XLIII LIETUVOS JAUNŲJŲ FIZIKŲ OLIMPIADA

XII klasė

II turas

1. **Tarptautinei televizijai reikalingas dirbtinis Žemės palydovas, kuris visą laiką kybotų virš to paties Žemės taško. Kokiame aukštyje ir kokiu greičiu skries toks palydovas? Žemės masė M=5,98· 10^{24} kg, jos spindulys R = 6370 km, apsisukimo apie ašį periodas 23 val. 56 min. 4s, gravitacijos konstanta G = 6,67· 10^{-11} m^3/kg· s^2.**

<u>Sprendimas</u>

Palydovas turi skrieti pusiaujo plokštumoje, jo apsisukimo apie Žemę periodas T turi būti lygus Žemės apsisukimo apie ašį periodui. Palydovui įcentrinį pagreitį suteikia Žemės trauka. Todėl

$$v = \frac{2\pi r}{T},$$

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GmM}{r^2},$$

kur v – palydovo greitis, r – jo orbitos spindulys, m – palydovo masė. Iš pateiktų lygčių gauname:

$$v = \sqrt[3]{\frac{2\pi GM}{T}} = 3{,}08\,km/s,$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}.$$

Palydovo aukštis virš Žemės paviršiaus

$$h = r - R = 35800\,km.$$

2. **Stiklinės prizmės skerspjūvis yra lygiakraštis trikampis, kurio kraštinės ilgis l. Skerspjūvio plokštumoje į vienos kraštinės vidurį krinta šviesos spindulys kampu α = 30^0. Nustatykite spindulio eigą prizmėje ir jo išėjimo iš prizmės tašką. Prizmės stiklo lūžio rodiklis n = 1,6.**

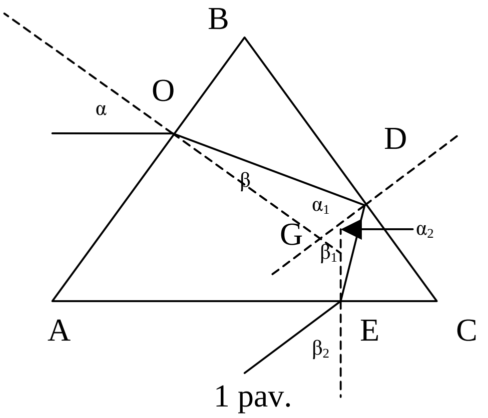
<u>Sprendimas</u>

Kadangi α = 30^0, tai krintantysis spindulys lygiagretus AC (1 pav.). Iš lūžio dėsnio

$$n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$$

randame β = $18{,}21^0$. Trikampyje OGD $\angle G = 120^0$, todėl α_1 = $42{,}79^0$. Taške D spindulys visiškai atsispindi, nes ribinis kampas yra

$$\alpha_0 = \arcsin\frac{1}{n} = 38{,}68^0.$$



1 pav.

Kadangi $\alpha_1 = \beta_1$, tai trikampiai OBD ir ECD panašūs ir α_2 = β, β_2 = α. Taigi iš prizmės spindulys išeina lygiagrečiai AB. Iš trikampio OBD panaudodami sinusų teoremą gauname

$$BD = l\frac{\sin(\frac{\pi}{2} - \beta)}{2\sin(\frac{\pi}{6} + \beta)}.$$

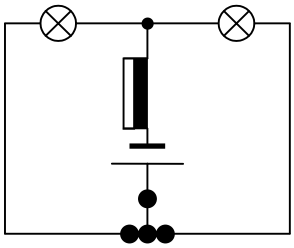
Tada DC = l – BD, ir

$$EC = DC\frac{\sin(\frac{\pi}{6} + \beta)}{\sin(\frac{\pi}{2} - \beta)} = l\sqrt{3}tg\frac{\beta}{2} = 0{,}28l.$$

3. Turite dviratį, galvaninę bateriją, lempučių bei kitų detalių. Nubraižykite elektrinę grandinę, leidžiančią važiuojant rodyti posūkius į kairę ar į dešinę. Sugalvokite būdą, kad lemputės mirksėtų.

Sprendimas

Galima schema, panaudojus bimetalinę plokštelę, pateikta 2 pav.



2 pav.

4. Oro baliono su įranga ir oreiviu masė m=300kg, tūris V=3000m^3. Iki kokios temperatūros reikia pašildyti orą balione, kad balionas pradėtų kilti? Atmosferos slėgis p = 10^5 Pa, oro temperatūra t_0=15 ^{0}C, oro molio masė μ=0,029kg/mol.

Sprendimas

Balionas pradeda kilti, kai jį veikianti Archimedo jėga

$$F_A = \rho_0 gV$$

tampa lygi jo sunkio jėgai

$$P = mg + \rho_1 gV.$$

Čia g – laisvojo kritimo pagreitis, V – baliono tūris, ρ_0 – oro tankis atmosferoje, ρ_1 – šilto oro tankis balione, m – baliono masė. Iš dujų būsenos lygties

$$\rho = \frac{\mu p}{RT},$$

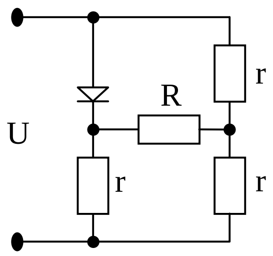
kur μ – oro molio masė, p – atmosferos slėgis, T – absoliučioji temperatūra, R – universalioji dujų konstanta, T_0 = 288 K, ieškomąją temperatūrą T randame iš lygties

$$\frac{\mu gpV}{RT_0} = mg + \frac{\mu gpV}{RT}.$$

Jos sprendinys

$$T = T_0 \frac{1}{1 - \frac{mRT_0}{\mu pV}},$$

T = 314 K, t = 41 ^{0}C.



1 pav.

5. Kiek kartų pasikeis galia, išsiskirianti grandinėje (1 pav.), pakeitus įtampos poliškumą? R=10Ω, r=5Ω, diodas idealus.

Sprendimas

Kai diodu teka srovė, grandinės varža

$$R_1 = \frac{r(r + \frac{rR}{r+R})}{r + r + \frac{rR}{r+R}} = \frac{r(r+2R)}{2r+3R}$$

ir joje išsiskiria galia $$P_1 = \frac{U^2}{R_1}.$$

Kai diodu srovė neteka, grandinės varža $R_2 = r + \dfrac{r(r+R)}{r+r+R} = \dfrac{r(3r+2R)}{2r+R}$

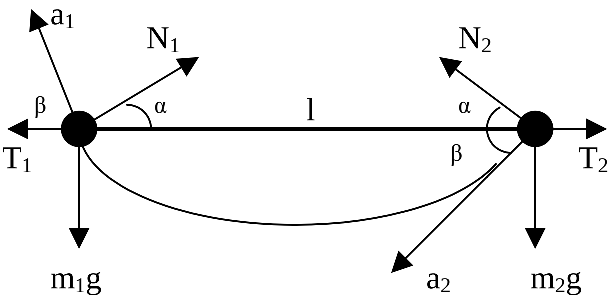
Ir joje išsiskiria galia $$P_2 = \frac{U^2}{R_2}.$$

Taigi $$\frac{P_1}{P_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{(3r+2R)(2r+3R)}{(2r+R)(r+2R)} = 2{,}8.$$

6. Standus lengvas strypas su m_1 ir m_2 masių mažais rutuliukais galuose guli slidaus sferinio paviršiaus viduje, besiremdamas galais į tą paviršių ir laikomas horizontalioje padėtyje. Strypo ilgis l lygus sferinio paviršiaus spinduliui. Ištemptas ar suspaustas strypas bus pradiniu momentu jį paleidus? Kokio didumo jėga?

Sprendimas

Laikant strypą, rutuliukai jį spaudžia.



Paleidus strypas lieka suspaustas. Paleistas strypas pradeda judėti, rutuliukai slysta paviršiumi ir turi tik tangentinius pagreičius $\vec{a}_1, \vec{a}_2$, $a_1 = a_2 = a$. Pagal antrąjį Niutono dėsnį rutuliukams gauname:

$$m_1\vec{a}_1 = m_1\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{T}_1,$$

$$m_2\vec{a}_2 = m_2\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{T}_2.$$

Čia $\vec{N}$ - paviršiaus reakcijos jėga, $\vec{T}$ - strypo susispaudimo jėga (žr. pav.),

$$T_1 = T_2 = T.$$

Projektuodami tangentinėmis kryptimis gauname:

$$m_1 a = -m_1 g\cos\alpha + T\cos\beta,$$

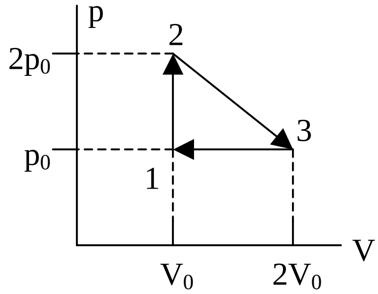
$$m_2 a = m_2 g\cos\alpha - T\cos\beta.$$

Iš čia randame strypo įtempimo jėgą

$$T = \frac{2m_1 m_2 g\cos\alpha}{(m_1 + m_2)\cos\beta}.$$

Kadangi $\alpha = 60^0$, $\beta = 30^0$, tai $$T = \frac{2m_1 m_2 g}{(m_1 + m_2)\sqrt{3}}.$$

7. Idealiųjų dvitomių dujų vyksmas pateiktas pav. Raskite ciklo naudingumo koeficientą.



Sprendimas

Naudingumo koeficientas išreiškiamas formule

$$\eta = \frac{A}{Q},$$

kur A – ciklo metu atliktas darbas, Q – iš šildytuvo gautos šilumos kiekis. Atliktą darbą išreiškia trikampio 123 plotas,

$$A = \frac{p_0 V_0}{2}.$$

Vyksmas 1→2 yra izochorinis, todėl $Q_{12} = C_V(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}p_0 V_0$.

Čia panaudota dujų būsenos lygtis ir šiluminė dvitomių dujų talpa. 2 ir 3 taškams gauname

$$2p_0 V_0 = p_0 2V_0,$$

t.y., tie du taškai yra toje pačioje izotermėje. Todėl

$$\Delta E_{23} = Q_{23} - A_{23} = 0,$$

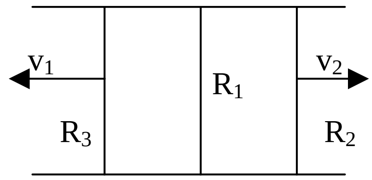
$$Q_{23} = A_{23} = p_{vid}\Delta V = \frac{3}{2}p_0 V_0.$$

Izobarinio vyksmo 3→1 metu dujos vėsta, atiduodamos šilumą šaldytuvui. Todėl

$$Q = Q_{12} + Q_{23} = \frac{5}{2}p_0 V_0 + \frac{3}{2}p_0 V_0 = 4p_0 V_0,$$

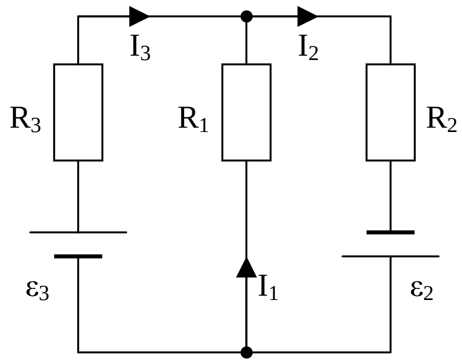
$$\eta = 1/8.$$

8. Du idealūs lygiagretūs laidai yra vienalyčiame magnetiniame lauke, kurio indukcija B=1 T statmena laidų plokštumai. Atstumas tarp laidų l = 0,1 m. Laidai tarpusavyje sujungti nejudamu laidininku, kurio varža R1 = 30Ω. Nuo jungiančiojo laidininko liesdami laidus priešingomis kryptimis juda kiti du laidininkai, jų varžos atitinkamai R_2 = 1 Ω, R_3 = 2 Ω, greičiai v_2 = 0,3 m/s, v_3 = 0,2 m/s (žr. pav.). Raskite srovės stiprį nejudančiame laidininke.



<u>Sprendimas</u>

Lygiavertė elektrinė schema pateikta pav.



Panaudodami Kirchhofo dėsnius mazgui kairiajam ir dešiniajam kontūrui, gauname:

$$I_1 + I_3 = I_2,$$
$$\varepsilon_3 = I_3 R_3 - I_1 R_1,$$
$$\varepsilon_2 = I_1 R_1 + I_2 R_2, \mathrm{I}$$
$$\varepsilon_2 = Blv_2,$$
$$\varepsilon_3 = Blv_3.$$

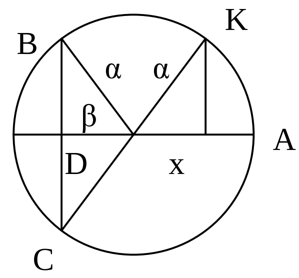
Iš lygčių sistemos gauname $I_1 = \dfrac{Bl(v_2 R_3 - v_3 R_2)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = 4{,}34 \cdot 10^{-4} A.$

9. Matematinė svyruoklė atlenkiama mažu kampu α ir paleidžiama svyruoti. Kitoje pusėje jos atsilenkimą riboja einanti per pakabinimo tašką ir kampu β<α nuo vertikalės pakrypusi siena. Svyruoklės smūgis į sieną tamprus. Raskite apribotos ir laisvos svyruoklės periodų santykį.

<u>Sprendimas</u>

Laisvosios matematinės svyruoklės momentinį nuokrypio kampą

$$x = \alpha \cos \omega t$$



galima vaizduoti kaip spindulio α apskritimu kampiniu greičiu ω besisukančio taško K projekciją į ašį x (žr. pav.). Svyravimo periodas T yra vieno apsisukimo laikas. Svyruoklės stangrumas į kampu β pasvirusią sieną reiškia momentinį taško K greičio krypties pakitimą taškuose B ir C. Todėl svyravimo periodas sumažėja, jis lygus judėjimo lanku BAC laikui T_1, t.y., jis proporcingas lanko BAC ilgiui. Todėl

$$\frac{T_1}{T} = \frac{2\pi\alpha - 2\alpha \arccos\dfrac{\beta}{\alpha}}{2\pi\alpha} = 1 - \frac{\arccos\dfrac{\beta}{\alpha}}{\pi}.$$

10. Fotonas susiduria su laisvu elektronu ir yra išsklaidomas. Judėdamas toliau jis gali sukurti elektrono ir pozitrono porą. Įrodykite, kad, kai kampas θ tarp krentančio ir išsklaidyto fotono judėjimo krypčių didesnis negu 600, poros atsiradimas neįmanomas nepriklausomai nuo pradinio elektrono energijos. Krentančio ir išsklaidyto fotonų bangų ilgiams λ ir λ' galioja lygybė (Komptono efektas): $\lambda' = \lambda + \dfrac{h}{mc}(1 - \cos\theta)$.

Čia h – Planko konstanta, m – elektrono masė, c – šviesos greitis.

<u>Sprendimas</u>

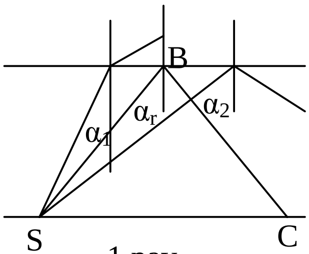
Išsklaidytas fotonas gali sukurti elektrono ir pozitrono porą, jeigu jo energija $h\nu' > 2mc^2$. Kadangi $\nu' = \dfrac{c}{\lambda'}$, tai $\lambda' < \dfrac{h}{2mc}$. Panaudoję sąlygoje pateiktą λ' formulę, gauname:

$$\lambda + \frac{h}{mc}(1 - \cos\vartheta) < \frac{h}{2mc}.$$

Išsprendę nelygybę, gauname $\cos\vartheta > \dfrac{1}{2} + \dfrac{mc\lambda}{h}$. Taigi $\cos\vartheta > 1/2, \vartheta < 60^0$.

11. Nustatykite skysčio lūžio rodiklį. Priemonės: stiklinė plokštelė su kiuvete (vienas plokštelės paviršius matinis), taškinis šviesos šaltinis, graduota pipetė, milimetrinė liniuotė, milimetrinio popieriaus lapas, balto popieriaus lapelis su skylute, stiklinė su tiriamuoju skysčiu.

Šis lūžio rodiklio nustatymo būdas remiasi šviesos visiško vidaus atspindžio dėsningumais.



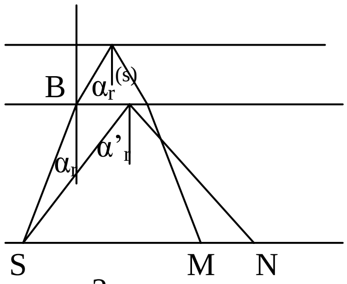
1 pav.

Taškinio šaltinio šviesa, patekusi į storio h stiklinę plokštelę, pro matinį paviršių sklinda plokštelėje visomis kryptimis (1 pav.). Šviesos spindulys, krintantis į viršutinį paviršių kampu $\alpha_2>\alpha_r$ (α_r – ribinis visiško vidaus atspindžio kampas), visiškai atsispindi ir grįždamas apšviečia iš vidaus plokštelės matinį paviršių. Spinduliai, krintantys kampais $\alpha_1<\alpha_r$, praeina pro paviršių, atsispindi tik nedidelė jų energijos dalis. Todėl, stebėdami plokštelę iš viršaus, matysime tamsų šaltinį. To skritulio skersmuo $D = 2SC = 4htg\alpha_r = \dfrac{4h\sin\alpha_r}{\sqrt{1-\sin^2\alpha_r}}$.

Kadangi lūžio rodiklis n = 1/sin α_r, tai gauname

$$D = \frac{4h}{\sqrt{n^2-1}},$$

$$n = \sqrt{\frac{16h^2}{D^2}+1}.$$



2 pav.

Į kiuvetę įpilame skysčio sluoksnį, kurio aukštis h_s. Dabar spindulys, krintantis kampu α_r į stiklo ir skysčio ribą, lūžta ir toliau sklisdamas krinta į skysčio ir oro ribą ribiniu visiško vidaus atspindžio kampu $\alpha_r^{(s)}$. Todėl susidaro tamsus skritulys, kurio skersmuo (2 pav.)

$$D_s = 2SM = 4htg\alpha_r + 4htg\alpha_r^{(s)}.$$

Kadangi $n\sin\alpha_r = n_s\sin\alpha_r^{(s)} = 1,$ tai gauname

$$D_s = \frac{4h}{\sqrt{n^2-1}} + \frac{4h_s}{\sqrt{n_s^2-1}}.$$

D_s tiesiškai priklauso nuo h_s. Tuo pasinaudojame eksperimentiškai nustatydami skysčio lūžio rodiklį. Įlašiname į kiuvetę tiriamojo skysčio k lašų ir pamatuojame tamsaus skritulio skersmenį. Bandymą kartojame palaipsniui didindami skysčio kiekį tol, kol skritulio skersmuo padidėja 3 – 4 cm. Pipete nustatome k lašų tūrį ir apskaičiuojame jį atitinkantį skysčio sluoksnio aukščio pokytį δh. Milimetriniame popieriuje nubraižome $D_s(h_s)$ priklausomybės grafiką ir iš jo gauname $\Delta D_s/\Delta h_s$, per kurį išreiškiame ieškomąjį lūžio rodiklį $n_s = \sqrt{\dfrac{16\Delta h^2}{\Delta D^2}+1}.$

Jeigu skysčio lūžio rodiklis $n_s<n$, tai papildomai stebėsime spindulio R‘ = SN šviesų žiedą. Tą žiedą sudaro spinduliai, atsispindėję nuo stiklo ir skysčio ribos kampais $\alpha_3>\alpha_r'$, kur α_r' – ribinis visiško atspindžio kampas nuo tos ribos. Spindulio R' dydis nepriklauso nuo skysčio sluoksnio aukščio. Išmatavus žiedo skersmenį D‘ galima apskaičiuoti skysčio lūžio rodiklį

$$n_s = \frac{n}{\sqrt{\left(\frac{h}{D'}\right)^2+1}}.$$

To žiedo stebėjimo galimybės priklauso nuo tiriamojo skysčio ir stiklo lūžio rodiklių. Kadangi matinio paviršiaus išsklaidytos šviesos intensyvumas mažėja didėjant kampui α, tai esant $\alpha_r' > 60^0$ šviesus žiedas tampa sunkiai pastebimas.

Pastaba: ši informacija interneto svetainėje www.olimpas.lt skelbiama nuo 2005 04 05.