38-OJI LIETUVOS JAUNŲJŲ FIZIKŲ OLIMPIADA

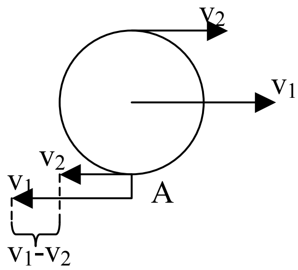
XI klasė

II ratas

1. **Automobilis ledu važiuoja 72km/h greičiu. Po to, kai vairuotojas perjungė pavarą, spidometras rodo 54km/h. Po kiek laiko automobilis pradės judėti šiuo greičiu? Trinties koeficientas μ=0,04.**

Sprendimas

Svarbiausia – suprasti, kad spidometras rodo tik ratų sukimosi greitį. Todėl, staigiai perjungus pavarą, tik ratai juda (sukasi), v_2=54km/h=15m/s greičiu , o pati mašina iš pradžių ir toliau važiuoja v_1=72km/h=20m/s greičiu. Ledo atžvilgiu ratai ir slysta, ir rieda vienu metu: rieda greičiu v_2, o slysta greičiu v_1-v_2. (Aplink rato ašį rato taškas A (žr. pav.) sukasi greičiu v_2, o ledas rato atžvilgiu slenka greičiu v_1. Todėl slydimo greitis lygus v_1-v_2). Ratai nustos slysti, kai trinties jėga sumažins slydimo greitį iki nulio, t.y., per laiką



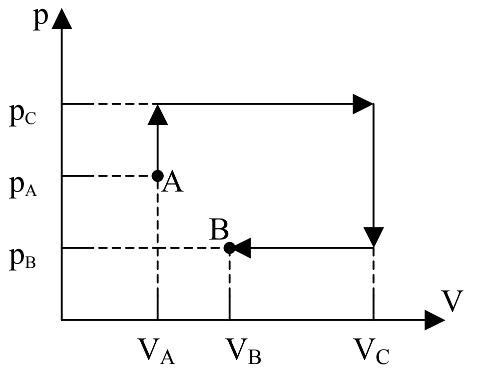
$$\Delta t = \frac{v_1 - v_2}{\mu g},$$

kur μg – trinties jėgos sukurtas pagreitis.

$$\Delta t = 12{,}7\text{s}.$$

2. **Idealiose dujose vykęs procesas pavaizduotas diagrama (žr. pav.). Kiek kartų skirsis dujų temperatūra proceso pradžioje ir pabaigoje?**

Sprendimas



Matuokime slėgį vienetais, lygiais p_B, o tūrį – vienetais, lygiais V_0. Kaip matyti iš pav.

$$\left.\begin{aligned} p_A &= 2p_B, \\ V_A &= 3V_0, \\ V_B &= 5V_0. \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Jei proceso metu dujų masė m nekinta, tai iš Klapeirono – Mendelejevo dėsnio ($pV = \frac{mRT}{\mu}$) turime

$$\frac{p_B V_B}{T_B} = \frac{p_A V_A}{T_A}. \qquad (2)$$

Čia T_A ir T_B – dujų temperatūros pradžioje ir pabaigoje.
Iš (1) – (2):

$$\frac{T_A}{T_B} = 1{,}2.$$

Pastaba. Jeigu proceso metu dujų masė keistųsi, tai vietoje (2) lygties turėtume:

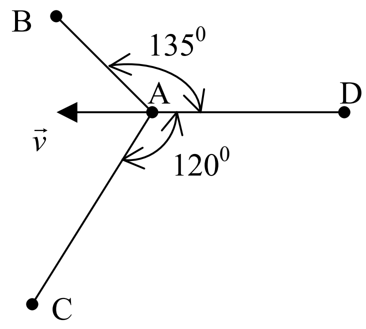
$$\frac{p_B V_B}{T_B m_B} = \frac{p_A V_A}{T_A m_A}. \qquad (3)$$

Iš (1) ir (3):

$$\frac{T_A}{T_B} = 1{,}2\frac{m_B}{m_A}.$$

Kur m_A ir m_B – dujų masės pradžioje ir pabaigoje.

3. Raketa, skrendanti 2km aukštyje 400km/h greičiu lygiagrečiai Žemės paviršiui, virš taško A subyrėjo į tris dalis (žr. pav.). Pirma dalis, kurios masė 50kg, nukrito taške D, antra dalis – taške B, o trečia – taške C. AB=3km, AC=8,54km, AD=1,11km. Pradiniu momentu visos trys dalys juda plokštumoje, lygiagrečioje Žemės paviršiui. Raskite raketos masę. Oro pasipriešinimo nepaisyti.



Sprendimas

Pirmas dalykas, kurį galime iš karto paskaičiuoti, raketos dalių kritimo laikas t:

$$h = \frac{gt^2}{2}, \qquad t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \tag{1}$$

h=2 km.

Horizontalia kryptimi nei Žemės trauka, nei oro pasipriešinimas (nes laikome, kad jo nėra) šių dalių neveikia, todėl jų judėjimas horizontaliojoje plokštumoje yra tiesiaeigis ir tolydus. Raketos dalių B, C ir D greičiai atitinkamai lygūs:

$$\left.\begin{aligned} v_B &= \frac{AB}{t}, \\ v_C &= \frac{AC}{t}, \\ v_D &= \frac{AD}{t}. \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Kaip jau minėta, horizontalia kryptimi išorinės jėgos neveikia, todėl horizontaliojoje plokštumoje judesio kiekis nekinta (apie kinetinę energiją to pasakyti negalime). Sudarome tokią lygtį impulsų x-dėmenims (x ašis nukreipta greičio $\vec{v}$ kryptimi):

$$mv = m_B v_B \cos(180^0 - 135^0) + m_C v_C \cos(180^0 - 120^0) - m_D v_D, \tag{3}$$

ir tokią lygtį impulsų y – dėmenims:

$$0 = m_B v_B \sin(180^0 - 135^0) - m_C v_C \sin(180^0 - 120^0), \tag{4}$$

$$m = m_B + m_C + m_D. \tag{5}$$

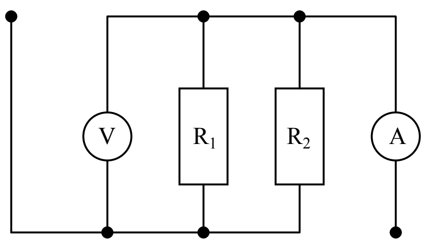
m, m_B, m_C, m_D – raketos ir jos dalių masės.

(1) – (5) išraiškos apima 7 lygtis ir 7 nežinomuosius. Iš (1) – (2) randame v_B, v_C ir v_D, iš (3) – (5) – m_B ir m_C ir tuomet galiausiai – m:

m=522kg.

Raketos masė lygi 522kg.

4. Įjungtas į grandinę ampermetras rodo 3,2A, voltmetras – 240V (žr. pav.). R_1=100Ω. Rasti varžą R_2.



Sprendimas

Rezistoriai R_1 ir R_2 sujungti lygiagrečiai, todėl juos galime pakeisti vienu rezistoriumi, kurio varža R:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \qquad R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \tag{1}$$

Rezistoriumi R teka elektros srovė I=3,2A ir krinta įtampa U=240V (jei voltmetro varža be galo didelė). Belieka užrašyti Omo dėsnį

$$I = \frac{U}{R}. \tag{2}$$

Iš (1) – (2):

$$R_2 = \frac{UR_1}{IR_1 - U},$$
$$R_2 = 300\Omega.$$

5. Duota: 1) netaisyklingos formos sunkaus nežinomo metalo gabalėlis, 2) netaisyklingos formos nežinomo, neskęstančio medžio gabalėlis, 3) svarstyklės su svareliais, 4) netaisyklingos formos indas su vandeniu, 5) siūlas.
Sugalvokite būdą, kaip su tokiomis priemonėmis nustatyti medžio tankį.
(Šis uždavinys suformuluotas remiantis laboratoriniu darbu, kurį aprašė prof. Ig. Končius 1928 m.)

Sprendimas

Vienas būdas yra toks. Sveriame metalą ore (tuomet jo masė m_1) ir vandenyje (m_1\`). Surišame metalą su medžiu (kad medis nuskęstų) ir pasveriame ore ($m_2$) bei vandenyje ($m_2$\`). Pagal Archimedo dėsnį metalo tūrį užimantis vanduo sveria (m_1-m_1\`), metalo ir medžio tūrio vanduo sveria ($m_2$-$m_2$\`). Tuomet medžio tūrio vanduo svers (m_2-m_2\`) - ($m_1$-$m_1$\`), o kadangi pats medis sveria (m_2-m_1), tai

$$m_2 - m_1 = \rho_{med} V,$$
$$(m_2 - m_2') - (m_1 - m_1') = \rho_{vand} V,$$

kur ρ_{med} ir ρ_{vand} – medžio ir vandens tankiai, V – jų tūriai. Taigi

$$\rho_{med} = \rho_{vand} \frac{m_2 - m_1}{m_2 - m_2' - m_1 + m_1'}.$$

III ratas

6. Ant stalo guli kamuoliukas, prie kurio pririštas l ilgio siūlas. Antrasis siūlo galas laikomas rankoje virš kamuoliuko. Ranka juda pastoviu greičiu v aukštyn. Pradiniu laiko momentu siūlas neįtemptas. Koks turi būti greitis v, kad kamuoliukas atsitrenktų į ranką?

Sprendimas

Sprendimas tampa visai paprastu perėjus prie atskaitos sistemos, judančios kartu su ranka. Tuomet iš pradžių kamuoliukas juda greičiu v žemyn. Siūlui įsitempus, kamuoliukas atšoka atgal. Jei tai buvo tamprus smūgis, tai kamuoliukas atšoka tuo pačiu greičiu v, tik dabar nukreiptu į viršų. Toliau judėdamas sunkio jėgos lauke, rankos atžvilgiu kamuoliukas turi pakilti į aukštį l, t.y.,

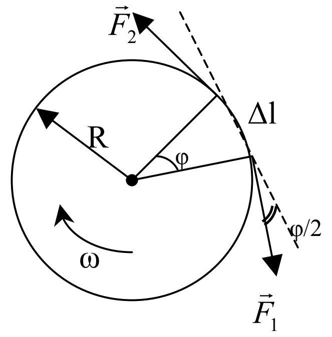
$$l = \frac{v^2}{2g},$$
$$v = \sqrt{2gl}.$$

Jei smūgis būtų netamprus, tai, akivaizdu, prireiktų didesnio greičio. Jei smūgis tamprus, tai kamuoliukas pasiektų ranką ir didesniu, nei v greičiu. Todėl atsakymą reikėtų užrašyti taip:

$$v \geq \sqrt{2gl}.$$

7. **Leidžiant nuo bokšto viela nutrūksta, kai jos ilgis tampa lygus l. Iš nutrūkusios vielos gabalo padarome žiedą. Kokiu kampiniu greičiu ω reikia sukti žiedą aplink jo paties ašį, kad žiedas trūktų?**

Sprendimas



Pažymėkime vielos ilgio vieneto masę ρ, o maksimalų įtempimą, kurį gali ištverti viela – T. Leidžiama nuo bokšto viela nutrūks tada, kai kabančios dalies svoris ρgl susilygins su T:

$$T = \rho g l. \qquad (1)$$

Sukant padarytą žiedą, kiekvieną jo mažą dalelę $\Delta l\,(\Delta l << R)$ veikia įcentrinė jėga F_{in}, atsirandanti dėl žiedo vielos įtempimo jėgų F_1 ir F_2 (žr. pav.).

$$\vec{F}_{in} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2, \ |\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = F.$$

Iš brėžinio matyti, kad

$$\left.\begin{aligned} F_{in} &= 2F\sin\frac{\varphi}{2}, \\ \varphi &= \frac{\Delta l}{R},\ l = 2\pi R. \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Imame kiek norime mažą dalelę, todėl $\varphi \to 0$ ir

$$\sin\frac{\varphi}{2} \to \frac{\varphi}{2}. \qquad (3)$$

Antra vertus, ta maža dalelė juda įcentriniu pagreičiu $a_{in} = \omega^2 R$, dalelės masė $\Delta m = \rho\Delta l$, todėl

$$F_{in} = \Delta m a_{in} = \rho\omega^2 R\Delta l. \qquad (4)$$

Žiedas plyšta, kai vielos įtempimo jėga pasiekia maksimalią vertę:

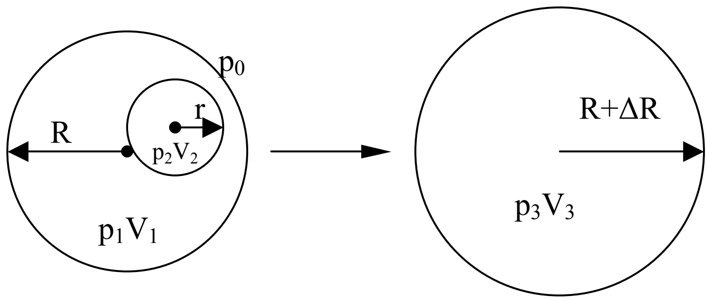
$$F = T. \qquad (5)$$

Iš (1) – (5):

$$\omega = 2\pi\sqrt{\frac{g}{l}}.$$

8. **Susprogus R spindulio muilo burbulo viduje mažesniam r spindulio muilo burbului, išorinio muilo burbulo spindulys padidėjo dydžiu ΔR. Raskite muilo plėvelės paviršiaus įtempimo koeficientą. Atmosferos slėgis p_0.**

Sprendimas



Sąlygoje aprašytas procesas ir fizikinių dydžių žymėjimai pavaizduoti pav.

R_0 spindulio muilo burbulo viduje slėgis didesnis už išorinį dydžiu $\Delta p = \frac{4\sigma}{R_0}$, todėl

$$\left.\begin{aligned} p_1 &= p_0 + \frac{4\sigma}{R}, \\ p_2 &= p_1 + \frac{4\sigma}{r}, \\ p_3 &= p_0 + \frac{4\sigma}{R+\Delta R}. \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Dujų tūriai:

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= \frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi r^3, \\ V_2 &= \frac{4}{3}\pi r^3, \\ V_3 &= \frac{4}{3}\pi (R+\Delta R)^3. \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Jei burbulų viduje esančios dujos idealios, tai dujų būvio lygtys, užrašytos visiems trims atvejams:

$$\left.\begin{aligned} p_1 V_1 &= \frac{m_1}{\mu} RT, \\ p_2 V_2 &= \frac{m_2}{\mu} RT, \\ p_3 V_3 &= \frac{m_3}{\mu} RT. \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Akivaizdu, kad

$$m_1 + m_2 = m_3. \qquad (4)$$

Iš (3) – (4) gauname:

$$p_1 V_1 + p_2 V_2 = p_3 V_3. \qquad (5)$$

Iš (1), (2) ir (5):

$$\sigma = \frac{p_0}{4} \frac{(R+\Delta R)^3 - R^3}{R^2 + r^2 - (R+\Delta R)^2}. \qquad (7)$$

<u>Pastaba.</u> Tokį patį rezultatą gautume ir tuomet, kai iš pradžių burbuliukuose yra skirtingos dujos, kurių molekulinės masės nevienodos, o paviršiaus įtempimo koeficientai apytiksliai tokie patys.

9. Elektrolitu tekant srovei I=10A, jame išsiskiria vandenilis. Kiek laiko reikia laukti, kad gautas vandenilis ore pakeltų masės M=10g balionėlį? Balionėliui pradėjus kilti išorinio ir vidinio slėgių santykis lygus 1,047. Oro molekulinė masė μ_{oro}=29g/mol.

<u>Sprendimas</u>

Užrašome elektrolizės dėsnį:

$$m_{H2} = \frac{\mu_H I \Delta t}{e n N_A}. \qquad (1)$$

Svarbu, kad elektrolizės metu išsiskiria pavieniai atomai (taigi, turime atominį vandenilį, kurio molekulinė masė μ_H=1g/mol, valentingumas n=1). Po to pavieniai atomai susijungia į vandenilio molekules H_2.

Iš dujų būvio lygties

$$pV = \frac{m}{\mu} RT$$

gauname dujų tankio išraiškas orui ir vandeniliui (ρ=m/V):

$$\rho'_{oro} = \frac{p_{oro}\mu_{oro}}{RT}, \quad \rho'_{H2} = \frac{p_{H2}\mu_{H2}}{RT}. \qquad (2)$$

ir išsiskyrusio vandenilio tūrį:

$$V_{H2} = \frac{m_{H2} RT}{p_{H2}\mu_{H2}}. \qquad (3)$$

(2) formulėje štrichai pažymi, kad tankių vertės gali skirtis nuo lentelėse pateikiamų verčių (pvz., dėl didelio aukščio virš jūros lygio).

Pagal Archimedo dėsnį balionėlį kelianti jėga lygi

$$F = \rho'_{oro} V_{H2} g - \rho'_{H2} V_{H2} g. \qquad (4)$$

Kita vertus,

$$F=Mg. \qquad (5)$$

Iš (1) – (5):

$$\Delta t = \frac{MneN_A}{I\mu_H} \cdot \frac{1}{\frac{\mu_{oro}}{\mu_{H2}} \frac{p_{oro}}{p_{H2}} - 1}.$$

$$\Delta t = 125 \, \text{min}.$$

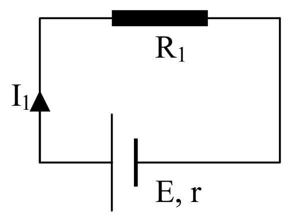
10. Du skirtingus rezistorius prijungus prie vienodų EVJ šaltinių, rezistoriuose išsiskiria vienodi šilumos kiekiai. Koks bus santykis šilumos kiekių, išsiskiriančių abiejuose rezistoriuose kartu, kai jie vieną kartą sujungti nuosekliai, o kitą kartą – lygiagrečiai? (EVJ šaltinis tas pats).

<u>Sprendimas</u>

Užrašysime lygtis, kurios bus reikalingos sprendžiant šį uždavinį. Tai Omo dėsnis visai grandinei:

$$I = \frac{E}{R + r}. \qquad (1)$$

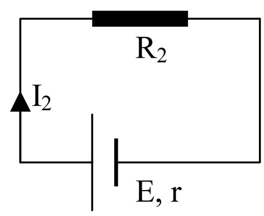
Čia E – šaltinio EVJ, r – vidinė EVJ šaltinio varža, R – išorinė grandinės varža.



1 pav.

Šilumos kiekis, išsiskiriantis per laiką t išorinėje grandinėje:

$$Q = I^2 Rt. \qquad (2)$$



2 pav.

Šilumos kiekis, išsiskiriantis rezistoriuose R_1 ir R_2, kai jie sujungti nuosekliai ir lygiagrečiai (3 ir 4 pav.):

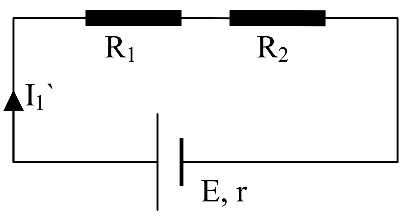
$$Q'_1 = I_1'^2 (R_1 + R_2) t, \qquad (3)$$

$$Q'_2 = I_2'^2 \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} t. \qquad (4)$$

Čia I_1\`, $I_2$\` - srovės, tekančios šiose grandinėse:

$$I'_1 = \frac{E}{R_1 + R_2 + r}, \qquad (5)$$

$$I'_2 = \frac{E}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + r}. \qquad (6)$$



3 pav.

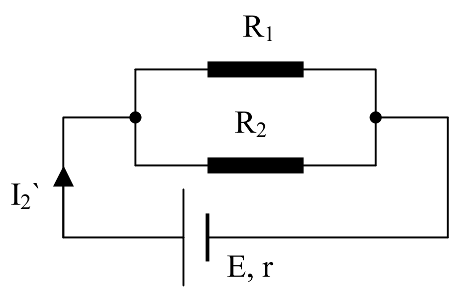
Iš (3) – (6):

$$\frac{Q'_1}{Q'_2} = \frac{(R_1 R_2 + R_1 r + R_2 r)^2}{R_1 R_2 (R_1 + R_2 + r)^2}. \qquad (7)$$

Toliau pažiūrėsime, koks ryšys tarp R_1, R_2 ir r. Iš sąlygos (1 ir 2 pav.):

$$Q_1 = Q_2, \qquad (8)$$

$$Q_1 = I_1^2 R_1 t, \quad Q_2 = I_2^2 R_2 t. \qquad (9)$$



4 pav.

Be to,

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + r}, \qquad (10)$$

$$I_2 = \frac{E}{R_2 + r}. \qquad (11)$$

Iš (9) – (11):

$$r = \sqrt{R_1 R_2}. \qquad (12)$$

Iš (7) ir (12):

$$Q_1^{'} = Q_2^{'}.$$

Eksperimentas

11. Nustatykite gintaro tankį. Duota: žinomo tankio NaCl tirpalas, cenzūra, indas su distiliuotu vandeniu, tuščias indas, NaCl druska, gintaro gabaliukas (gintaras skęsta duotajame NaCl tirpale), kintamos 6V įtampos šaltinis, miliampermetras (0+1A), reostatas, jungiamieji laidai.

Sprendimas

Sprendime naudosimės Archimedo dėsniu ir elektros srovės per elektrolitą priklausomybe nuo druskos koncentracijos.

1būdas. Tarkime, druskos koncentracija nedidelė. Tuomet praktiškai visos NaCl molekulės disocijuoja, o elektros srovė I nuo koncentracijos n priklauso tiesiškai (esant tam pačiam potencialų skirtumui tarp elektrodų):

$$I = an, \qquad (1)$$

a – proporcingumo koeficientas.

Toliau išsiaiškinkime, koks n ir tirpalo tankio ρ_t ryšys. Jei tūrio V skystyje yra masė m vandens ir masė Δm druskos, tai

$$\rho_t = \frac{m + \Delta m}{V}. \qquad (2)$$

Nedidelis ištirpintos druskos kiekis mažai keičia tirpalo tūrį, todėl tirpalo tūris V apytiksliai lygus vandens tūriui. Jei vandens tankis ρ_V, tai

$$\rho_V = \frac{m}{V}. \qquad (3)$$

Be to,

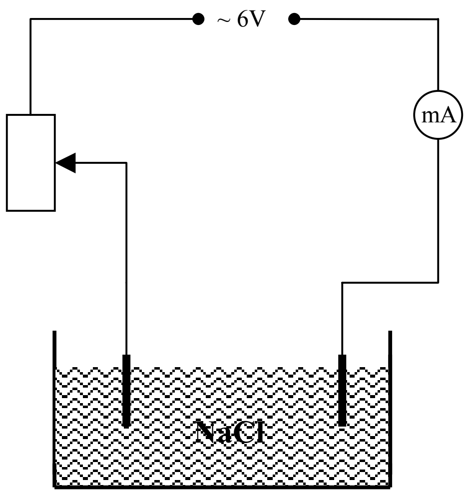
$$n = \frac{\Delta m}{V}. \qquad (4)$$

Iš (2) – (4):

$$n = \rho_t - \rho_V, \qquad (5)$$

o iš (1) ir (5):

$$I = a(\rho_t - \rho_V). \qquad (6)$$



Sukonstruokime elektros grandinę pagal pav. Iš pradžių leiskime elektros srovei tekėti druskos tirpalu, kurio tankis ρ_{t1} žinomas. Jei tuomet teka srovė I_1, tai (žr. (6)):

$$I_1 = a(\rho_{t1} - \rho_V). \qquad (7)$$

Šiame tirpale gintaras skęsta. Iš Archimedo dėsnio aišku, kad tuomet gintaro tankis ρ_G didesnis už tirpalo tankį. Imkime distiliuotą vandenį, įmeskime ten gintaro gabalėlį ir įberkime tiek druskos, kad susidariusio tirpalo tankis ρ_{t2} būtų lygus ρ_G. Tai galima nustatyti pagal gintaro elgesį – tuomet jis nei į paviršių kyla, nei į dugną leidžiasi, o būna pusiausvyroje tirpalo viduje. Jei šiuo tirpalu teka srovė I_2, tai:

$$I_2 = a(\rho_{t2} - \rho_V) = a(\rho_G - \rho_V). \qquad (8)$$

Abiem atvejais ((7) ir (8)) reikia stengtis, kad bandymai vyktų panašiomis sąlygomis (tas pats atstumas tarp elektrodų, tas pats jų panardinimo gylis, tas pats tirpalo tūris ir įtampos kritimas tirpale (įtampą reguliuojame reostatu), ir t.t.). Nereikia užmiršti, kad tekant srovei išsiskiria Cl_2 dujos ir NaOH šarmas, todėl keičiasi tirpalo savybės (ir tankis taip pat). Todėl srovę reikia matuoti be reikalo negaištant laiko.
Iš (7) – (8):

$$\rho_G = \rho_V + (\rho_{t1} - \rho_V)\frac{I_2}{I_1}. \tag{9}$$

<u>2būdas.</u> Išmatuojame srovę I_1, tekančią žinomo tankio tirpalu. Po to pagaminame $\rho_{t2}=\rho_G$ tankio tirpalą. Jam (žr. (2)):

$$\rho_{t2} = \frac{m + \Delta m}{V}, \quad \rho_{t2} = \rho_G. \tag{10}$$

Šį tirpalą atskiedžiame tokiu vandens tūriu V_1, kad tirpalu vėl tekėtų srovė I_1. Tuomet tirpalo tankis lygus ρ_{t1}:

$$\rho_{t1} = \frac{m + \Delta m + \rho_V V_1}{V + V_1}. \tag{11}$$

Iš (10) ir (11):

$$\rho_G = \rho_{t1} + (\rho_{t1} - \rho_V)\frac{V_1}{V}.$$

ρ_{t1} ir ρ_V žinome, V ir V_1 išmatuojame menzūrėle.
Antrojo būdo tikslumui neturi įtakos nei tirpalo tūrio pokytis dėl į jį įdėtos druskos, nei nukrypimai nuo tiesinės (1) priklausomybės. Nereikia tirpale palaikyti ir vienodos įtampos, nes ir pradžioje, ir pabaigoje grandine teka ta pati elektros srovė I_1 (įtampos kritimas ant EVJ šaltinio ir reostato nepakinta, todėl jis nepakinta ir tirpale). Taigi, antrasis būdas patikimesnis.

Užduotys ir sprendimai skelbiami iš leidinio:
38-OJI LIETUVOS JAUNŲJŲ FIZIKŲ OLIMPIADA. *Parengė Raimundas Žemaitis*

Pastaba: ši informacija interneto svetainėje www.olimpas.lt skelbiama nuo 2005 10 11.