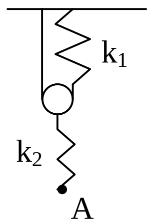
XL LIETUVOS JAUNŲJŲ FIZIKŲ OLIMPIADA

X klasė

II ratas



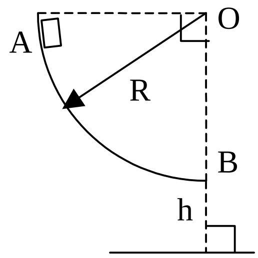
1. **Sistemoje (žr. pav.). spyruoklių standumai k_1 = 1 N/cm, k_2 = 4 N/cm. Kiek pasislinks taškas A, prikabinus prie jo M = 800 g masės krovinį ir nusistovėjus pusiausvyrai?**

Sprendimas

Apatinę spyruoklę veikia svorio jėga P = mg, todėl ši spyruoklė pailgėja dydžiu $\Delta x_2 = \dfrac{mg}{k_2}$. Viršutinę spyruoklę veikia perpus mažesnė jėga. Ji ištempia spyruoklę dydžiu $\Delta x_1 = \dfrac{mg}{2k_1}$. Skridinys nusileidžia dar du kartus mažiau (t.y. $\dfrac{\Delta x_1}{2}$), todėl visas krovinio poslinkis

$$\Delta x = \Delta x_2 + \frac{\Delta x_1}{2} = mg\left(\frac{1}{k_2} + \frac{1}{4k_1}\right).$$

$$\Delta x = 0{,}04m.$$



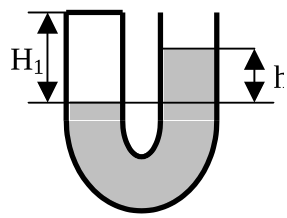
2. **Tašelis pradeda judėti iš griovelio viršutinio taško A (žr. pav.). Griovelis yra spindulio R lanko formos. Apatinis jo taškas B yra aukštyje h virš Žemės paviršiaus. Kokio dydžio greičiu tašelis atsitrenkia į Žemę? Trinties nepaisyti.**

Sprendimas

Trinties nėra, todėl iki smūgio į žemę nėra ir tašelio energijos nuostolių. Tašelio sukimosi energijos nepaisome, nes jo matmenis laikome labai mažais. Palyginus su R. Visa tašelio potencinė energija virsta tik slenkamojo judėjimo kinetine energija:

$$mg(R+h) = \frac{mv^2}{2},$$

$$v = \sqrt{2g(R+h)}.$$

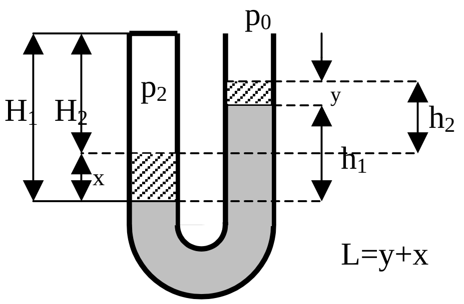


3. **Į U pavidalo stiklinį vamzdelį, kurio kairysis galas uždaras, įpilta gyvsidabrio (žr. pav.). Oro stulpelio aukštis H_1 = 1 m, gyvsidabrio lygių skirtumas h_1 = 24 cm, atmosferos slėgis P_0 = 760 mm Hg. Į vamzdelio dešiniąją pusę įpilama tiek gyvsidabrio, kad juo užpildytos vamzdelio dalies ilgis padidėja dar L = 0,5 m. Kam lygus nusistovėjęs oro stulpelio aukštis?**

Sprendimas

Iš pradžių sistemos pusiausvyros lygtis tokia: $p_1 = p_0 + \rho g h_1.$ (1)

p_1 – oro stulpelio pradinis slėgis, ρ – gyvsidabrio tankis.



Pripylus dar gyvsidabrio (žr. pav.):

$$p_2 = p_0 + \rho g h_2. \quad (2)$$

p_2 – naujas oro stulpelio slėgis.

Orui, esančiam kairėje vamzdelio atšakoje, tinka Boilio – Marioto dėsnis (nusistovėjus oro stulpelio aukščiui, oro stulpelio temperatūra lygi, kaip ir iš pradžių, aplinkos temperatūrai):

$$p_1 V_1 = p_2 V_2.$$

Čia V_1 ir V_2 – oro tūriai, $V_1=H_1S$ ir $V_2=H_2S$ (S – vamzdelio skerspjūvio plotas), taigi:

$$p_1H_1 = p_2H_2. \qquad (3)$$

Naujas gyvsidabrio lygių skirtumas lygus:

$$h_2 = h_1 + L - 2(H_1 - H_2). \quad (4)$$

Iš (1) – (4):

$$H_2^2 + H_2\left(\frac{L}{2} + \frac{h_1}{2} + \frac{p_0}{2\rho g} - H_1\right) - \frac{H_1}{2}\left(\frac{p_0}{\rho g} + h_1\right) = 0. \qquad (5)$$

Be to, $p_0 = \rho g \cdot (0{,}76m)$, t.y. $\frac{p_0}{\rho g} = 0{,}76m.$ Įstačius skaitines vertes (SI vienetais) į (5) lygtį:

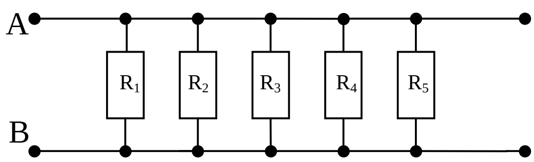
$$H_2^2 - \frac{H_2}{4} - \frac{1}{2} = 0,$$

$$H_2 = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}.$$

H_2 negali būti neigiamas, todėl

$$H_2 = \frac{1 + \sqrt{33}}{8};$$

$$H_2 \approx 0{,}843m.$$



4. Kam lygi varža tarp gnybtų A ir B (žr. pav.), jei $R_1=93\Omega$, $R_2=2R_1$, $R_3=2R_2$, $R_4=2R_3$, $R_5=2R_4$?

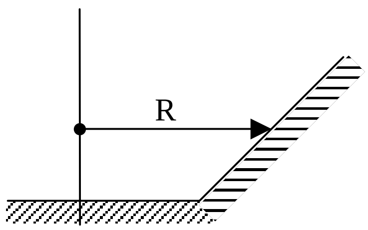
Sprendimas

Taikome lygiagretaus rezistorių jungimo formulę:

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{5}\frac{1}{R_i} = \frac{1}{R_1}\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}\right);$$

$$R = 48\Omega.$$

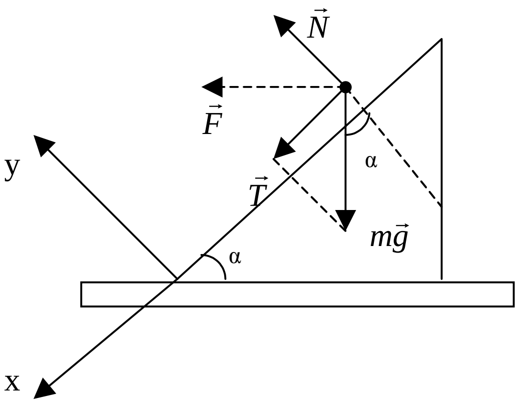
III ratas



5. Apskrito autodromo važiuojamoji dalis nuožulni. Jos spindulys R = 100 m (žr. pav.). Važiuojant greičiu v = 108 km/h, automobilio svorio jėga statmena važiuojamosios dalies paviršiui. Judant tuo pačiu greičiu tokia pačia danga, bet horizontaliu paviršiumi, mažiausias posūkio kreivumo spindulys R_0 = 180 m. Kokiu greičiu galima važiuoti autodromu, neslystant į šoną? Laikykite, kad g = 10 m/s^2.

Sprendimas

Atliekant posūkį ant horizontalaus paviršiaus, automobilį veikia trinties jėga, statmena judėjimo krypčiai. Šios jėgos didžiausia vertė



$$F_{tr} = kmg, \qquad (1)$$

k – trinties koeficientas, m – automobilio masė. Trintis suteikia automobiliui įcentrinį pagreitį:

$$a = \frac{v^2}{R_0}, \ a = \frac{F_{tr}}{m}. \qquad (2)$$

Iš (1) ir (2):

$$k = \frac{v^2}{gR_0}. \qquad (3)$$

Važiuojant autodromu, automobilį veikia sunkio jėga mg, paviršiaus reakcijos jėga N, o taip pat gali veikti trinties jėga T (žr. pav.). Ši jėga, priklausomai nuo judėjimo greičio, gali būti nukreipta taip, kaip pavaizduota paveikslėlyje arba į priešingą pusę. Kadangi automobilis juda spindulio R apskritimu, šių jėgų atstojamoji

$$\vec{F} = \vec{N} + m\vec{g} + \vec{T} \qquad (4)$$

Turi būti nukreipta į sukimosi ašį.
Užrašome (4) lygtį x ir y ašių atžvilgiu (žr. pav.):

$$\frac{mv_a^2}{R}\cos\alpha = mg\sin\alpha \pm T, \qquad (5)$$

$$\frac{mv_a^2}{R}\sin\alpha = N - mg\cos\alpha, \qquad (6)$$

Čia v_a – automobilio greitis. (5) lygtyje prieš T rašome ženklą „+“, jei automobilį veikianti trintis nukreipta žemyn, o priešingu atveju pasirenkame „-„.
Iš pradžių, judant greičiu v, automobilio svorio jėga statmena autodromo važiuojamajai daliai. Svorio jėga statmena paviršiui, kai trinties jėga lygi nuliui. Tuomet iš (5) lygties, kai T = 0 ir v_a = v, gauname:

$$tg\alpha = \frac{v^2}{gR}. \qquad (7)$$

Automobilis pradeda slysti, kai trinties jėga pasiekia didžiausią savo vertę:

$$T = kN. \qquad (8)$$

Automobilis tuomet važiuoja greičiu v_a, kurį apskaičiuosime pagal (3) ir (5) – (7):

$$v_{a1,2} = v\sqrt{\frac{g^2R(R_0 \pm R)}{g^2RR_0 \mp v^4}},$$

$$v_{a1} = 182km/h,\ v_{a2} = 60km/h.$$

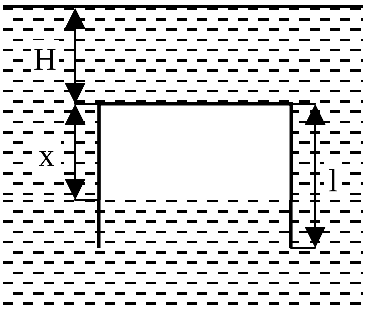
Automobilis autodrome neslys, jei jo greitis v_a tenkins sąlygą:

$$60km/h \le v_a \le 182km/h.$$

6. Plonasienė masės M = 100 g ir tūrio V = 250 cm^3 stiklinė apverčiama dugnu aukštyn ir panardinama vandenin. Į kokį gylį ją reikia nugramzdinti, kad toliau ji skęstų pati? Oro ir vandens temperatūros vienodos.

<u>Sprendimas</u>

Laikysime, kad stiklinė yra cilindro formos. Pažymėsime jos aukštį l (žr. pav.). Pagrindo plotą S,



atstumą nuo vandens paviršiaus iki stiklinės dugno H, atstumą nuo vandens lygio stiklinėje iki stiklinės dugno – x, vandens tankį – ρ. Aišku, kad stilinės tūris

$$V = Sl, \qquad (1)$$

oro užimamas tūris

$$V_x = Sx. \qquad (2)$$

Stiklinę kartu su joje esančiu oru veikia Archimedo jėga

$$F = \rho V_x g. \qquad (3)$$

ir sunkio jėga P = (m + m_0)g, m_0 – stiklinėje esančio oro masė. Tačiau P ≈ mg, (4)
nes m_0<<m (m_0≈0,3g).
Stiklinę gramzdinant gilyn, didėja slėgis, todėl mažėja oro užimamas tūris V_x, o tuo pačiu mažėja ir Archimedo jėga. Stiklinė skęs pati, kai F<P. Iš (2) – (4):

$$x < \frac{m}{\rho S}.$$

Paprastumo dėlei iš pradžių laikykime, kad $$x = \frac{m}{\rho S}. \qquad (5)$$

Iš dujų būvio lygties (T = const.):

$$p_0 V = pV_x. \tag{6}$$

p_0 yra atmosferos slėgis, o p – stiklinėje esančio oro slėgis.

$$p = p_0 + \rho g(H + x). \tag{7}$$

Iš (1), (2) ir (5) – (7):

$$H = \left(\frac{\rho V}{m} - 1\right)\frac{p_0}{\rho g} - l\frac{m}{\rho V}. \tag{8}$$

Jei $p_0 = 10^5$ Pa, ρ = 1 g/cm^3, g = 10 m/s^2, l = 1 dm, tai H ≈ 15 m. Stiklinė skęs, kai

$$H \geq 15m.$$

Pastaba. Spręsdami neatsižvelgėme į stiklo, iš kurio pagamintas stiklinė, tūrį. Jei stiklo tankis lygus ρ_s = 2 g/cm^3, tai stiklo tūris $V_s = m/\rho_s$ = 50 cm^3. Anksčiau pateiktas sprendimas netikslus, nes stiklinę veikianti Archimedo jėga lygi:

$$F = (V_x + V_s)\rho g. \tag{9}$$

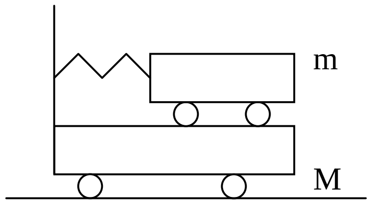
Vietoj (3) įrašę (9) ir pakartoję sprendimą, gauname:

$$H = \left(\frac{\rho V}{m}\frac{\rho_s}{\rho_s - \rho} - 1\right)\frac{p_0}{\rho g} - l\frac{m}{\rho V}\frac{\rho_s}{\rho_s - \rho}.$$

$$H = 40m.$$

Šis atsakymas skiriasi nuo ankstesnio bemaž tris (!) kartus.

7. Du vežimėliai, kurių masės M ir m, uždėti vienas ant kito ir sujungti spyruokle, kurios standumo koeficientas k (žr. pav.). Kokį didžiausią greitį (žemės atžvilgiu) įgyja viršutinis vežimėlis, jei pradžioje spyruoklė ištempta dydžiu x ? Vežimėlių pradiniai greičiai lygus nuliui, trinties nepaisyti.



Sprendimas

Viršutinio vežimėlio greitį pažymėkime v_1, apatinio – v_2. Kadangi pradžioje vežimėliai nejuda ir nėra horizontalia kryptimi juos veikiančių išorinių jėgų, tai pagal judesio kiekio tvermės dėsnį:

$$mv_1 - Mv_2 = 0. \tag{1}$$

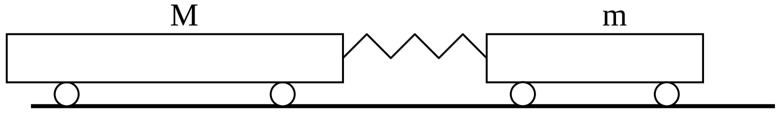
Kol spyruoklė nors truputį ištempta, tol vežimėlių greičiai v_1 ir v_2 didėja. Ir bus didžiausi, kai visa spyruoklės energija virs vežimėlių kinetine energija (spyruoklės masę ir kinetinę energiją galime laikyti labai mažais, palyginus su atitinkamais vežimėlių dydžiais), t.y.

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mv_2^2}{2}. \tag{2}$$

Iš (1) ir (2):

$$v_2 = \sqrt{\frac{Mkx^2}{m(m+M)}}.$$

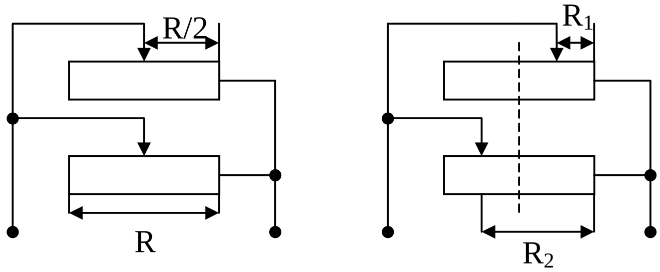
Nesunku pastebėti, kas sąlygoje pavaizduotų vežimėlių judėjimas iš esmės niekuo nesiskiria nuo pav. pavaizduotų tokių pačių vežimėlių judėjimo. Tai supratus, uždavinio sprendimas tampa žymiai aiškesniu ir lengvesniu.



8. Du vienodi reostatai sujungti lygiagrečiai. Jų slankikliai yra reostatų viduryje. Vieno reostato slankiklį paslenkame per 1/10 reostato ilgio. Kiek reikia paslinkti kito reostato slankiklį, kad jų bendra varža nepasikeistų?

Sprendimas

Jei varža tarp reostato galų lygi R, tai varža tarp vieno reostato galo ir to reostato slankiklio iš pradžių lygi R/2. Tuomet reostatų bendrai varžai R_0 (žr pav.):



$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{\frac{R}{2}} + \frac{1}{\frac{R}{2}}, \qquad (1)$$

$$R_0 = \frac{R}{4}.$$

Jei vieno reostato slankiklį pastumsime per 1/10 reostato ilgio, tai to reostato varža bus lygi

$$R_1 = R\left(\frac{1}{2} \pm \frac{1}{10}\right). \qquad (2)$$

Ženklas prieš 1/10 priklauso nuo slankiklio poslinkio krypties. Kito reostato slankiklį pastumkime per 1/x reostato ilgio priešinga kryptimi. Tuomet pastarojo reostato varža

$$R_1 = R\left(\frac{1}{2} \mp \frac{1}{x}\right). \qquad (3)$$

Dabar reostatų bendrai varžai:

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2},$$

$$R_0 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \qquad (4)$$

Iš (1) – (4):

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{10 \pm 4},$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{x} = \frac{1}{14}, \\ \frac{1}{x} = \frac{1}{6}. \end{array} \right.$$

Jei pirmojo reostato slankiklis pastumiamas per 1/10 reostato ilgio dešinėn, tai antrojo reostato slankiklis pastumiamas kairėn per 1/6 reostato ilgio. Jei pirmojo reostato slankiklis pastumiamas per 1/10 reostato ilgio kairėn, tai antrojo reostato slankiklis pastumiamas dešinėn per 1/14 reostato ilgio.

Eksperimentas

9. Apskaičiuokite vielos tankį. Vielos masė tokia, kad pieštukas kartu su viela vandenyje skęsta. Vielos trumpinti negalima.
Priemonės ir medžiagos: vielos gabaliukas (vielos storis D = 0,8 mm), stiklinė su vandeniu, plonas (≈ 1,5 cm skersmens) mėgintuvėlis, druska, liniuotė ir pieštukas.

Sprendimas

Vielos tūris

$$V = \frac{\pi d^2}{4} l, \qquad (1)$$

kur l – vielos ilgis. Jį išmatuojame liniuote. Vielos tankis

$$\rho_x = \frac{m}{V}, \tag{2}$$

m – vielos gabaliuko masė. Ją išmatuoti galime keliais būdais. Pateiksime tik du iš jų. Statom pieštuką vertikaliai į mėgintuvėlį su vandeniu. Mėgintuvėlis plonas, todėl pieštuko trintis į mėgintuvėlio kraštus maža,

$$m_p = \rho S h, \tag{3}$$

čia m_p, S ir h – pieštuko masė, skerspjūvio plotas ir panirimo į vandenį gylis, ρ – vandens tankis. S ir h matuojame liniuote. Po to ant vieno pieštuko galo užvyniojame vielą, o kitą galą pamerkiame į druskos tirpalą mėgintuvėlyje. Druskos į vandenį įdedame tiek, kad pieštukas su vielos gabaliuku neskęstų, o vielos gabaliukas būtų virš tirpalo paviršiaus.

$$m_p + m = \rho_t S H, \tag{4}$$

H – pieštuko (su viela) panirimo į vandenį gylis, ρ_t – tirpalo tankis. Dar kartą pamerkime pieštuką į tą patį tirpalą tik dabar jau be vielos:

$$m_p = \rho_t S h_t, \tag{5}$$

h_t – pieštuko panirimo į tirpalą gylis. Iš (1) – (5):

$$\rho_x = \frac{4\rho S h}{\pi d^2 l}\left(\frac{H}{h_t} - 1\right).$$

Kitas būdas palyginti pieštuko masę su vielos mase, panaudojus liniuotę, kaip svarstyklių svertą:

$$\frac{m_p}{m} = \frac{l_p}{l_v}, \tag{6}$$

l_p ir l_v – pieštuko ir vielos atstumai iki liniuotės atramos taško, kuris yra po liniuotės masės centru. Iš (1) – (3) ir (6):

$$\rho_x = \frac{4\rho S h l_v}{\pi d^2 l l_p}.$$

Užduotys ir sprendimai skelbiami iš leidinio:

40-OJI LIETUVOS JAUNŲJŲ FIZIKŲ OLIMPIADA. *Parengė Raimundas Žemaitis*

Pastaba: ši informacija interneto svetainėje www.olimpas.lt skelbiama nuo 2005 04 26.