materialus taškas pasiekia tašką A_1, siūlas įsitempia. Idealaus siūlo masė lygi nuliui, todėl kiekviename jo taške veikia vienodo dydžio įtempimo jėga T. Jėgų atstojamoji F taške A_1 bus nukreipta kampo $O_1A_1O_2$ pusiaukampinės kryptimi. Ta pačia kryptimi bus nukreiptas ir materialaus taško greičio pokytis Δv. Sistemoje energijos nuostolių nėra, todėl, pakitus greičio v krypčiai, jo absoliutus dydis neturi keistis.

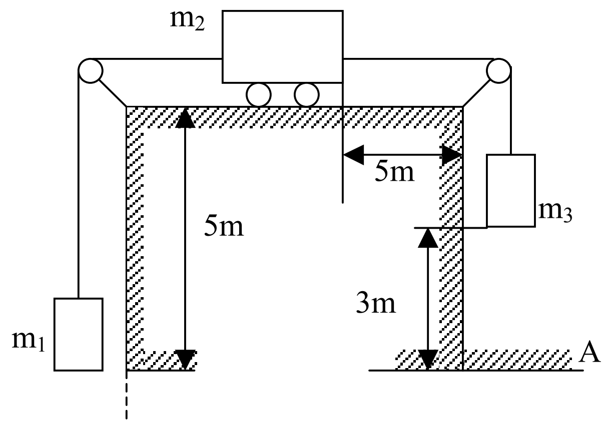
Kaip matyti iš 2 pav., po smūgio taške A_1 materialus taškas toliau judės O_2 kryptimi. Taške O_2 jis atšoka nuo plokštumos tokiu pat kampu α, kokiu krinta. Taške A_2 siūlas vėl įsitempia. Pakartoję ankstesnius samprotavimus, patirsime, jog materialus taškas toliau judės O_1 kryptimi, kampu β atšoks nuo plokštumos, atsidurs taške A_3 ir t.t. Matome, kad $\alpha > \beta$. Akivaizdu, kad analogiška nelygybė galios ir visų vėlesnių smūgių į plokštumą metu. Taigi po kiekvieno smūgio materialus taškas judės vis arčiau plokštumos. Praėjus be galo ilgam laikui, jis judės atkarpa BC.



2 pav.

Pastaba. Taškai A_1, A_2, A_3,... B, C išsidėstę ant elipsės, kurios židiniai O_1 ir O_2. Yra žinoma, kad šviesos spindulys, nukreiptas iš vieno elipsės židinio, po atspindžio nuo veidrodinio elipsės paviršiaus sugrįžta į antrąjį židinį. Taigi materialaus taško judėjimas analogiškas paminėtajam šviesos spindulio sklidimui.

6. Ant stalo stovi vežimėlis, sujungtas per nesvarius skridinius permestu siūlu su svareliais (žr. pav.). Vežimėlio masė m_2=200g, o svarelių masės: m_1= 40g, m_3=60g. Sistema pradeda judėti iš paveikslėlyje parodytos padėties. Dešinysis svarelis, pasiekęs apatinę atramą A, nuo jos neatšoka. Kokiu atstumu nuo šios atramos bus dešinysis svarelis praėjus 9s nuo judėjimo pradžios?



Sprendimas

Nuosekliai išnagrinėsime sistemos judėjimą per 9s.

I. Sistema juda tolygiai greitėdama, kol svarelis m_3 pasiekia atramą A (žr. pav.). Šiuo atveju sistemos pagreitis

$$a_1 = g\frac{m_3 - m_1}{m_1 + m_2 + m_3}. \qquad (1)$$

Laiką, per kurį bus pasiekta atrama, rasime iš sąryšio

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{a_1}}, \qquad (2)$$

kur h – atstumas tarp svarelio m_3 pradinės padėties ir atramos. Įstatę skaitines vertes, randame (žr. (1) – (2))

$$t_1=3s.$$

Vežimėlio ir svarelių greitis tuo momentu

$$v_2=a_1t_1. \qquad (3)$$

II. Svarelis m_s stovi, o vežimėlis ir svarelis m_1 juda tolygiai lėtėdami pagreičiu

$$a_2 = g\frac{m_1}{m_1 + m_2}. \qquad (4)$$

Praėjus laikui (žr. (1) – (4))

$$t_2 = \frac{v_2}{a_2} = 1{,}2s,$$

vežimėlis ir svarelis m_1 sustos. Jų nueitas kelias

$$S_2 = h + v_2 t_2 - \frac{a_2 t_2^2}{2} = 4{,}2m < 5m.$$

III. Vežimėlio ir svarelio m_1 sistema juda tolygiai greitėdama pagreičiu a_2, kol siūlas, jungiantis vežimėlį ir svarelį, įsitempia. Aišku, kad tam prireiks laiko $t_3=t_2$, o sistema vėl įgis greitį

$$v_3=v_2, \tag{5}$$

tik jo kryptis bus priešinga.

IV. Vežimėlis ir abu svareliai pradeda judėti kartu. Sistemos greitis staigiai pakinta. Impulso tvermės dėsnis

$$v_3(m_1 + m_2) = v_4(m_1 + m_2 + m_3). \tag{6}$$

Toliau sistema juda tolygiai lėtėdama pagreičiu a_1. Pasinaudoję (1) – (3) bei (5) – (6), randame, kad sistema sustos praėjus laikui

$$t_4 = \frac{v_4}{a_1} = 2{,}4s.$$

Per tą laiką svarelis m_3 pakyla į aukštį

$$h' = v_4 t_4 - \frac{a_1 t_4^2}{2}. \tag{7}$$

V. Sistema juda tolygiai greitėdama pagreičiu a_1. Svarelis atramą vėl pasiektų po laiko

$$t_1' = \sqrt{\frac{2h'}{a_1}} = 2{,}4s.$$

Kadangi

$$t = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = 7{,}8s < 9s,$$

o

$$t + t_1' = 10{,}2s > 9s,$$

tai, praėjus T=9s nuo judėjimo pradžios, svarelis m_3 bus

$$H = h' - \frac{1}{2} a_1 (T - t)^2 = 1{,}44m$$

atstumu nuo atramos A.

7. Moksleivis įjungė pilną vandens elektrinį arbatinį, kurio talpa 3 litrai, o po 15 min pamatė, kad beliko tik pusė vandens. Tuomet jis įpylė tiek vandens, kad arbatinis vėl būtų pilnas. Po kiek laiko dabar užvirs vanduo? Pradinė vandens ir arbatinio temperatūra 12°C. Vandens specifinė šiluma c = 4,19·108J/kg.K, garavimo specifinė šiluma λ = 2,3·10^6 J/kg. Arbatinio šiluminė talpa B = 2,095 kJ/kg. Arbatinio našumą laikyti pastoviu.

Sprendimas

Pažymėkime vandens tankį ρ, jo pradinį tūrį V, šildytuvo naudingąją galią N. Tuomet vandens masė arbatinyje m=ρV, o šilumos balanso lygtis po laiko T_1=15min

$$NT_1 = mc\Delta t + \frac{1}{2} m\lambda + B\Delta t. \tag{1}$$

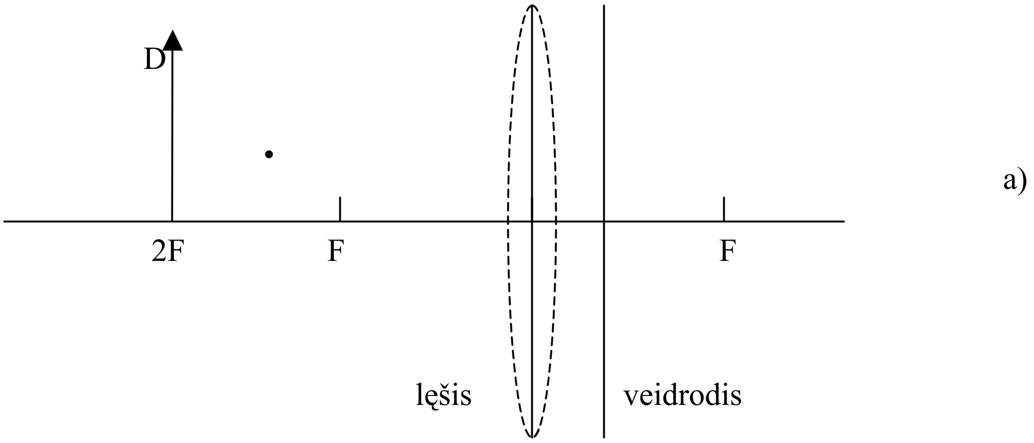
Čia $\Delta t = 100^0 C - t_0$. Vėl įpylus vandens, belieka užvirinti tik naujai įpiltą vandenį, kurio masė m/2. Šilumos balanso lygtis šiam procesui

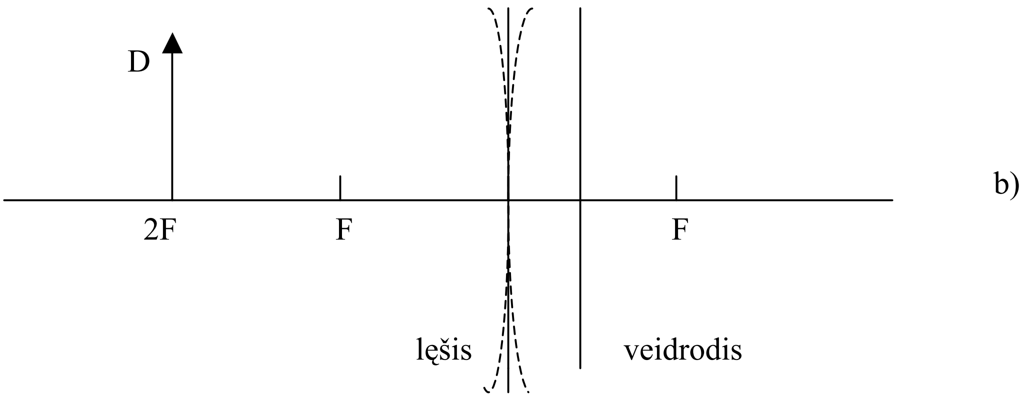
$$NT_2 = \frac{1}{2} mc\Delta t, \tag{2}$$

kur T_2 – ieškomasis laikas. Iš (1) – (2) randame

$$T_2 = T_1 \frac{mc(100^0 C - t_0)}{m\lambda + 2(mc + B)(100^0 C - t_0)} = 105s.$$

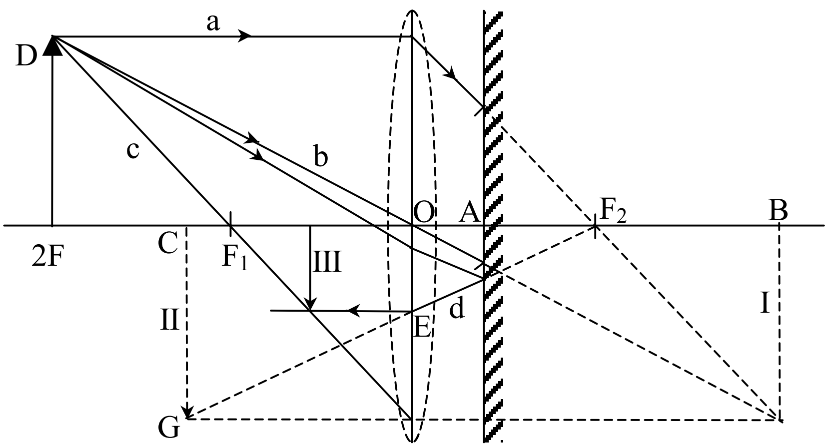
8. Duotame brėžinyje raskite visus daikto D vaizdus.





Sprendimas

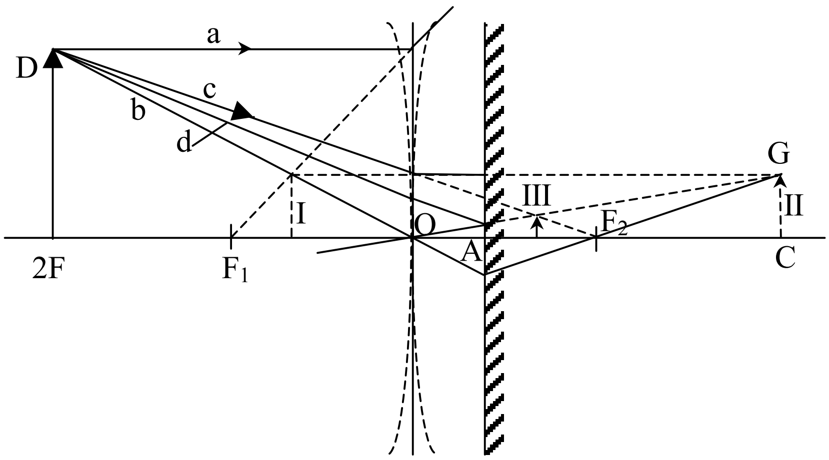
<u>a atvejis.</u>



Spindulys a eina lygiagrečiai optinei ašiai, o lūžęs – į lęšio židinį F_2. Spindulys b eina per optinį centrą O ir todėl nelūžta. Susidaro I vaizdas.

Plokščias veidrodis atspindi spindulius, todėl susidaro II vaizdas (t.y. I vaizdo veidrodinis atspindys). Spindulys c eina per židinį F_1, lūžta, krinta statmenai į veidrodį ir grįžta tuo pačiu keliu atgal. Be to, egzistuoja toks spindulys d, kurio tęsiniai eina į židinį F_2 ir II vaizdo viršūnę G. Po lūžio taške E šis spindulys eina lygiagrečiai optinei ašiai. Spindulių c ir d susikirtimas parodo trečiojo, šį kartą jau tikrojo, vaizdo vietą.

b atvejis.



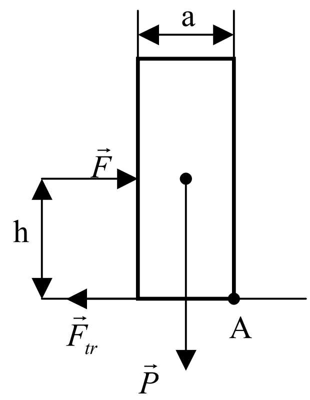
Spindulys a eina lygiagrečiai optinei ašiai, o jo tęsinys po lūžio – į židinį F_1. Spindulys b eina per optinį centrą O. Susidaro I vaizdas. Jo atspindys veidrodyje duoda II vaizdą (AC=AB).
Spindulys c, ėjęs į židinį F_2, po lūžio eina lygiagrečiai optinei ašiai, o po atspindžio grįžta tuo pačiu keliu atgal. Spindulys d po lūžio eina per optinį centrą O, o jo tęsinys – per II vaizdo viršūnę G. Spindulių c ir d tęsinių susikirtimo vieta parodo II vaizdo susidarymo vietą. Visi trys vaizdai – menami.

Eksperimentas

9. Duoti tašelis ir liniuotė. Raskite trinties koeficientą tarp tašelio ir stalo.
Sprendimas

Pažymėkime tašelio plotį ir svorį a ir P, ieškomąjį trinties koeficientą μ. Aukštyje h liniuotę įrėmę į galu pastatytą tašelį (žr. pav.), veikiame jį jėga F. Jėgai F pamažu didėjant, tašelis pradeda šliaužti arba virsti. Kadangi taško A, apie kurį suktųsi virsdamas tašelis, atžvilgiu veikiančių jėgų momentai

$$M_1 = Fh, \quad M_2 = \frac{1}{2}Pa,$$



tai tašelis pradės šliaužti, bet nevirs, kai

$$Fh \le \frac{1}{2}Pa,$$
$$F > F_{tr\max},$$

kur F_{trmax} – maksimali trinties jėga tarp tašelio ir stalo paviršių:

$$F_{tr\max} = \mu P. \qquad (1)$$

Taip bus, kai h vertė palyginus nedidelė. Aišku, kad tašelis virs, bet nešliauš, kai

$$Fh > \frac{1}{2}Pa,$$
$$F \le F_{tr\max}.$$

Taip bus, kai h pakankamai didelis. Tašelis tuo pačiu metu virs ir šliauš, kai

$$Fh_0 = \frac{1}{2}Pa,$$
$$F = F_{tr\max}. \qquad (2), (3)$$

Pasinaudoję (1) – (3), randame

$$\mu = \frac{a}{2h_0}.$$

Taigi suradę ir išmatavę h_0, rasime ir μ. Įvertinkime eksperimento sąlygas. Jei H – tašelio aukštis, tai turi galioti sąryšis

$$H \geq h_0 = \frac{a}{2\mu}.$$

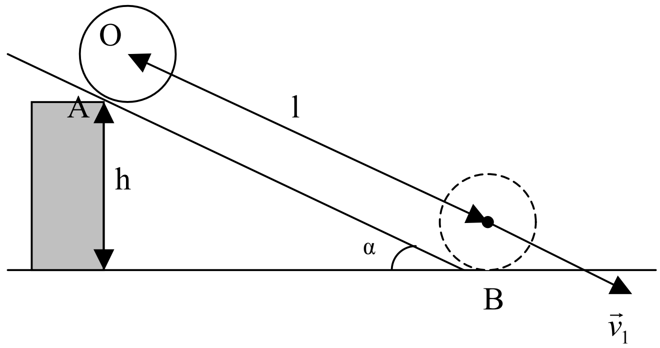
Iš čia seka, kad, esant $\mu \geq 0{,}5$, eksperimentą galima atlikti su bet kokių proporcijų tašeliu.

Pastaba. Galimi ir kiti būdai. Pavyzdžiui, kad ir toks: stalą paverčiame tokiu kampu α, kad tašelis juo slystų tolygiai. Tuomet μ=tgα.

10. Vairuotojas, naudodamasis laiko matuokliu ir žinomo skersmens cilindru, gali nustatyti kelio nuolydžio kampą. Atlikite šią užduotį pasinaudodami lentute, skersmens d = 22mm tuščiaviduriu cilindru ir laiko matuokliu. Nuolydžiui sudaryti naudokite 1 užduočiai skirtą tašelį.

Sprendimas

Tarkime, kad, nuėję nuožulniąja plokštuma atstumą l, nusileidžiame žemyn dydžiu h (žr. pav.).



Tai reiškia, kad nuožulniosios plokštumos nuolydžio kampas

$$\sin\alpha = \frac{h}{l}. \qquad (1)$$

Ridendami cilindrą nuo taško A iki taško B, randame l:

$$l = \pi n d, \qquad (2)$$

kur n – cilindro apsisukimų skaičius.

Aukščio h ieškome taip. Leidžiame cilindrui iš rimties būsenos taške A laisvai riedėti ir išmatuojame laiką t, per kurį jis pasiekia tašką B. Vidutinis cilindro greitis:

$$v_{vid} = \frac{l}{t}. \qquad (3)$$

Riedėjimo trintis maža, todėl jos galima nepaisyti. Jeigu greitis nedidelis, galima nesiskaityti ir su oro pasipriešinimu. Todėl cilindro judėjimą galima laikyti tolygiai greitėjančiu ir užrašyti:

$$v_{vid} = \frac{1}{2}v_1, \qquad (4)$$

kur v_1 – cilindro centro judėjimo greitis taške B. Bet cilindras ne tik slenka, bet ir sukasi apie savo centrą O. Jeigu cilindras neslysta, jo sienelės sukamojo judesio linijinis greitis taip pat lygus v_1. Todėl cilindro kinetinė energija taške B

$$E_K = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} = mv_1^2.$$

Iš energijos tvermės dėsnio

$$mgh = mv_1^2. \qquad (5)$$

Iš (1) – (5) randame

$$\sin\alpha = \frac{4\pi n d}{gt^2}.$$

Kai α mažas

$$\alpha \approx \frac{4\pi n d}{gt^2}.$$

Užduotys ir sprendimai skelbiami iš leidinio:

37-OJI RESPUBLIKINĖ JAUNŲJŲ FIZIKŲ OLIMPIADA. *Parengė V. Dienys, R. Žemaitis*

Pastaba: ši informacija interneto svetainėje www.olimpas.lt skelbiama nuo 2005 11 23.