XXXIX LIETUVOS JAUNŲJŲ FIZIKŲ OLIMPIADA

X klasė

II ratas

1. **Žuvėdra „žvejoja“ sklandydama 25 m aukštyje. Pastebėjusi prie pat vandens paviršiaus žuvį, ji laisvai krinta žemyn į ją. Krisdama žuvėdrą trajektorijos keisti negali. Žuvis spėja pasprukti, jei pastebi paukštį prieš 0,15 s. Kokiame aukštyje žuvis turėtų pastebėti krintančią žuvėdrą?**

Sprendimas

Ieškomąjį aukštį h randame iš formulės

$$h = v_0 t + \frac{gt^2}{2},$$

kur t = 0,15s, v_0 – greitis, kurį įgyja žuvėdra, krisdama iš aukščio h_0 = 25 m iki ieškomojo aukščio h.

$$v_0 = \sqrt{2g(h_0 - h)}.$$

Įstatę v_0 išraišką gauname lygtį h atžvilgiu:

$$h^2 + gt^2 h + \frac{g^2 t^4}{4} - 2gh_0 t^2 = 0.$$

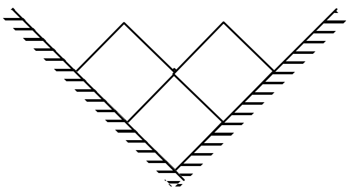
Lygties sprendinys

$$h = \frac{-gt^2 \pm 2t\sqrt{2gh_0}}{2}.$$

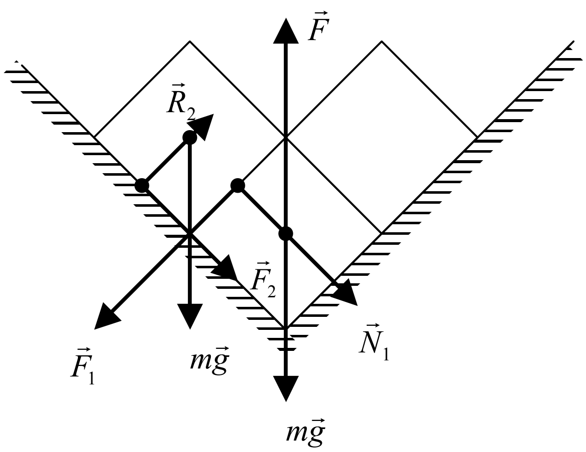
Fizikinę prasmę turi tik teigiamas sprendinys. Įstačius skaitines vertes gauname:

h = 3,2m.

2. **Trys vienodi kubai, kurių masės m = 1 kg, sudėti kaip parodyta paveikslėlyje. Kokia mažiausia jėga reikalinga norint iškelti vidurinį kubą? Trinties koeficientas tarp kubų bei tarp kubų ir sienelių lygus 0,1.**



Sprendimas



Apatinį kubą keliant į viršų jį veikia tokios jėgos: keliančioji jėga F, kubo sunkio jėga mg, šoninių kubų slėgio jėgos N_1 ir N_1\`, trinties jėgos tarp kubų paviršių $F_1$ ir $F_1$\`. Kad kubas judėtų tolygiai, visų jėgų atstojamoji turi būti lygi nuliui:

$$\vec{F} + \vec{N}_1 + \vec{N}_1' + \vec{F}_1 + \vec{F}_1' = 0.$$

Trinties jėgas randame iš sąryšių:

$F_1 = fN_1$, F_1\` = $fN_1$\`,

kur f – trinties koeficientas. Prispaudimo jėgoms rasti pasinaudosime tuo, kad tolygiai judant viduriniam kubui šoniniai kubai taip pat judės tolygiai, t.y. kiekvieną jų veikiančių jėgų atstojamoji lygi 0. Kairįjį kubą veikia: sunkio jėga mg, viduriniojo kubo reakcijos jėga $\vec{R}_1 = -\vec{N}_1$, kampo sienelės reakcijos jėga R_2, trinties jėga į vidurinį kubą $\vec{F}_1'' = -\vec{F}_1'$, trinties į kampo sienelę jėga F_2, $F_2 = fN_2$, kur prispaudimo prie kampo sienelės jėga $\vec{N}_2 = -\vec{R}_2$. Gauname:

$$m\vec{g} + \vec{R}_1 + \vec{R}_2 + \vec{F}_1'' + \vec{F}_2 = 0.$$

Analogiškas sąryšis gaunamas ir dešiniajam kubui. Parašome sąryšio vertikaliąsias ir horizontaliąsias komponentes, išreikšdami per sunkio ir prispaudimo jėgas:

$$mg - \frac{N_1}{\sqrt{2}} - \frac{N_2}{\sqrt{2}} - \frac{fN_1}{\sqrt{2}} + \frac{fN_2}{\sqrt{2}} = 0,$$

$$\frac{N_1}{\sqrt{2}} - \frac{N_2}{\sqrt{2}} + \frac{fN_1}{\sqrt{2}} + \frac{fN_2}{\sqrt{2}} = 0.$$

Išreiškę N_1 gauname:

$$N_1 = mg\frac{1+f}{\sqrt{2}(1+f^2)}.$$

Parašę vidurinį kubą veikiančių jėgų vertikaliąsias komponentes ir įstatę N_1, F_1 bei joms atitinkamai lygias N_1\` ir $F_1$\`, gauname:

$$F = 2mg\frac{1+f+f^2}{1+f^2}.$$

Įstatę dydžių skaitines vertes turime

$$F = 21{,}6\text{N}.$$

3. **Ledo lytis, kurios viduje įšalęs akmuo, plūduriuoja denyje taip, kad virš vandens kyšo 5% jos tūrio. Kokia dalis ledo turi ištirpti, kad lytis su akmeniu pradėtų skęsti? Ledo tankis 900 kg/m^3.**

<u>Sprendimas</u>

Pradinį ledo tūrį pažymime V_L, galutinį – V_L\`, ledo tankį d_L, akmens tūrį V_A, tankį d_A. Pagal Archimedo dėsnį

$$d_L V_L + d_A V_A = d_V(0{,}95V_L + V_A),$$

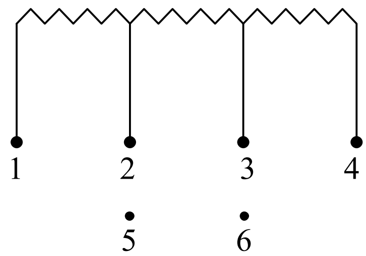
$$d_L V_L' + d_A V_A = d_V(V_L' + V_A).$$

Apskaičiavę gauname

$$\frac{\Delta V}{V_L} = \frac{V_L - V_L'}{V_L} = \frac{0{,}05 d_V}{d_V - d_L} = 0{,}5.$$

T. y. ištirps pusė pradinio ledo tūrio.

4. **Keičiamos galios elektrinės plytelės spiralė pagaminta iš 0,5 mm skersmens ir 100 m ilgio vielos, kurios medžiagos specifinė varža 10^{-6}Ωm. Spiralės galai bei du vidiniai taškai, dalinantieji spiralę į tris lygias dalis, prijungti prie daugiapozicinio perjungėjo kontaktų 1,2,3,4. Kontaktais 5 ir 6 plytelė jungiama į 220V įtampos tinklą. Perjungėjas leidžia įvairiai jungti kontaktus 1,2,3,4 kaip tarpusavyje, taip ir su kontaktais 5 ir 6. Kokiais skirtingos galios režimais gali veikti plytelė?**



<u>Sprendimas</u>

Randame spiralės varžą $R = \rho\frac{L}{S}$, kur specifinė varža ρ = 10^{-6} Ωm, vielos ilgis L= 100m, vielos skerspjūvio plotas $S = \frac{\pi d^2}{4} = 1{,}96\cdot 10^{-7}\,m^2$. Tada R = 510Ω. Spiralė padalinta į tris dalis, kurių kiekvienos varža $r = \frac{R}{3} = 170\Omega$. Plytelę įjungus į elektros tinklą, joje išsiskirianti galia išreiškiama formule $P_i = \frac{U^2}{R_i}$, kur U=200 V, R_i – plytelės varža. Įvairiai jungdami, iš trijų vienodų varžų r galime sudaryti 7 skirtingas R_i .

Galimos tokios schemos:
1) $R_1 = r$, $P_1 = 285$ W. Jungiame kontaktus 1 su 5, o 2 su 6.
2) $R_2 = 2r = 340\Omega$, $P_2 = 142{,}5$ W. Jungiame kontaktus 1 su 5, o 3 su 6.
3) $R_3 = r/2 = 85\Omega$, $P_3 = 570$ W. Jungiame kontaktus 2 su 5, o 1 ir 3 su 6.
4) $R_4 = 3r = 510\Omega$, $P_4 = 95$ W. Jungiame kontaktus 1 su 5, o 4 su 6.
5) $R_5 = 3r/2 = 255\Omega$, $P_5 = 190$ W. Jungiame kontaktus 1 su 5, 3 su 6, o 2 su 4.
6) $R_6 = 2\,r/3 = 113\Omega$, $P_6 = 427$ W. Jungiame kontaktus 2 su 5, o 1 ir 4 su 6.
Taigi gauname 7 skirtingos galios režimus: 95 W, 142 W, 190 W, 285 W, 427 W, 570 W, 854 W. Daugumai jų yra galimi ir kitokie kontaktų sujungimai.

III ratas

5. Turime vandens pripildytą skaidrų polietileninį vamzdelį abiem užlydytais galais. Vamzdelyje yra oro burbuliukas. Taip pat turime matlankį. Kaip iš tų priemonių pasidaryti prietaisą pagreičiui matuoti?

Sprendimas

Sulenkiame vamzdelį apskritimo lanku iškiliąja puse į viršų. Kai vamzdelis nejuda ar juda tolygiai, oro burbuliukas laikosi viršutiniame taške. Vamzdeliui judant su pagreičiu, burbuliukas pasislenka pagreičio kryptimi. Poslinkio lanko (ir kampo) α didumas išreiškiamas lygtimi

$$tg\alpha = \frac{a}{g},$$

kur a – vamzdelio judėjimo pagreitis, g – laisvojo kritimo pagreitis.

6. Cilindro formos nelaidus šilumai indo dugne pritvirtintas nulio laipsnių temperatūros ledo gabaliukas. Ledas užpiltas tokios pat masės vandens kiekiu. Vanduo visai apsėmė ledą ir pasiekė aukštį H = 20 cm nuo indo dugno. Kokia buvo vandens pradinė temperatūra, jei nusistovėjus šiluminei pusiausvyrai vandens paviršius nusileido h = 0,4 cm? Ledo tankis 920 kg/m^3, vandens specifinė šiluma 4200 J/kgK, specifinė ledo šiluma du kartus mažesnė, specifinė ledo tirpimo šiluma 330 kJ/K.

Sprendimas

Patikriname, kiek nusileistų vandens paviršius visai ištirpus ledui. Pažymime indo skerspjūvio plotą S. Tada visas pradinis ledo ir vandens tūris

$$V = SH = \frac{m}{d_V} + \frac{m}{d_L},$$

kur $d_V = 1\text{g/cm}^3$, $d_L = 920\text{ kg/m}^3$. Ledui visai ištirpus turėtume

$$V' = SH' = \frac{2m}{d_V}.$$

Iš pateiktų lygybių gauname aukščių skirtumą

$$H - H' = H\frac{d_V - d_L}{d_V + d_L}.$$

Įstatę parametrų vertes, gauname $H - H' = 0{,}83cm.$ Tiek paviršiaus nusileistų visai ištirpus ledui. Kadangi paviršius nusileido mažiau, ledas ištirpo ne visas. Todėl nusistovėjus šiluminei pusiausvyrai temperatūra yra 0^0C. Ištirpusio ledo masę žymim m\`. Rašome šilumos balanso lygtį:

$$m'\lambda = mc_V t,$$

kur ledo tirpimo šiluma λ = 330 kJ/kg, vandens specifinė šiluma c_V = 4200 J/kgK, t – ieškomoji pradinė vandens temperatūra. Ištirpusio ledo masę ir paviršiaus aukščio pokytį riša lygybė

$$hS = \frac{m'}{d_L} - \frac{m'}{d_V}.$$

Išreiškę m` per m, o m per H ir d, pastarąją lygybę parašome taip:

$$hS = HS\frac{c_V t(d_V - d_L)}{\lambda(d_V + d_L)}$$

iš kur išreiškiame pradinę vandens temperatūrą:

$$t = \frac{h\lambda(d_V + d_L)}{Hc_V(d_V - d_L)} = 38^0 C.$$

7. Masės m = 10 g dalelę, lekiančią greičiu v_0 = 5 m/s, pradeda veikti pastovi jėga. Per laiką t= 4 s dalelės greitis sumažėjo iki minimalaus v_{min} = 3 m/s, o po to pradeda didėti. Raskite dalelę veikiančią jėgą?

Sprendimas

Lengva suvokti, kad jėga $\vec{F}$ nukreipta kampu α į pradinę greičio kryptį. Greitį $\vec{v}$ išskaidome į dvi komponentes: v_1, nukreiptą išilgai jėgos F, ir v_2, jai statmeną. Komponentė v_2 yra pastovi, o v_1 tolygiai kinta. Dalelės greičio modulius bus minimalus ir lygus v_2 laiko momentu t, kai v_1 bus lygi 0. Pradiniu momentu:

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 - v_2^2} = \sqrt{v_0^2 - v_{\min}^2}.$$

Laiko momentu t

$$v_1 - at = 0,$$

iš kur

$$a = \frac{\sqrt{v_0^2 - v_{\min}^2}}{t},$$

todėl ieškomoji jėga

$$F = ma = m\frac{\sqrt{v_0^2 - v_{\min}^2}}{t} = 0{,}01N.$$

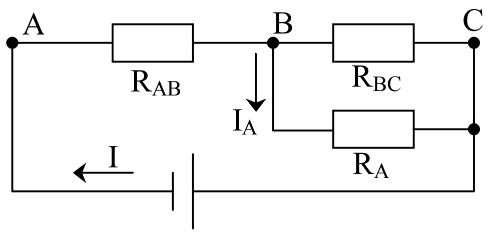
Kampas α randamas iš sąryšio $\alpha = \pi - \arcsin\frac{v_{\min}}{v_0}$, $\alpha = 143^0$.

8. Dėžutėje su trimis gnybtais yra nežinoma schema, sudaryta tik iš varžų. Ommetru išmatuotos varžos tarp gnybtų: A ir B - 10Ω, B ir C - 20Ω, A ir C - 30Ω. Prie gnybtų A ir C prijungta baterija, kurios U = 1,5 V, o tarp gnybtų B ir C – ampermetras, kurio vidinė varža R_A = 5Ω. Kokį srovės stiprumą rodo ampermetras?

Sprendimas

Kadangi $R_{AB} + R_{BC} = R_{AC}$, turime dvi nuosekliai sujungtas varžas tarp gnybtų A ir C.

Prijungus bateriją ir ampermetrą, gaunama schema pateikta paveiksle. Panaudodami Omo dėsnį, gauname:



$$I_A = \frac{U_{BC}}{R_A},$$

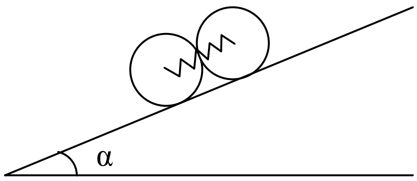
$$U_{BC} = \frac{IR_A R_{BC}}{R_A + R_{BC}}.$$

$$I = \frac{U}{R},$$

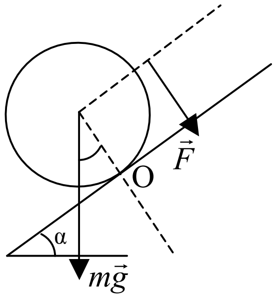
$$R = R_{AB} + \frac{R_A R_{BC}}{R_A + R_{BC}}.$$

Įstatę pateiktąsias išraiškas į pirmąją, gauname $I_A = \frac{UR_{BC}}{R_{AB}R_{BC} + R_A R_{AB} + R_A R_{BC}} = 0{,}086A.$

9. Ant nuožulniosios plokštumos, kurios pasvirimo kampas α, padėti du masės m ritiniai. Ritinių ašys sujungtos spyruoklėmis. Trinties koeficientas tarp ritinių bei tarp ritinių ir plokštumos μ (μ>tgα). Kokia turi būti spyruoklių įtempimo jėga T, kad ritiniai nejudėtų žemyn? Riedėjimo trinties nepaisome.



Sprendimas



Kad ritiniai nuožulniąja plokštuma neslystų, turi būti μ>tgα. Kad jie neriedėtų, turi būti lygus 0 juos veikiančių momentų atstojamasis momentas. Imame momentus, veikiančius apatinį ritinį taško atžvilgiu. Gauname:

$$mgR\sin\alpha - FR = 0,$$

kur trinties jėga

$$F = \mu(T + mg\sin\alpha).$$

Tada

$$mg\sin\alpha - \mu(T + mg\sin\alpha) = 06$$

$$T = mg\left(\frac{1}{\mu} - 1\right)\sin\alpha.$$

Eksperimentas

10. Ištirti druskos tirpalo tankio priklausomybę nuo jo koncentracijos. Priemonės: tūrio matavimo cilindras, mėgintuvėlis, stiklinė su vandeniu, tuščia stiklinė, popieriaus juostelė, indelis druskos.

Sprendimas

Matavimo metodas pagrįstas horizontaliu svėrimu. Įpylę į matavimo cilindrą vandens, įleidžiame į jį tuščią mėgintuvėlį ir išmatuojame jo išstumtą vandens tūrį V_0. Po to įberiame į mėgintuvėlį druskos ir vėl išmatuojame jo išstumto vandens tūrį V. Gauname druskos masę

$$m_d = d_V(V - V_0).$$

Apskaičiuojame tūrį vandens, reikalingo gauti numatytos koncentracijos K tirpalui:

$$K = \frac{m_d}{m_d + m_V},\ m_V = d_V V_V,\ V_V = \frac{m_d(1-K)}{Kd_V}.$$

Ištirpinę druską paimtame vandens kiekyje ir išmatavę tirpalo tūrį, randame jo tankį:

$$d_t = \frac{m_d + m_V}{V_t}.$$

Bandymą atliekame imdami skirtingas koncentracijas ir nustatome tirpalo tankio priklausomybę nuo koncentracijos.

Užduotys ir sprendimai skelbiami iš leidinio:

39-OJI LIETUVOS JAUNŲJŲ FIZIKŲ OLIMPIADA. *Parengė A. Bandzaitis*

Pastaba: ši informacija interneto svetainėje www.olimpas.lt skelbiama nuo 2005 09 29.