

## XII klasė

## II ratas

1. Ant indo dugno stovi kūgis. Kai į indą įpilama tiek vandens, kad kūgis būtų pilnai apsemtas, jėga, kuria kūgis spaudžia indo dugną, padidėja 2 kartus. Po kūgio pagrindu vanduo nepatenka. Koks kūgio medžiagos tankis?

Sprendimas

Nesant vandens, kūgis sleigia pagrindą jėga:

$$F_1 = mg, \quad m = \rho V, \quad V = \frac{1}{3}Sh. \quad (1)$$

Čia  $m$ ,  $\rho$  ir  $V$  – kūgio masė, jo medžiagos tankis ir tūris,  $h$  ir  $S$  – kūgio aukštis ir pagrindo plotas (1 pav.).

Jei vanduo patektų po kūgiu, tai kūgis dugno nebeslėgtų – dugną veiktų tik vandens hidrostatinis slėgis  $p = \rho_v gh$  ( $\rho_v$  – vandens tankis). Be to, tuomet atsirastų ir kūgį veikianti Archimedo jėga. Būtina sąlyga Archimedo jėgai atsirasti – skysčio arba dujų slėgio jėgos, nukreiptos ir į viršų, ir į apačią. Jei vanduo nepatenka po kūgiu, tai ir Archimedo jėgos nėra, nes nėra vandens slėgio iš apačios.

Taigi, įpylus vandens, kūgio pagrindą sleigia vanduo, esantis vertikaliame cilindre virš kūgio pagrindo. Ši vandens slėgio jėga lygi

$$F_2 = m_2 g, \quad m_2 = \rho_v V_v, \quad V_v = Sh - \frac{1}{3}Sh = \frac{2}{3}Sh. \quad (2)$$

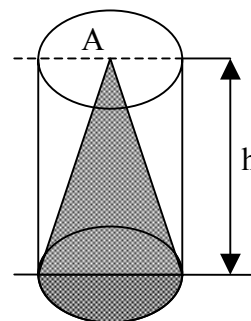
Kur  $V_v$  – tūris vandens, esančio cilindre virš kūgio.

Iš (1) ir (2) ir sąlygos  $\frac{F_1 + F_2}{F_1} = 2$  randame kūgio medžiagos tankį:

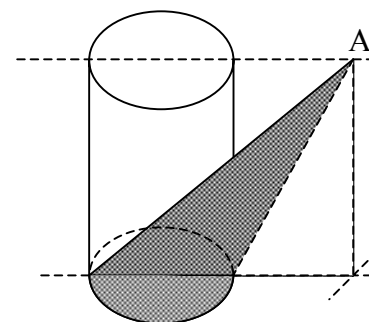
$$\rho = 2\rho_v,$$

$$\rho = 2g / cm^3.$$

Dabar belieka pastebėti, kad sprendimo eigoje turėjome omeny statųjį kūgį (bet nebūtinai apskritąjį). Jei kūgis būtų ne statusis, o pasvirasis, ir jo viršūnės A projekcija žemyn būtų už kūgio pagrindo ribų (t.y., jei kūgis išeitų už cilindro ribų, žr. 2 pav.), tai keistųsi ir uždavinio sprendimas, ir atsakymas. Prireiktų ir papildomų pradinių sąlygų.



1 pav.



2 pav.

2. Plokščiojo kondensatoriaus plotas  $S$ , atstumas tarp jų  $d$ . Kaip pasikeitė kondensatoriaus talpa patalpinus tarp plokščių intarpą, kurio plotas  $S$ , storis  $d/2$ , o jo medžiagos dielektrinė skvarba  $\epsilon$ ? Kokia bus talpa, kai tokios pat medžiagos intarpo matmenys bus  $S/2$  ir  $d$ ? Kokia bus kondensatoriaus talpa tarp plokščių patalpinus matmenų  $S$  ir  $d/2$  metalinį intarpą?

Sprendimas

Sprendime naudosime plokščiojo kondensatoriaus talpos formulę:

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}.$$

Oro dielektrinė skvarba  $\epsilon=1$ , todėl iš pradžių

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{d}. \quad (1)$$

Patalpinę į oro tarpą dielektrinę plokštelę, gauname sistemą, analogišką dviem sujungtiems kondensatoriams.

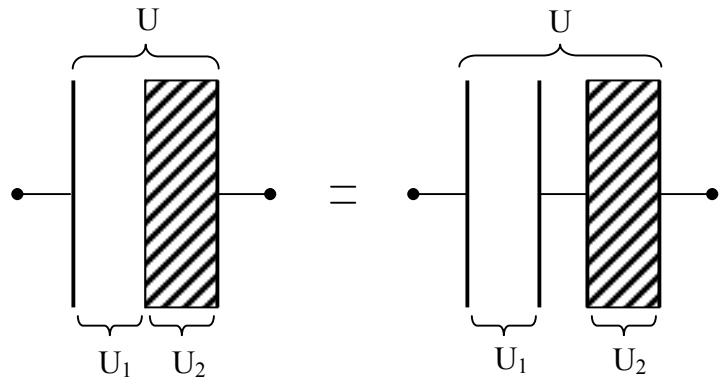
Pirmuoju atveju, kai plokštelės matmenys  $S$  ir  $d/2$ , turime du nuosekliai sujungtus kondensatorius, kurių talpos:

$$C_1 = \frac{2\varepsilon_0 S}{d}, \quad (2)$$

$$C_2 = \frac{2\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}. \quad (3)$$

Iš tikrųjų, tarkime, prijungus EVJ šaltinį, ant vieno iš tokių kondensatorių krenta įtampa  $U_1$ , ant kito  $U_2$  (1 pav.). Nuosekliai sujungtų kondensatorių bendra įtampa  $U=U_1+U_2$ . Taip yra ir mūsų atveju, todėl abu naujieji kondensatoriai sujungti nuosekliai, o jų bendrai talpai  $C'$  galioja sąryšis:

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}. \quad (4)$$



1 pav.

Iš (1) – (4):

$$\frac{C'}{C_0} = \frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}. \quad (5)$$

Antruoju atveju, kai plokštelės matmenys  $S/2$  ir  $d$ , turime du lygiagrečiai sujungtus kondensatorius, kurių talpos

$$C_1' = \frac{\varepsilon_0 S}{2d}, \quad (6)$$

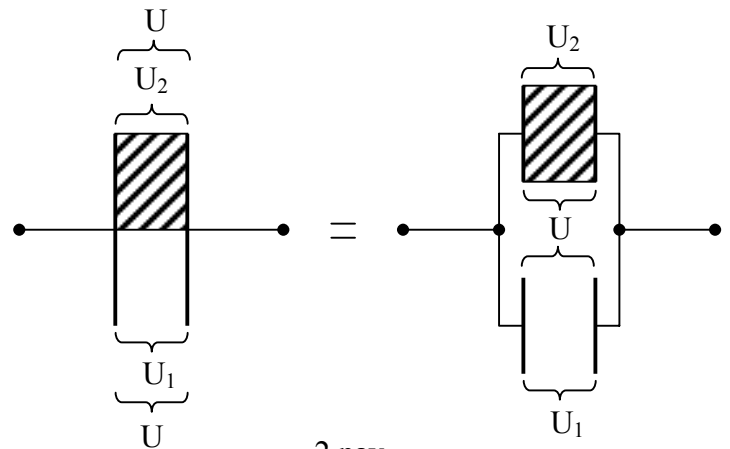
$$C_2' = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{2d}. \quad (7)$$

Iš tikrųjų,  $U_1=U_2=U$ , t.y., taip, kaip ir lygiagrečiai sujungtiems kondensatoriams (2 pav.). Bendra talpa tokiu atveju

$$C'' = C_1' + C_2'. \quad (8)$$

Iš (1) ir (6) – (8):

$$\frac{C''}{C_0} = \frac{1+\varepsilon}{2}. \quad (9)$$



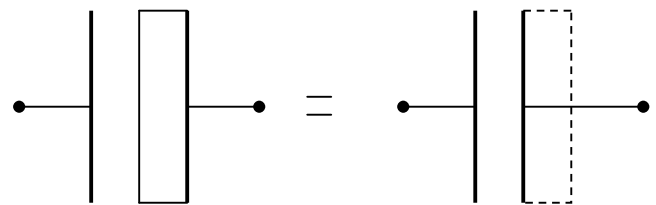
2 pav.

Trečiuoju atveju, patalpinę metalinį intarpą gauname kondensatorių, tarp kurio plokštelių atstumas sumažintas per intarpo storį (3 pav.). Tokio kondensatoriaus talpa

$$C''' = \frac{\varepsilon_0 S}{d - d/2} = \frac{2\varepsilon_0 S}{d}. \quad (10)$$

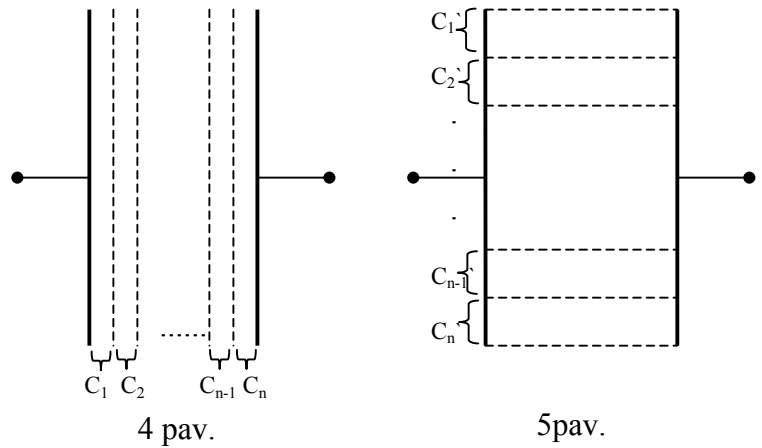
Iš (1) ir (10):

$$\frac{C'''}{C_0} = 2. \quad (11)$$



3 pav.

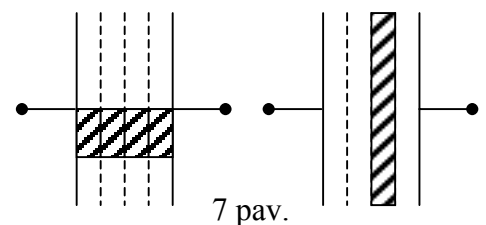
Visais atvejais intarpą glaudėme prie pirminio kondensatoriaus kraštų. Bet tai – jau mūsų pačių sugalvotas apribojimas, nors uždavinio sąlygoje apie tai net neužsiminta. Bet taip pat akivaizdu, kad nuo intarpo padėties kondensatoriaus talpa nepriklauso. Juk mintimis padaliję didelį kondensatorių į  $n$  mažesnių kondensatorių (4 ir 5 pav.), matome, kad, keičiant mažuosius vietomis, jų bendra talpa nesikeičia ir yra lygi pradinei didžiojo kondensatoriaus talpai. Tą patį rezultatą gautume ir padaliję į daug mažų kondensatorių didelį kondensatorių su intarpu. Juk, pavyzdžiui, tokių schemų:



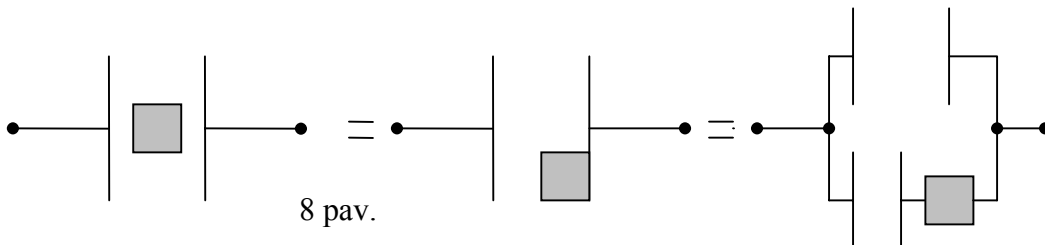
bendros talpos vienodos.

Žinoma, visa tai teisinga tik su sąlyga, kad elektrinio lauko linijos kondensatoriaus viduje lygiagrečios viena kitai ir statmenos kondensatoriaus plokštelėms, o kondensatoriaus išorėje esančio lauko nepaisome (taip bus, kai  $\sqrt{S} \gg d$ ).

Pastaba. Naudoti 4 pav. galime tik tuo atveju, kai intarpas eina ištaisai nuo vieno kondensatoriaus krašto (t.y., šono arba viršaus) iki kito, nes mažųjų kondensatorių (7 pav.) „plokštelės“ turi eiti ekvipotencialiniais paviršiais (t.y., taip, kad visų „plokštelės“ taškų potencialas būtų vienodas).



Dėl šios priežasties 5 pav. tinka visoms intarpų formoms ir padėtimis. Tad, pavyzdžiui, kondensatorių 8 pav. galime pakeisti taip:



**3. Į U formos stiklinį vamzdelį, kurio skerspjūvio plotas  $1\text{cm}^2$ , įpilta 25ml gyvsidabrio. Laikant vamzdelį taip, kad jo šakos būtų vertikalios, pūstelėjus į vieną šaką, gyvsidabrio lygis šakose pradeda svyruoti. Rasti to svyravimo periodą.**

**Sprendimas**

Gyvsidabrio stulpeliui pasislinkus iš pusiausvyros padėties, jį veiks jėga, besistengianti gražinti į pusiausvyros padėtį, t.y., suvienodinti stulpelių aukščius abiejose šakose. Tos jėgos didumas

$$F = 2\rho g S x,$$

kur  $\rho$  – gyvsidabrio tankis,  $S$  – vamzdelio skerspjūvio plotas,  $x$  – kurios nors šakos stulpelio paviršiaus (o tuo pačiu ir viso gyvsidabrio) poslinkis pusiausvyros padėties atžvilgiu. Matome, kad  $F$  – kvazielastinė jėga, kur elastingumo koeficientą  $k$  atitinka

$$k = 2\rho g S. \quad (1)$$

Svyravimų periodas tuomet

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (2)$$

Juda, svyruoja visas gyvsidabris, todėl  $m$  – viso gyvsidabrio masė

$$m = \rho V, \quad (3)$$

$V$  – viso gyvsidabrio tūris. Iš (1) – (3):

$$T = \pi \sqrt{\frac{2V}{gS}}, \quad (4)$$

$$T = 0,70s.$$

Realybėje šis dydis didesnis, nes skysčio judėjimą stabdo trintis (klampumas).

Beje, (4) galime perrašyti ir taip:

$$T = \pi \sqrt{\frac{2l}{g}},$$

kur  $l$  – gyvsidabrio užimamas vamzdelio ilgis ( $V=Sl$ ). Taigi,  $T$  priklauso tik nuo gyvsidabrio lygio vamzdelyje ir laisvojo kritimo pagreičio.

**4. Plokščiojo kondensatoriaus plokštės įtvirtinamos vertikaliai 10cm atstumu viena nuo kitos. Vienas 50cm ilgio siūlo galas įtvirtinamas, prie kito jo galo prikabinamas 0,1g masės ir 1cm spindulio tuščiaviduris metalinis rutuliukas. Tarp plokščių palaikomas 10kV įtampa, bandymas atliekamas vakuume. Rutuliukas pradžioje priglaudžiamas prie vienos iš plokščių. Po to paleistas, jis svyruoja tarp plokščių jų neliesdamas. Rasti svyravimų periodą.**

#### Sprendimas

Neįsielektrinę rutuliukas, veikiamas sunkio jėgos  $F_1$

$$F_1 = mg, \quad (5)$$

svyruotų periodu

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

kur  $l$  – siūlo ilgis,  $m$  – rutuliuko masė. Tačiau, palietęs vieną iš kondensatoriaus plokštelių, rutuliukas įsielektrina, ir atsiranda dar viena jį veikianti jėga – elektrinė. Panagrinėkime tai išsamiau.

Kondensatoriaus plokštės viena kitos atžvilgiu turi potencialą  $\varphi = \pm 10kV$ . Ženklas „ $\pm$ “ priklauso nuo to, kurios plokštės potencialą matuojame – teigiamai ar neigiamai įkrautos. Tarkime, kad rutuliukas prisilietė prie teigiamai įelektrintos plokštės, t.y., plokštės, kurios potencialas  $\varphi_0 = 10kV$  atžvilgiu plokštės, įkrautos neigiamai. Net jei, pavyzdžiui, teigiama plokštė įžeminta (potencialas Žemės atžvilgiu lygus nuliui), vis tiek šios plokštės potencialas neigiamai įelektrintos plokštės atžvilgiu lygus  $\varphi_0$ . Be to, visais panašiais atvejais abi plokštės turi vienodo dydžio ir priešingų ženklų krūvis:

$$Q = \varphi C.$$

$C$  – kondensatoriaus talpa.

Prie įelektrinto plokštės paviršiaus prilietus metalinį rutuliuką, jo visas paviršius irgi įgyja potencialą  $\varphi_0$  (priešingu atveju, rutuliuku tekėtų elektros srovė, tačiau ji baigia tekėti rutuliukui baigus įsikrauti). Rutuliukas – tarsi viena naujo kondensatoriaus plokštelė, antrąją tokio kondensatoriaus plokštelę šiuo atveju atstoja neigiamai įelektrinta plokštė. Taigi, rutuliuko potencialas  $\varphi_0$ , o krūvis  $q$ :

$$q = \varphi C_0,$$

$$C_0 = 4\pi\epsilon_0 r,$$

$C_0$  – rutuliuko elektrinė talpa,  $r$  – jo spindulys. Rutuliuką veikia elektrinio lauko sąlygota horizontali jėga

$$F_2 = qE, \quad E = \frac{\varphi_0}{d}, \quad (2)$$

$E$  – elektrinio lauko stiprumas kondensatoriuje,  $d$  – atstumas tarp plokščių. Jėgos  $F_1$  ir  $F_2$  viena kitai statmenos, todėl jų atstojamoji:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}. \quad (3)$$

Ši jėga suteikia rutuliukui pagreitį

$$g' = \frac{F}{m}, \quad (4)$$

todėl dabar svyravimų periodas

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}}. \quad (5)$$

Iš (1) – (5):

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{lm}{m^2 g^2 + \left(\frac{4\pi\epsilon_0 r U^2}{d}\right)^2}},$$

$$T' = 1,15s.$$

**5. Turėdami termoizoliuotą indą su vandeniu ir termometru, nuolatinės srovės šaltinį, du laidus, du kondensatorius – vieną žinomos talpos, kitą nežinomos, raskite pastarojo kondensatoriaus talpą. Aptarkite matavimo metodo tikslumą ir jo taikymo galimybes.**

### Sprendimas

Laidais prijungiamo žinomos talpos kondensatorių prie srovės šaltinio ir jį pakrauname. Tada atjungiamo laidus nuo srovės šaltinio ir jų galus įmerkiame į vandenį. Kondensatorius išsikrauna tekant elektros srovei vandeniui, ir kondensatoriaus sukaupta elektros energija virsta šiluma. Temperatūros padidėjimą išmatuojame termometru. Pagal energijos tvermės dėsnį:

$$\frac{C_0 U^2}{2} = C \Delta t_1. \quad (1)$$

$C_0$  – kondensatoriaus talpa,  $U$  – įtampa srovės šaltinio gnybtuose,  $C$  – indo su vandeniu šiluminė talpa,  $\Delta t_1$  – temperatūros padidėjimas). Tą patį pakartojame su nežinomos talpos  $C_x$  kondensatoriumi:

$$\frac{C_x U^2}{2} = C \Delta t_2. \quad (2)$$

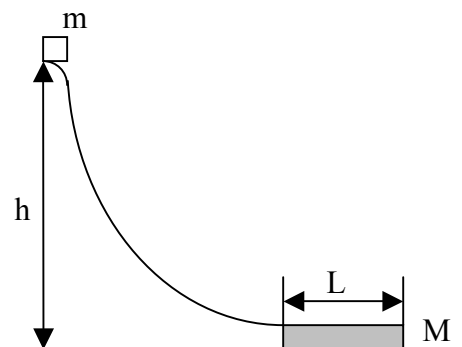
Iš (1) ir (2):

$$C_x = C_0 \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}.$$

Atlikti šį bandymą sunku, nes kondensatoriaus energija paprastai labai maža, o tuo pačiu mažas ir temperatūros pokytis. Paėmus 1mF talpos kondensatorių ir 100V įtampos šaltinį, 100g vandens temperatūra pakinta tik 0,01°C. Imant žymiai mažesnę vandens kiekį, padidėja šiluminių nuostolių dalis. Daug kartų iškraunant kondensatorių sugaištama daug laiko, o tai – nauji šilumos nuostoliai.

### III ratas

**6. Nuo kalno, kurio aukštis  $h$ , be trinties nušliuozia masės  $m$  kūnas ir patenka ant kalno papėdėje esančios rimties būvyje horizontalios ilgio  $L$  ir masės  $M$  lentos (žr. pav.). Tarp kūno ir lentos trinties koeficientas  $\mu$ . Koks šilumos kiekis išsiskirs, kūnui judant lenta? Tarp lentos ir stalo trinties nėra.**



### Sprendimas

Galimi mažiausiai du variantai.

Pirmas variantas. Kūno greitis kalno papėdėje toks didelis, kad jis, prašliaužęs išilgai lentos, nukrinta ant plokštumos. Tuomet išsiskyrusios šilumos kiekis

$$Q = F_{tr} L = \mu mgL. \quad (1)$$

$F_{tr}$  – trinties jėga.

Antras variantas. Kūno greitis mažas, jis slenka išilgai lentos, kol kūno ir lentos greičiai susilygina, ir toliau kūnas ir lenta slenka kartu greičiu  $v$ . Išsiskyrusios šilumos kiekis yra lygus pradinės kūno energijos ir galutinės kūno ir lentos kinetinės energijos skirtumui:

$$Q = mgh - \frac{(m + M)v^2}{2}. \quad (2)$$

Rasime greitį  $v$ . Kūno greitį kalno papėdėje gausime iš energijos tvermės dėsnio:

$$mgh = \frac{mv_0^2}{2}. \quad (3)$$

Po to išorinės jėgos kūno ir lentos horizontalia kryptimi nebeveikia, ir todėl galioja judesio kiekio tvermės dėsnis

$$mv_0 = (M + m)v. \quad (4)$$

Iš (2) – (4):

$$Q = \frac{mMgh}{m + M}. \quad (5)$$

O dabar patikslinsime, kokiomis sąlygomis tinka (1) rezultatas, ir kokiomis – (5). Nustatysime minimalų greitį, kuriuo kūnas pračiuožia visą lentą. Būdamas ant lentos, kūnas Žemės atžvilgiu juda pagreičiu:

$$a_1 = \frac{F_{tr}}{m} = \mu g, \quad (6)$$

nes  $F_{tr}$  – vienintelė jėga, veikianti kūną horizontalia kryptimi. Analogiškai, lenta tuo metu Žemės atžvilgiu juda pagreičiu:

$$a_2 = \frac{F_{tr}}{M} = \frac{m}{M} \mu g. \quad (7)$$

Lentos atžvilgiu kūnas juda pagreičiu

$$a = a_1 + a_2. \quad (8)$$

Kūno greitis lentos atžvilgiu iš pradžių lygus  $v_0$ , o po to – jei kūnas sustoja ant lentos – nuliui. Jei kūnas sustoja lentos gale, tai:

$$L = \frac{v_0^2}{2a}. \quad (9)$$

Iš (6) – (9):

$$v_0 = \sqrt{2\mu gL \left(1 + \frac{m}{M}\right)}. \quad (10)$$

Jei kalno papėdėje kūnas turės tokį greitį, tai lentos atžvilgiu jis sustos ties pačiu lentos galu. Jei  $v_0$  bus didesnis, nei (10) sąlygoje, tai kūnas nulėks nuo lentos. Pasitelkę (3), vietoj (10) gauname:

$$h = \mu L \left(1 + \frac{m}{M}\right). \quad (11)$$

Jei  $h \geq \mu L \left(1 + \frac{m}{M}\right)$ , galioja (1) sąryšis.

Jei  $h \leq \mu L \left(1 + \frac{m}{M}\right)$ , galioja (5) sąryšis.

Pastaba. Spręsdami tarėme, kad kūno ilgis mažas (palyginus su ant lentos nueitu keliu). Jei taip nebūtų, turėtume naują įdomų uždavinį, nes kūnas ne iš karto gula visu svoriu ant lentos. Tuomet galėtume aptarti ir atvejį, kai kūnas nukrinta nuo lentos vos pabandęs ant jos užvažiuoti. Sudėtingesnė būtų it (11) išraiška.

7. Plokščio kondensatoriaus viena plokštė skleidžia daleles, kurių greičiai nevienodi ir sudaro nuo  $1/20$  iki  $1/15$  šviesos greičio. Vienos dalelės masė lygi 8000 elektronų ramybės masei, o jos krūvis lygus dviejų elektronų krūviui. Kokia maksimali EVJ galėtų susidaryti tarp kondensatoriaus plokščių?

**Sprendimas**

Pradžioje antrąją plokštelę pasieks visos dalelės. Jos kaupsis šioje plokštelėje, ir plokštė įsielektrins. Įsielektrins ir pirmoji plokštė, bet priešingo ženklo krūviu. Tarp plokščių susidarys potencialų skirtumas. Galiausiai potencialų skirtumas taps toks didelis, kad sutrukdys pasiekti plokštelę net greičiausioms dalelėms, kurių greitis  $v_{\max}$  lygus  $1/15$  šviesos greičio. Tuomet

$$qU_{\max} = \frac{mv_{\max}^2}{2},$$

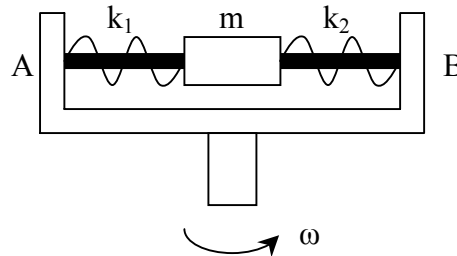
kur  $U_{\max}$  – kondensatoriaus EVJ,  $m$  ir  $q$  – vienos dalelės masė ir krūvis.

$$U_{\max} = \frac{mv_{\max}^2}{2q}, \tag{1}$$

$$U_{\max} = 4,55 \cdot 10^6 V.$$

**Pastaba.** Iš uždavinio sąlygos neaišku, kokia kryptimi juda dalelės. Tik tokiu atveju, kai jos juda iš pirmos plokštelės į antrąją ir, be to, statmenai toms plokštelėms, gauname (1) lygybę. Jei dalelės gali išlėkti visomis kryptimis (o paprastai taip ir būna), tai dalis jų jau pačioje proceso pradžioje nepasieks antrosios plokštelės ir išlėks už kondensatoriaus ribų. Taigi, kondensatoriaus EVJ bus didesnė už  $U_{\max}$ , bet tiksli jos vertė nėra paprastai randama. Prireiktų ir papildomų pradinių sąlygų.

8. Įrenginyje, kuris sukasi pastoviu kampiniu greičiu  $\omega$  apie vertikalią ašį, dviem tamprumo  $k_1$  ir  $k_2$  spyruoklėm įtvirtinta masės  $m$  mova, galinti be trinties slankioti horizontaliu strypu AB (žr. pav.). Rasti movos svyravimų periodą.



**Sprendimas**

II Niutono dėsnis  $m$  masės kūnui, kabančiam ant  $k$  tamprumo spyruoklės:

$$ma = -k\Delta x, \tag{1}$$

kur  $a$  – pagreitis,  $\Delta x$  – kūno masės centro poslinkis iš pusiausvyros padėties. Tuomet kūnas svyruoja periodu:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \tag{2}$$

II Niutono dėsnis kūnui, judančiam sąlygoje aprašytame įrenginyje:

$$ma + m\Delta a_{in} = -k_1\Delta x - k_2\Delta x. \tag{3}$$

$a$  – pagreitis, kuriuo keičiasi movos sukimosi radiusas.  $\Delta a_{in}$  – tai ne movos įcentrinis pagreitis, o įcentrinio pagreičio pokytis, atsiradęs dėl movos poslinkio iš pusiausvyros padėties (nes ir besisukančiame įrenginyje mova gali būti pusiausvyroje). Kai  $\Delta x=0$ , tai ir  $a=0$ , ir  $\Delta a_{in}=0$ . Pusiausvyros padėtis gali būti ir įrenginio centre, ir toli nuo jo, bet visais atvejais kiekvieno movos taško įcentrinis pagreitis pakinta tokiu pačiu dydžiu

$$\Delta a_{in} = -\omega^2(x_1 - x_0) = -\omega^2\Delta x. \tag{4}$$

Čia  $x_0$  ir  $x_1$  – to taško pusiausvyros padėties ir naujos padėties koordinatės.  $\Delta a_{in}$  nepriklauso nuo movos taško padėties nei įrenginio centro, nei movos masės centro atžvilgiu. Taigi,  $\Delta a_{in}$  – ir visos movos įcentrinio pagreičio pokytis. Iš (3) ir (4):

$$ma = -(k_1 + k_2 - m\omega^2)\Delta x. \tag{5}$$

Palyginus (5) su (1), aišku, kad movos judėjimas įrenginyje tapatus movos judėjimui, kai ji pakabinta ant tamprumo

$$k = k_1 + k_2 - m\omega^2$$

spyruoklės. Todėl movos svyravimo periodas

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2 - m\omega^2}}.$$

Kai  $m\omega^2 > k_1 + k_2$ , judanti mova prisispaudžia prie vienos iš šoninių atramų ir ten pasilieka.

**9. Per plokščio kondensatoriaus, kurio plokštelių plotas  $S$  ir atstumas tarp jų  $d$ , tarpą pastoviu greičiu  $v$  teka skystis, kurio savitasis laidumas  $\gamma$ . Kondensatoriaus plokštelės užtrumpintos per varžą  $R$ . Kokia galia išskiriama varžoje  $R$ , kondensatorių patalpinus į magnetinį lauką, statmeną plokštelių paviršiaus normaliai ir greičiui  $v$ ? Magnetinio lauko indukcija  $B$ .**

**Sprendimas**

Tarkime, kad skystis užpildo visą ertmę tarp kondensatoriaus plokštelių. Taip pat tarkime, kad kitur esantis skystis sąlygoje aprašytam procesui įtakos neturi. Tuomet  $\vec{v}$  yra lygiagretus plokštelėms, o EVJ susidaro tarp kondensatoriaus plokščių.

Išskirkime skystyje stulpelį, statmeną plokštelėms (žr. pav.).

Tai tarsi tiesaus laidininko dalis, kuri per laiko tarpą  $\Delta t$  kerta magnetinį srautą  $\Delta\Phi$ :

$$\Delta\Phi = B\Delta S, \quad (1)$$

$$\Delta S = v d \Delta t.$$

Ir sudaro tarp stulpelio galų EVJ, lygią

$$E = \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right|. \quad (2)$$

Tokia pati EVJ susidarys ir tarp kondensatoriaus plokštelių, nes visą skystį galime padalinti į tokiu pačius stulpelius. Šie stulpeliai vienas su kitu sujungti lygiagrečiai, todėl jų bendra EVJ irgi lygi  $E$ . Jei elektros srovė teka tik per kondensatoriaus viduje esantį skystį, tai tos skysčio dalies varža

$$r = \frac{d}{\gamma S}. \quad (3)$$

Kur  $\gamma$  – skysčio savitasis laidumas, o visos grandinės elektros srovė:

$$I = \frac{E}{R + r}. \quad (4)$$

Išoriniame rezistoriuje  $R$  išsiskirianti galia

$$P = I^2 R, \quad (5)$$

todėl iš (1) – (5):

$$P = \frac{B^2 d^2 v^2 R}{\left(R + \frac{d}{\gamma S}\right)^2}.$$

Jei skystis užpildo ne visą kondensatoriaus ertmę, tai gali būti keli atvejai.

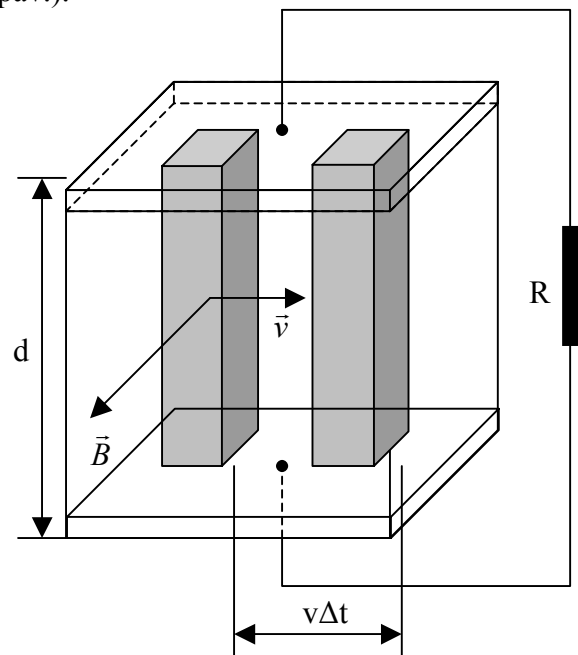
Elektros srovė visai netekės, jei skystis lies tik vieną plokštę arba nelies nei vienos iš jų. Tuomet ieškomoji galia:

$$P' = 0.$$

Jei skystis liečia dalį kiekvienos plokštės, bet neužpildo visos kondensatoriaus ertmės, EVJ lieka lygi  $E$ , o skysčio varža padidėja. Tuomet ieškomoji galia yra intervale

$$0 < P'' < P.$$

Tiksli  $P''$  vertė priklauso nuo skysčio formos ir tekėjimo krypties.





**10. Kuo lengviau uždegti gabalėlį medžio: įgaubtu veidrodžiu, kurio skersmuo 1m ir kreivumo spindulys 10m, ar 4cm skersmens ir 10cm židinio nuotolio lęšiu? Šaltinis – Saulė.**

**Sprendimas**

Atsakymas, be abejonės, priklauso nuo lęšio ir veidrodžio padėties Saulės atžvilgiu bei medžio atstumo iki jų. Tuomet galime gauti tokį atsakymą, kokio tik norime.

Panagrinėkime labiau apibrėžtą atvejį, kai lęšis ir veidrodis statmeni Saulės spinduliams (arba pasvirę vienu kampu), o medis yra kiekvieno iš jų židinyje. Saulės vaizdas taip pat bus lęšio ir veidrodžio židinyje, nes Saulė labai toli, atstumu  $d \approx 1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$  nuo Žemės. Jei  $P_0$  – Žemės paviršių pasiekianti Saulės šviesos galia, tai šviesos galia Saulės vaizde už lęšio:

$$P'_L = P_0 \frac{S'_L}{S_L} \tag{1}$$

Čia  $S'_L$  ir  $S_L$  – Saulės vaizdo ir lęšio plotai. Jei  $S_0$  – Saulės skerspjūvio plotas, o  $F_L$  – lęšio židinio nuotolis, tai Saulės vaizdo plotas už lęšio:

$$S'_L = S_0 \frac{F_L^2}{d^2} \tag{2}$$

Tą patį galime pasakyti ir apie veidrodį:

$$S'_V = S_0 \frac{F_V^2}{d^2} \tag{3}$$

$$P'_V = P_0 \frac{S'_V}{S_V} \tag{4}$$

Kur  $F_V=R/2$ ,  $R$  – veidrodžio kreivumo spindulys. Jei  $d_L$  ir  $d_V$  – lęšio ir veidrodžio skersmenys, tai

$$S_L = \frac{1}{4} \pi d_L^2, \quad S_V = \frac{1}{4} \pi d_V^2 \tag{5}$$

Iš (1) – (5):

$$\frac{P'_L}{P'_V} = \left( \frac{d_L F_V}{d_V F_L} \right)^2,$$

$$\frac{P'_L}{P'_V} = 16.$$

Taigi, duotu lęšiu uždegti medį daug lengviau.

Medžio šiluminis laidumas mažas, todėl jis greičiau užsidegs, kai jį pasieks didesnė šviesos galia (o ne energija). Jei kaitinamos medžiagos šiluminis laidumas didelis, tai ji greičiau užsidegs, kai ją pasieks didesnė energija. Tuomet šviesos galia didelės įtakos neturi, nes sukoncentruota mažame plote energija greitai išsklaidoma didesniame plote (ir tūryje).

**Eksperimentas**

**11. Paruoškite 10% koncentracijos druskos tirpalą ir raskite jo paviršiaus įtempimo koeficientą, turėdami liniuotę, lanksčią metalinę juostelę, lanksčią vielą, kurios tankis  $\rho$  ir skersmuo  $d$  yra žinomi, tūrio matavimo cilindą, stiklinę su vandeniu, lėkštelę, šaukštelį, lapelį popieriaus ir indelį su druska.**

**Sprendimas**

Iš pradžių paruoškime 10% (pagal masę) koncentracijos tirpalą. Vandens masę galime išmatuoti pasinaudoję tūrio matavimo cilindru (vandens tankį žinome,  $\rho_v=1\text{g/cm}^3$ ). Tereikia idėjos, kaip išmatuoti druskos masę. Darome taip. Metalinę juostelę naudojame kaip atramą, išlankstę ją į pavidalą, o vielą – kaip svarelį, išlankstę ją spiralės pavidalu (1 pav.). Apskaičiuojame svarelio

masę  $m_0$  ( $m_0 = \frac{1}{4} \pi \rho d^2 l_0$ ,  $l_0$  – vielos ilgis). Prieš sverdami padedame liniuotę ant atramos ties jos masės centru. Po to pasiekiamo pusiausvyrą, uždėję ant vieno liniuotės galo pasigamintą svarelį, o ant kito liniuotės galo – užbertą ant popieriaus žiupsnelį druskos (jo masę pažymėkime  $m_1$ ). Iš pusiausvyros sąlygos:

$$m_0 x_0 = m_1 x_1.$$

Čia  $x_0$  ir  $x_1$  – atitinkamai svarelį ir druskos žiupsnelio vidurio atstumai nuo atramos. Taigi, druskos žiupsnelio masė:

$$m_1 = m_0 \frac{x_0}{x_1}.$$

Į matavimo cilindrą įpylę  $m_2 = 9m_1$  masės

vandens (jo tūris  $V_2 = m_2 / \rho_V$ ) ir įbėrę pasvertą druskos kiekį gausime 10% koncentracijos tirpalą.

Dabar jau galime matuoti pagaminto tirpalo paviršiaus įtempimo koeficientą. Paslenkame liniuotę iš pusiausvyros padėties. Uždedame ant jos svarelį tokiu atstumu  $x_2$  nuo atramos, kad liniuotė būtų pusiausvyroje (2 pav.). Po to pamerkiame svarelį horizontaliąją dalį, kurios ilgis  $l$ , į tirpalą ir randame tokią svarelį padėtį  $x_3$ , kur jis atitrūksta nuo tirpalo paviršiaus. Keičiant svarelį padėtį, liniuotės masės centro atstumas iki atramos nepasikeis. Todėl abu kartus svarelis liniuotę veikia to paties dydžio jėgos momentu  $M$ . Iš pradžių

$$M = mgx_2,$$

o po to

$$M = mgx_3 + 2\sigma l x_3.$$

Čia  $\sigma$  – paviršiaus įtempimo koeficientas. Taigi

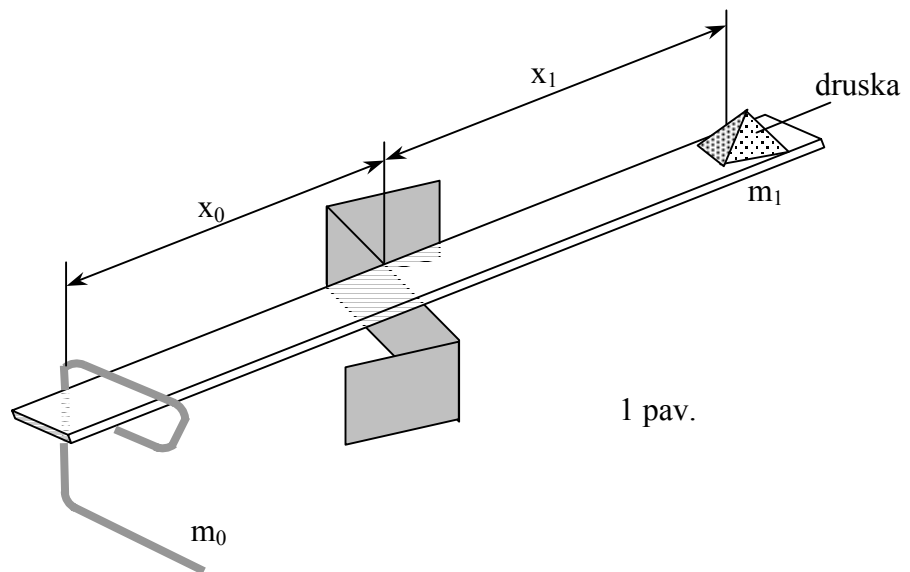
$$\sigma = \frac{mg(x_2 - x_3)}{2lx_3}.$$

Gautą vertę galima patikslinti kartojant matavimus.

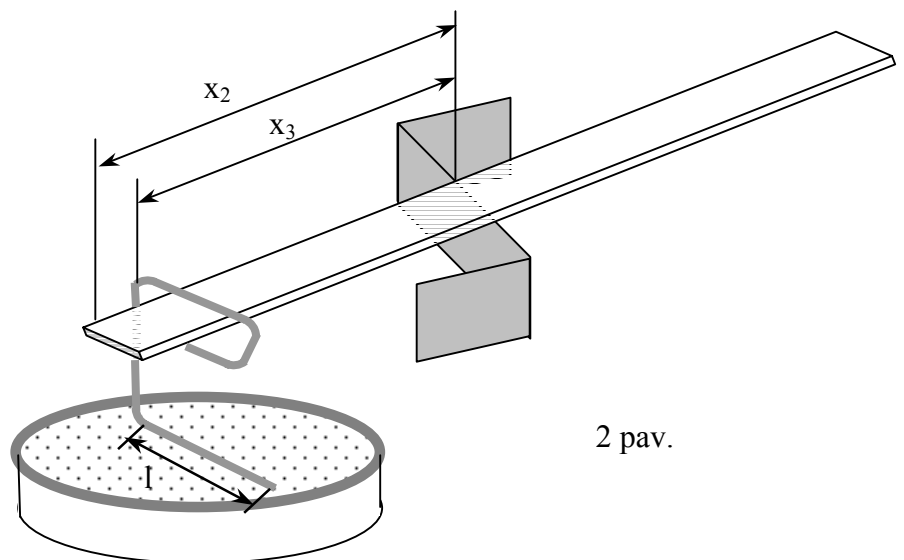
Užduotys ir sprendimai skelbiami iš leidinio:

38-OJI LIETUVOS JAUNŪJŲ FIZIKŲ OLIMPIADA. Parengė Raimundas Žemaitis

Pastaba: ši informacija interneto svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) skelbiama nuo 2005 10 11.



1 pav.



2 pav.