XXXIX LIETUVOS JAUNŲJŲ FIZIKŲ OLIMPIADA

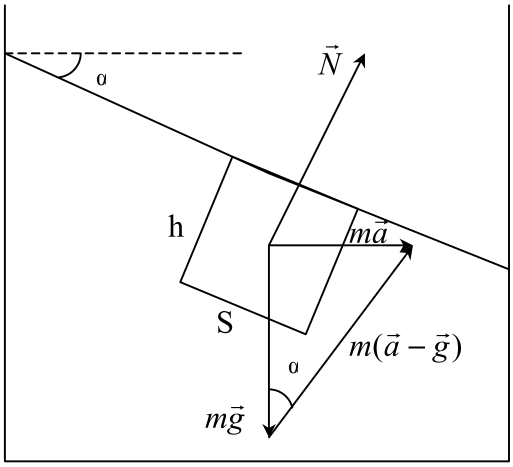
XI klasė

II ratas

1. **Vienalyčiame gravitaciniame lauke, kuriame laisvojo kritimo pagreitis yra $\vec{g}$, statmena jam kryptimi pagreičiu $\vec{a}$ juda indas su skysčiu (a = g/2). Kaip orientuotas skysčio paviršius? Koks yra slėgis skystyje atstumu (gylyje) h nuo paviršiaus?**

Sprendimas

Parašome antrąjį Niutono dėsnį skysčio stulpeliui, statmenam skysčio paviršiui (stulpelio masė m, aukštis h, pagrindo plotas S):



$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N},$$

kur N – aplinkinio išskirtajam stulpeliui poveikio jėga. Skysčiui nusistovėjus N statmena paviršiui. Todėl

$$tg\alpha = \frac{a}{g} = \frac{1}{2};$$

$$\alpha = 26^0 34'.$$

Ieškomasis slėgis gylyje h:

$$p = \frac{|\vec{N}|}{S} = \frac{m}{S}|\vec{a}-\vec{g}| = \rho h|\vec{a}-\vec{g}|,$$

kur ρ – skysčio tankis. Kadangi $\vec{a}$ *ir* $\vec{g}$ statmeni vienas kitam, ir a = g/2,

$$p = \rho h\sqrt{g^2 + \frac{g^2}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}\rho g h.$$

2. **Vienalyčio masės M ir spindulio R rutulio centre yra taškinis elektros krūvis Q. Aplink rutulio centrą vienodame gylyje yra siauras apskritimo formos tunelis slidžiomis sienelėmis. Koks turi būti tunelio (apskritimo) spindulys, kad juo neliesdamas sienelių galėtų skrieti m masės taškinis kūnas, turintis elektros krūvį q? Koks būtų atsakymas, jei kūnas galėtų liesti tunelio sieneles? Laikome, kad M >>m.**

Sprendimas

Laikome, kad tunelis siauras ir todėl neturi įtakos rutulio sukuriamam gravitaciniam laukui. Kadangi M>>m, galima tarti, kad rutulys nejuda. Kai kūnas neliečia tunelio sienų, atstojamąją jėgą sudaro gravitacinė ir elektrostatinė jėgos. Abi jos nukreiptos į rutulio centrą. Gravitacinė jėga lygi

$$F_g = \gamma\frac{mm_1}{r^2},$$

kur m_1 – spindulio r sferos viduje esančios rutulio medžiagos masė. Laikant, kad rutulys homogeniškas, gauname $m_1 = M\frac{r^3}{R^3}$. Tada

$$F_g = \gamma\frac{mMr}{R^3}.$$

Elektrostatinė jėga

$$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{qQ}{r^2}.$$

Kai Q ir q priešingų ženklų, $\vec{F}_e$ nukreiptas į centrą, ir atstojamoji $\vec{F}_e + \vec{F}_g$ taip pat nukreipta į centrą ir gali suteikti kūnui įcentrinį pagreitį, leidžiantį atitinkamu greičiu judėti bet kokio spindulio r apskritimu. Kai Q ir q ženklai vienodi, $\vec{F}_e$ nukeipta nuo centro, ir įcentrinis pagreitis gali būti tik esant sąlygai $F_g > F_e$, arba $\gamma \frac{mMr}{R^3} > \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{qQ}{r^2}$. Iš čia ieškomasis spindulys turi tenkinti sąlygą

$$r > \sqrt[3]{\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon\gamma mM}} \cdot R.$$

Kadangi R>r, tai tokia sąlyga gali būti išpildyta tik kai

$$qQ < 4\pi\varepsilon_0\varepsilon\gamma mM.$$

Jei kūnas gali liesti tunelio sieneles, jo greitis bet koks.

3. **Apskaičiuokite vienatomių idealiųjų dujų gauto šilumos kiekio ir vidinės energijos pokyčio santykį, kai procesas izobarinis.**

Sprendimas

Pagal pirmąjį termodinamikos dėsnį:

$$Q = \Delta U + A,$$

kur ΔU – dujų vidinės energijos pokytis, A – dujų atliktas darbas. Izobariniam procesui

$$A = p\Delta V = \frac{m}{M}R\Delta T,$$

$$\Delta U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}R\Delta T,$$

todėl

$$Q = \frac{3}{2}\frac{m}{M}R\Delta T + \frac{m}{M}R\Delta T = \frac{5}{2}\frac{m}{M}R\Delta T.$$

Ieškomasis santykis

$$\frac{Q}{\Delta U} = \frac{5}{3}.$$

4. **Du vienodų masių m taškiniai krūviai -q ir +q, sujungti tamprumo k spyruokle, judėdami statmenai spyruoklei nukreiptu greičiu $\vec{v}$, patenka į vienalytį magnetinį lauką, kurio indukcija $\vec{B}$ statmena spyruoklei ir greičiui $\vec{v}$. Ar keisis greitis $\vec{v}$? Paaiškinkite energetiniu požiūriu. Kitų sąveikų tarp krūvių, neskaitant spyruoklės, nepaisome.**

Sprendimas

Priešingo ženklo krūviai, judantys vienoda kryptimi, bus veikiami priešingų krypčių Lorenco jėga. Tai sukels juos jungiančios spyruoklės deformaciją. Kadangi deformuojant spyruoklę atliekamas darbas, turi keistis krūvių kinetinė energija, t.y., turi keistis jų greičio dydis.

5. **Mažo skersmens d = 5 mm ilgio l = 1 m stikliniame vamzdelyje ne pačiame gale yra 3 – 5 cm ilgio gyvsidabrio stulpelis. Vienas vamzdelio galas užlydytas, o kitame gale įtaisytas kranelis. Kokiu būdu, turint dar liniuotę, šiuo „prietaisu" galima išmatuoti oro slėgį? Įvertinkite paklaidą.**

Sprendimas

Vienas iš būdų toks. Paguldome vamzdelį horizontaliai, atidarome čiaupą ir išmatuojame gyvsidabrio stulpelio atstumus nuo vieno ir kito vamzdelio galo (l_1 ir l_2) bei gyvsidabrio stulpelio ilgį h. Uždarome čiaupą, pastatome vamzdelį vertikaliai ir vėl išmatuojame atitinkamus atstumus l_1\` ir $l_2$\`. Pagal Boilio – Marijoto dėsnį:

$$p_0 l_1 = p_1 l_1',$$

$$p_0 l_2 = p_2 l_2'.$$

Čia p_0 – ieškomasis slėgis, p_1 ir p_2 – slėgiai vertikaliai laikomo vamzdelio oro stulpeliuose. Be to,

$$p_2 = p_1 + \rho g h,$$

kur ρ – gyvsidabrio tankis. Iš pateiktų sąryšių išreiškiame p_0

$$p_0 = \frac{\rho g h}{\frac{l_2}{l_2'} - \frac{l_1}{l_1'}}.$$

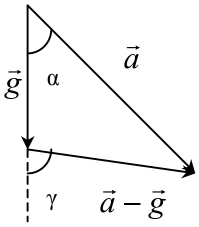
Vertinant paklaidą tenka atsižvelgti į ilgių l ir h matavimo tikslumą. Turint liniuotę su milimetrinėmis padalomis, ilgiai matuojami Δ = 0,5 mm tikslumu. Todėl imant ilgius l ≈ 50 cm, $\frac{\Delta}{l} = 0{,}01 = 1\%$, $\frac{\Delta}{h} = 0{,}1 = 10\%$. Taigi matavimo santykinė paklaida daugiausiai priklauso nuo gyvsidabrio stulpelio aukščio matavimo tikslumo ir pasiekia 10%.

III ratas

6. Uždaras indas su skysčiu juda žemyn pagreičiu $\vec{a}$, kuris sudaro 30^0 kampą su laisvojo kritimo pagreičiu $\vec{g}$, ir kurio didumas $a = \frac{g}{\sqrt{3}-1}$. Kokį kampą sudaro skysčio paviršius su horizontu, ir koks yra slėgis tame skystyje atstumu h nuo paviršiaus?

Sprendimas

Pasinaudojame X klasės 5 uždavinio sprendiniu:



$$p = \rho g\,|\vec{a} - \vec{g}\,|.$$

Dabar $\vec{a}$ *ir* $\vec{g}$ ne statmeni, o sudaro kampą α = 30^0, o ieškomasis kampas γ yra tarp vektorių $\vec{g}$ *ir* $\vec{a}-\vec{g}$. Tą kampą randame pasinaudodami sinusų teorema:

$$\frac{a}{\sin(\pi-\gamma)} = \frac{g}{\sin(\gamma-\alpha)},$$

iš kur

$$tg\gamma = \frac{a\sin\alpha}{a\cos\alpha - g}. \quad \gamma = 45^0.$$

Ieškomąjį slėgį gauname pasinaudodami kosinusų teorema:

$$p = \rho h\sqrt{a^2 + g^2 - 2ag\cos(\pi-\gamma)} = \rho g h\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1},$$

$$p \approx 1{,}93\rho g h.$$

7. Į tuščią balioną pučiamas šildomas oras. Kokį šilumos kiekį reikia suteikti tam orui, kad balionas pakiltų? Baliono, gondolos ir oreivio masė m_k = 120 kg, aplinkos temperatūra T_0=20^0C, oro specifinė šiluma C_p = 10^3J/kgK. Laikome, kad oro slėgis balione lygus aplinkos slėgiui. Šilumos nuostolių nepaisome.

Sprendimas

Pažymime pripūsto baliono tūrį V, tokio tūrio šalto oro masę m_0, šildyto oro m. Balionas pradės kilti, kai Archimedo jėga m_0g susilygins su visu baliono svoriu (m+m_k)g. Pažymime pašildyto oro temperatūrą T, atmosferos slėgį p, oro molinę masę M. Iš idealiųjų dujų lygties turime:

$$pV = \frac{m_0 R T_0}{M},$$

$$pV = \frac{mRT}{M} = \frac{m_0 - m_k}{M}RT.$$

Iš čia išreiškiame oro temperatūrą balione:

$$T = T_0\frac{m_0}{m_0 - m_k}.$$

Ieškomasis šilumos kiekis

$$Q = mc_p(T - T_0) = (m_0 - m_k)c_p(T - T_0) = m_k c_p T_0 = 3{,}52 \cdot 10^7\,J.$$

8. Ant gulsčio stalo guli masių m_1 ir m_2 tašeliai, sujungti nedeformuota spyruokle. Kokia mažiausia pastovia jėga, nukreipta išilgai stalo, reikia paveikti pirmąjį tašelį, kad pajudėtų ir antrasis? Trinties koeficientas tarp stalo ir tašelių lygus μ.

Sprendimas

Kad pajudėtų antrasis tašelis, spyruoklės įtempimo jėga turi būti didesnė už jo trinties į stalą jėgą, t.y.

$$T > \mu mg.$$

Kad pajudėtų pirmasis tašelis, jį turi paveikti jėga F, didesnė už jo trinties į stalą jėgą, t.y.

$$F > \mu m_1 g.$$

Tokios jėgos veikiamas, pirmasis tašelis pradės judėti greitėdamas, ištempdamas spyruoklę. Palaipsniui pagreitis mažėja, ir kai spyruoklės įtempimo jėgos ir trinties jėgos suma prilygsta jėgai F, pagreitis virsta 0. Tačiau tuo metu pirmasis tašelis yra įgijęs maksimalų greitį ir juda toliau, dar labiau ištempdamas spyruoklę, todėl jo greitis mažėja. Jei prieš pat sustojant pirmajam tašeliui spyruoklė įsitemps tiek, kad T viršytų antrojo tašelio trinties jėgą, pajudės ir antrasis tašelis. Jei spyruoklės pailgėjimas x, o jos tamprumas k, tai

$$T = \mu m_2 g = kx.$$

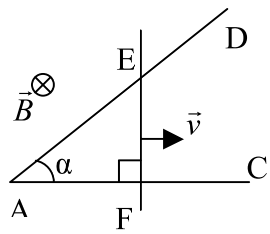
Pasinaudojame energijos tvermės dėsniu. Laikome, kad tuo momentu, kai pajuda antrasis tašelis, pirmojo tašelio greitis yra nykstamai mažas. Tada jėgos F kelyje x kelyje atliktas darbas yra lygus pirmojo tašelio trinties jėgos kelyje x atlikto darbo ir spyruoklės deformacijos energijos sumai:

$$Fx = \mu m_1 gx + \frac{kx^2}{2}.$$

Iš čia gauname

$$F = \mu g\left(m_1 + \frac{m_2}{2}\right).$$

9. Laidas EF, kurio ilgio vieneto varža r, juda nuo taško A pastoviu greičiu v kontaktuodamas su kitais dviem laidais AC ir AD, tarp kurių yra kampas α. Statmenai tos sistemos plokštumai veikia vienalytis magnetinis laukas, kurio indukcija B. Koks šilumos kiekis išsiskirs toje grandinėje per laikotarpį, kol laidas EF nueis kelią s? Laidų AC ir AD varžų nepaisome.



Sprendimas

Pradėjęs judėti iš taško A laidininkas per laiką t nueis kelią vt, o jo ilgis tuo momentu bus l = vt tgα, o jo varža

$$R = rl = rvt\ \mathrm{tg}\alpha.$$

O jam judant susikuria elektrovaros jėga

$$E = vBl = v^2 Bt\, tg\alpha.$$

Laidininke išsiskirianti galia

$$P = \frac{E^2}{R} = \frac{v^3 B^2 t}{r} tg\alpha.$$

Matome, kad galia laikui bėgant tiesiškai didėja. Todėl vidutinė galia, išsiskirianti laidininke, yra lygi ½ maksimalios, kuri gaunama laiko momentu s/v. Visas išsiskyręs šilumos kiekis

$$Q = \frac{1}{2} P_{\max} t = \frac{vB^2 s^2 tg\alpha}{2r}.$$

10. Kokiu pagreičiu protonas artėja prie vienkrūvio neigiamo anglies jono tuo momentu, kai atstumas tarp jų r = 10 cm? Protono masė m_p=1,67·10^{-27}kg, elementarusis elektros krūvis e=1,6·10^{-19}C, $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot 10^9\, m/F$.

Sprendimas

Pažymime protono ir anglies jono pagreičius jų bendro masių centro atžvilgiu atitinkamai a_p ir a_c. Tada protono pagreitis anglies atžvilgiu

$$a = a_p + a_c.$$

Pagreičiams rasti pasinaudojame Kulono dėsniu

$$a_p = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2 m_p},$$

$$a_c = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2 m_c}.$$

Ieškomasis pagreitis

$$a = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\left(\frac{1}{m_p} + \frac{1}{m_c}\right).$$

Laikome, kad m_c = 12m_p. Tada

$$a = \frac{13e^2}{48\pi\varepsilon_0 r^2 m_p} = 15 m/s^2.$$

Eksperimentas

11. Germanio kristalo elementarioji gardelė yra kubas ir sudaryta iš 8 germanio atomų. Suraskite to kubo briaunos ilgį. Germanio atominė masė 73, Avogadro skaičius N_A=6,02·10^{23}mol^{-1}. Priemonės: kristalinio germanio pavyzdėlis, stiklinis indelis, liniuotė, 1,2,3,5 kapeikų monetos, slankmatis, stovas su laikikliu, milimetrinis popierius.

Sprendimas

Apskaičiuojame atomų skaičių pavyzdėlyje:

$$N = N_A \frac{m}{M},$$

kur N_A – Avogadro skaičius, m – pavyzdėlio masė, M – germanio molio masė. Germanio kristalo elementarioji gardelė yra sudaryta iš 8 atomų, todėl pavyzdėlyje yra k = N/8 elementariųjų gardelių. Išmatuojame pavyzdėlio tūrį V ir apskaičiuojame elementariojo kubo tūrį

$$V_0 = V/k.$$

Tada ieškomasis briaunos ilgis

$$a = \sqrt[3]{V_0} = 2\left(\frac{MV}{mN_A}\right)^{1/3}.$$

Kristalo masę išmatuojame panaudodami liniuotę ir monetas. Kadangi liniuotės gale yra skylutė, negalima tiesiogiai naudotis sverto metodu sveriant. Ant liniuotės galo dedame paeiliui 1,2,3,... kapeikų monetas ir, stumdami liniuotę už stalo krašto, randame pusiausvyros taškus. Nustatome liniuotės poslinkio ir svorio sąryšį, milimetriniame popieriuje nubrėžiame grafiką. Tada vietoj monetų dedame pavyzdėlį ir iš grafiko pagal liniuotės poslinkį randame pavyzdėlio masę. Pavyzdėlį įmetę į indelį su vandeniu ir, išmatavę vandens pakilimo aukštį bei indelio skersmenį, gauname pavyzdėlio tūrį

$$V = \frac{\pi d^2 h}{4}.$$

Imant 8 – 10 g pavyzdėlį, briaunos ilgis gaunamas padarant 4 – 6 % santykinę paklaidą.

Užduotys ir sprendimai skelbiami iš leidinio:

39-OJI LIETUVOS JAUNŲJŲ FIZIKŲ OLIMPIADA. *Parengė A. Bandzaitis*

Pastaba: ši informacija interneto svetainėje www.olimpas.lt skelbiama nuo 2005 09 29.