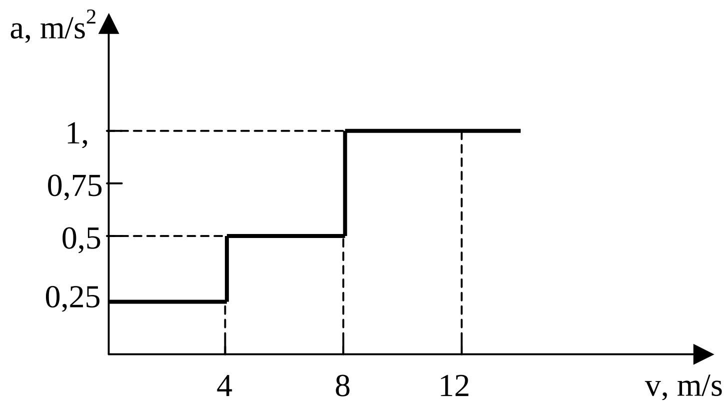
52-oji Lietuvos moksleivių fizikos olimpiada
III turo užduotys IX klasei

1. Kūnas juda taip, kad bet kuriuo laiko momentu jo pagreitis nėra lygus nuliui. Paveiksle pavaizduotas kūno pagreičio priklausomybės nuo greičio grafikas. a) Nustatykite laiką, per kurį kūnas įgis 12 m/s greitį; b) Nubraižykite greičio priklausomybės nuo laiko grafiką; c) Apskaičiuokite kūno nueitą kelią, kol jis įgijo 12 m/s greitį.



---

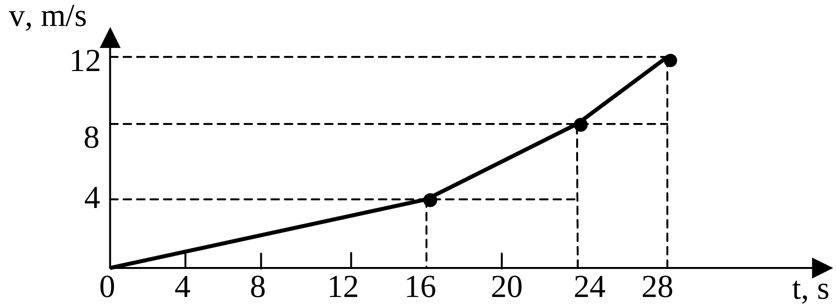
a) Tegul t_1, t_2, t_3 – laiko intervalai, kurių metu kūno pagreitis pastovus (a_1, a_2, a_3), v_1, v_2, v_3 – greičiai, kuriuos kūnas įgyja laiko momentais t_1; $t_1 + t_2$; $t_1 + t_2 + t_3$. Kiekvienoje iš trijų grafiko dalių kūnas juda tolygiai greitėdamas pagreičiais a_1, a_2, a_3. Todėl

$$a_1 = \frac{v_1 - v_0}{t_1}; \qquad a_2 = \frac{v_2 - v_1}{t_2}; \qquad a_3 = \frac{v_3 - v_2}{t_3}.$$

Iš grafiko randame, kad $v_0 = 0$; $v_1 = 4$ m/s, $a_1 = 0{,}25$ m/s^2, $v_2 = 8$ m/s, $a_2 = 0{,}5$ m/s^2, $v_3 = 12$ m/s, $a_3 = 1$ m/s^2.
Gauname, kad $t_1 = 16$ s, $t_2 = 8$ s, $t_3 = 4$ s.
Vadinasi,

$$\underline{t = t_1 + t_2 + t_3 = 28 \text{ s.}}$$

b) Braižome greičio priklausomybės nuo laiko grafiką.



c) Nueitą kelią randame apskaičiavę figūros, apribotos greičio priklausomybės nuo laiko grafiku, plotą:

$$S = S_1+S_2+S_3.$$

$S_1 = 32$ m, $S_2 = 48$ m, $S_3 = 40$ m.

$\underline{S = 120 \text{ m.}}$

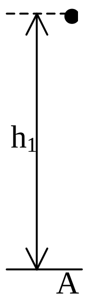
2. Galilėjas Galilėjus (1564–1642) knygoje “Pokalbiai apie dvi naujas mokslo šakas”, išleistoje 1643 m. Leidene, aprašė, kokiu santykiu kinta keliai nueiti laisvai krintančio kūno per vienodus laiko tarpus. Suraskite ir Jūs šį santykį.

Apskaičiuokime, kaip kinta nueiti keliai per pirmąją, antrąją, trečiąją sekundę ir suraskime dėsningumą.

Tegul per pirmąją sekundę kūnas nueina kelią h_1.

Atskaitos sistemą susieję su tašku A, pagal energijos tvermės dėsnį galime užrašyti

$$mgh_1 = \frac{mv_1^2}{2},$$ v_1 – kūno greitis taške A.



Iš čia $$h_1 = \frac{v_1^2}{2g}. \qquad (1)$$

Žinome, kad kūno pagreitis yra vienodas visame kelyje ir lygus g:

$$g = \frac{v_1 - v_0}{\Delta t}, \qquad (2)$$

čia $\Delta t = 1$ s, $v_0 = 0$.

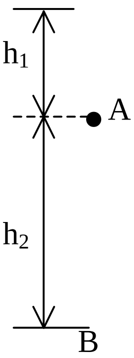
(2) lygtį įrašę į (1), gauname

$$h_1 = \frac{g\Delta t^2}{2}. \qquad (3)$$

Tegul per antrąją sekundę kūnas nueina kelią h_2.

Atskaitos pradžią susieję su tašku B, pagal energijos tvermės dėsnį užrašome:

$$mgh_2 + \frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2},$$ v_2 – kūno greitis taške B.



Iš čia $$h_2 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}. \qquad (4)$$

Kūno pagreitis $$g = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t}. \qquad (5)$$

(5) lygtį įrašę į (4) ir atsižvelgę į (2), gauname

$$h_2 = 3\frac{gt_0^2}{2}.$$

Analogiškai suradę kelią, nueitą per trečiąją sekundę, gauname:

$$h_3 = 5\frac{gt_0^2}{2}.$$

Iš čia matyti, kad kelių, nueitų per pirmąją, antrąją, trečiąją ir t.t. sekundę, santykis

$$\boxed{h_1 : h_2 : h_3 : \ldots : h_n = 1 : 3 : 5 : \ldots : (2n - 1)}$$

3. Indo dugne yra m_1 masės ledo gabalas su jame įšalusiu m_2 masės ir V_2 tūrio žalvariniu rutuliuku. Ledo temperatūra t_1 (t_1 – mažesnė už 0ºC). Į indą įpilama m_3 masės t_3 = 100 ºC temperatūros vandens. Pradžioje ledas iškilo. Nusistovėjus šiluminei pusiausvyrai, ledas su jame įšalusiu rutuliuku nusileido ant dugno. Kiek mažiausiai verdančio vandens buvo įpilta į indą? Uždavinio sprendimui reikalingos konstantos yra žinomos. Indo šiluminės talpos nepaisykite.

Lede įšalęs rutuliukas bus dugne, jeigu Archimedo jėga bus mažesnė (ribiniu atveju lygi) už rutuliuko ir ledo sunkio jėgą:

$$m'_1g + m_2g = \rho_3 g\left(\frac{m'_1}{\rho_1} + V_2\right), \qquad (1)$$

čia m'_1- maksimali neištirpusio ledo masė, kuriai esant rutuliukas pradeda kilti;
ρ_3, ρ_1 - vandens ir ledo tankis.

Pasinaudosime šilumos balanso lygtimi. Kadangi nusistovėjus pusiausvyrai bus ledo ir vandens mišinys, tai mišinio temperatūra bus t_0 = 0 ºC.
Verdantis vanduo atiduos šilumos kiekį $Q = c_3m_3(t_3 – t_0)$.

Šiluma bus sunaudojama ledui ir rutuliukui sušildyti nuo t_1 iki t_0 = 0 ºC:

$$Q_1 = c_1m_1(t_0 – t_1) + c_2m_2(t_0 – t_1)$$

ir daliai ledo ištirpdyti: $Q_2 = \lambda(m_1 - m'_1)$.

Tada $c_3m_3(t_3 – t_0) = (c_1m_1 + c_2m_2)(t_0 – t_1)+ \lambda(m_1 - m'_1)$.

Iš čia $m_3 = \dfrac{(c_1m_1 + c_2m_2)(t_0 - t_1) + (m_1 - m'_1)}{c_3(t_3 - t_0)}$.

Neištirpusio ledo masę m'_1 rasime iš (1): $m'_1 = \dfrac{(m_2 - \rho_3V_2)\rho_1}{\rho_3 - \rho_1}$.

$$\boxed{m_3 = \frac{(c_1m_1 + c_2m_2)(t_0 - t_1) + \lambda(m_1 - \frac{(m_2 - \rho_3V_2)\rho_1}{\rho_3 - \rho_1}}{c_3(t_3 - t_0)}}$$

4. Fizikos eksperimento metu buvo užvirinamas vanduo, panaudojant skirtingas kaitinimo spirales. Jonukas ir Marytė, dvi skirtingos varžos kaitinimo spirales sujungę nuosekliai, vandenį užvirino per 35 min., o, spirales sujungę lygiagrečiai, tą patį vandens kiekį užvirino per 8,6 min. Po to moksleiviai atskyrė spirales ir, paėmę po vieną, kiekvienas atskirai užvirino tą patį vandens kiekį. Per kiek laiko užvirino vandenį Jonukas, per kiek - Marytė? Tinklo įtampa visais atvejais vienoda.

Šilumos kiekis, reikalingas vandeniui užvirinti pirmąja spirale:

$Q = \dfrac{U^2\tau_1}{R_1}$, čia U – tinklo įtampa, τ_1 - laikas, per kurį užverda vanduo įjungus pirmąją spiralę, R_1 – pirmosios spiralės varža.

$$R_1 = \frac{U^2\tau_1}{Q}, \qquad (1)$$

Šilumos kiekis, reikalingas vandeniui užvirinti antrąja spirale:

$Q = \dfrac{U^2\tau_2}{R_2}$, τ_2 - laikas, per kurį užverda vanduo įjungus antrąją spiralę, R_2 – antrosios spiralės varža.

$$R_2 = \frac{U^2\tau_2}{Q}, \qquad (2)$$

Sujungus spirales nuosekliai, išsiskiria šilumos kiekis

$$Q = \frac{U^2}{R_1 + R_2} t_1 . \qquad (3)$$

(1) ir (2) įrašę į (3) gauname: $t_1 = \tau_1 + \tau_2$. (4)

Spirales sujungus lygiagrečiai, išsiskiria šilumos kiekis

$$Q = \frac{U^2}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} . \qquad (5)$$

(1) ir (2) įrašę į (5) gauname: $t_2 = \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2}$. (6)

Iš (4) ir (6) lygčių $\tau_2^2 - t_1 \tau_2 + t_1 t_2 = 0.$

Iš šios lygties

$$\boxed{\tau_1 = \frac{t_1 + \sqrt{t_1^2 - 4t_1 t_2}}{2}} \qquad \boxed{\tau_2 = \frac{t_1 - \sqrt{t_1^2 - 4t_1 t_2}}{2}}$$

$\underline{\tau_1 = 20\,\text{min}}$ $\underline{\tau_2 = 15\,\text{min}}$

Eksperimentinė užduotis "Juodasis indas"

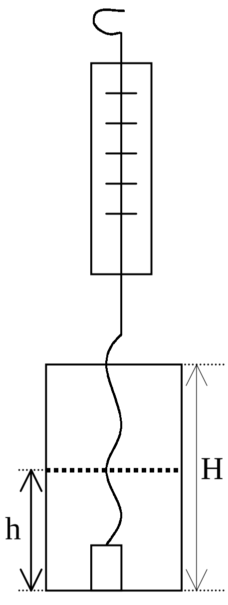
Ant ilgo siūlo pririštas cilindro formos kūnas panardintas į "juodąjį indą" su vandeniu. <u>Nustatykite:</u>

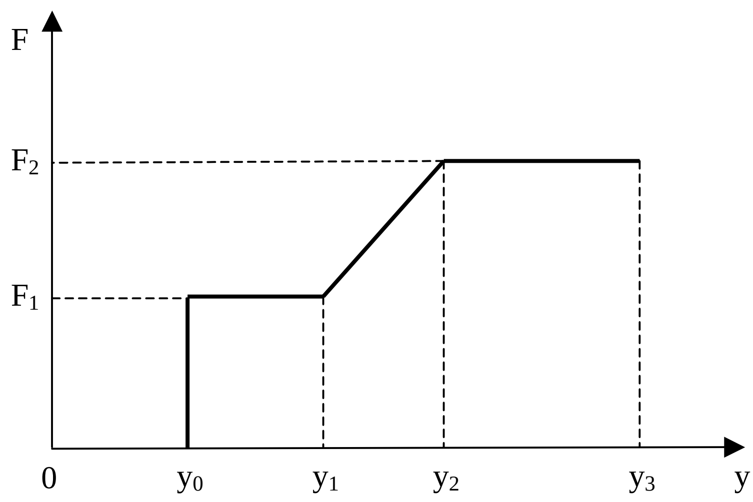
1) **kūno tankį (ρ_k);**
2) **kūno aukštį (ℓ);**
3) **vandens lygį inde, kai kūnas pilnai panirįs vandenyje (h);**
4) **vandens lygį inde, kai kūnas ištrauktas iš vandens (h_0).**

Vandens tankis ρ_v = 1000 kg/m^3.

<u>Priemonės:</u> "juodasis indas", dinamometras, milimetrinis popierius, liniuotė.

Viršutinį siūlo galą pritvirtiname prie dinamometro ir lėtai traukiame iš vandens.
Braižome jėgos (išmatuotos dinamometru) priklausomybės nuo siūlo viršutinio galo koordinatės y, kurią matuojame nuo "juodojo indo" viršaus, grafiką.





Iš grafiko matome, kad y_1 padėtyje kūnas visiškai paniręs vandenyje, o y_2 padėtyje yra ore. Iš čia nustatome reikiamus duomenis.

$\boxed{h_0 = y_2 - y_0}$ $\boxed{\ell = H - (y_3 - y_0)}$ $\boxed{h = \ell + (y_1 - y_0)}$

Kadangi

$$F_1 = \rho_k gV - \rho_v gV,$$

$$F_2 = \rho_k gV,$$

tai

$$\boxed{\rho_k = \frac{\rho_v \cdot F_2}{F_2 - F_1}}$$

Teorines užduotis parengė ŠU doc. dr. Violeta Šlekienė,
eksperimentinę užduotį parengė ŠU doc. dr. Loreta Ragulienė, Antanas Edvardas Stankus.

Pastaba: ši informacija interneto svetainėje www.olimpas.lt skelbiama nuo 2004 04 08.