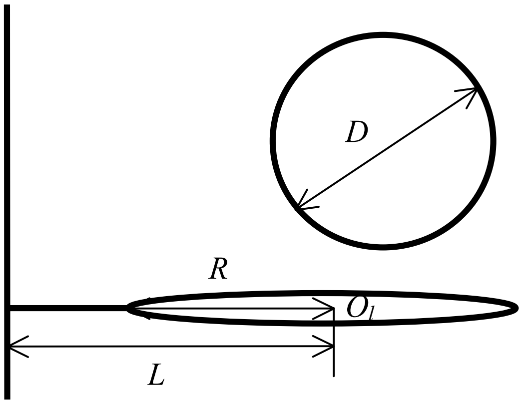
55-oji Lietuvos moksleivių fizikos olimpiada
12 klasės užduotys

1. Krepšinio kamuolio skersmuo $D = 240$ mm, krepšio lanko spindulys $R = 225$ mm, o lanko centro atstumas iki lentos $L = 370$ mm. Krepšininkas, stovėdamas tiesiai priešais lentą, nori pataikyti kamuolio centru tiksliai į krepšio lanko centrą. Kokiu kampu α į horizontą jis turi mesti kamuolį? Pradinis kamuolio greitis $v = 9$ m/s, kamuolio centras metimo momentu yra lanko lygyje ir atstumu $S = 6{,}5$ m iki lanko centro. Kokiu kampu β į horizontą jis turi mesti kamuolį, jeigu nori pataikyti į lanko centrą kamuoliui atšokus nuo lentos? Oro pasipriešinimo nepaisykite, smūgį į lentą laikykite akimirksniniu. Laisvojo kritimo pagreitis $g = 9{,}8$ m/s^2.



Sprendimas

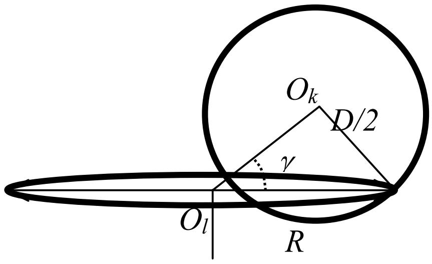
Naudojame formulę kūnui, mestam kampu į horizontą:

$$S = \frac{V^2}{g}\sin 2\alpha .$$

Iš čia

$$\sin 2\alpha = \frac{Sg}{V^2}, \quad 2\alpha_1 = \arcsin\frac{Sg}{V^2}, \quad 2\alpha_2 = 180° - \arcsin\frac{Sg}{V^2},$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{2}\arcsin\frac{Sg}{V^2} \approx 26°, \quad \alpha_2 \approx 64°.$$

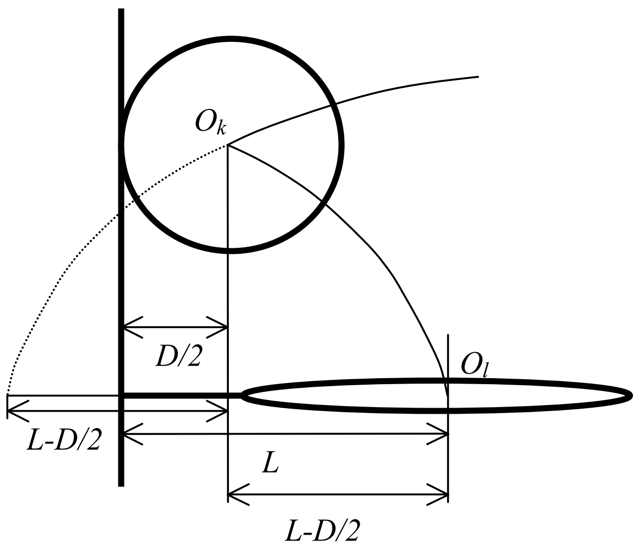


Tai matematiškai teisingi atsakymai. Tačiau pirmas jų krepšininkui netinka, nes kamuolys, artėdamas prie lanko žema trajektorija, užkabins lanką. (Kadangi metimo taškas yra lanko lygyje, artėjimo kampas yra lygus metimo kampui.) Netgi, jeigu kamuolys artėtų prie lanko tiesia trajektorija, kad neužkabintų lanko jis turi judėti kampu $\gamma = \arcsin\frac{D}{2R} \approx 32°$. Realiai jis judės parabole dar truputį žemiau. Kadangi trajektorija yra simetriška, kamuolys turi būti mestas didesniu negu $32°$ kampu. Lieka tik viena kampo reikšmė.

Atšokimo nuo lentos atvejis pavaizduotas paveiksle.

Iš paveikslo matyti, kad metant su atšokimu nuo lentos atstumas tartum padidėja dydžiu

$$\Delta S = 2(L - D/2).$$



Tada

$$S + 2(L - D/2) = \frac{V^2}{g}\sin 2\beta .$$

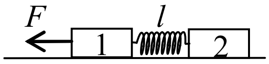
Spręsdami kaip ir pradžioje gauname

$\beta_1 \approx 30°, \quad \beta_2 \approx 60°.$

Kaip ir aukščiau, pirmąją reikšmę reikia atmesti.

Atsakymas: $\alpha = 64°, \quad \beta = 60°.$

2. Du tašeliai, kurių masės vienodos ir lygios *m*=0,2 kg, sujungti spyruokle, kurios tamprumo koeficientas *k*=10 N/m, o neištemptos spyruoklės ilgis *l*=10 cm. Tašeliai padedami ant šiurkštaus horizontalaus paviršiaus taip, kad spyruoklė būtų neištempta. Trinities koeficientas tarp tašelių ir paviršiaus μ=0,3. Pirmąjį tašelį pradeda veikti pastovi jėga *F*=2 N, kaip parodyta paveiksle. 1) Kokiam atstumui tarp tašelių esant pajudės antrasis tašelis? 2) Kokie tuo momentu bus pirmojo tašelio greitis ir pagreitis? Grafike pateiktas tašelių greičio kitimas per pirmąją pusę sekundės pradėjus veikti jėgai. 3) Panaudodami pateiktą grafiką nustatykite, kokiu laiko momentu tarp tašelių buvo didžiausias atstumas, kam lygus tas atstumas, kokie tuo momentu buvo tašelių greičiai ir pagreičiai.



Sprendimas

1) $L = l + x,\ kx = \mu mg,\ L = l + \mu mg / k,\ L = 0{,}159\,\text{m}$.

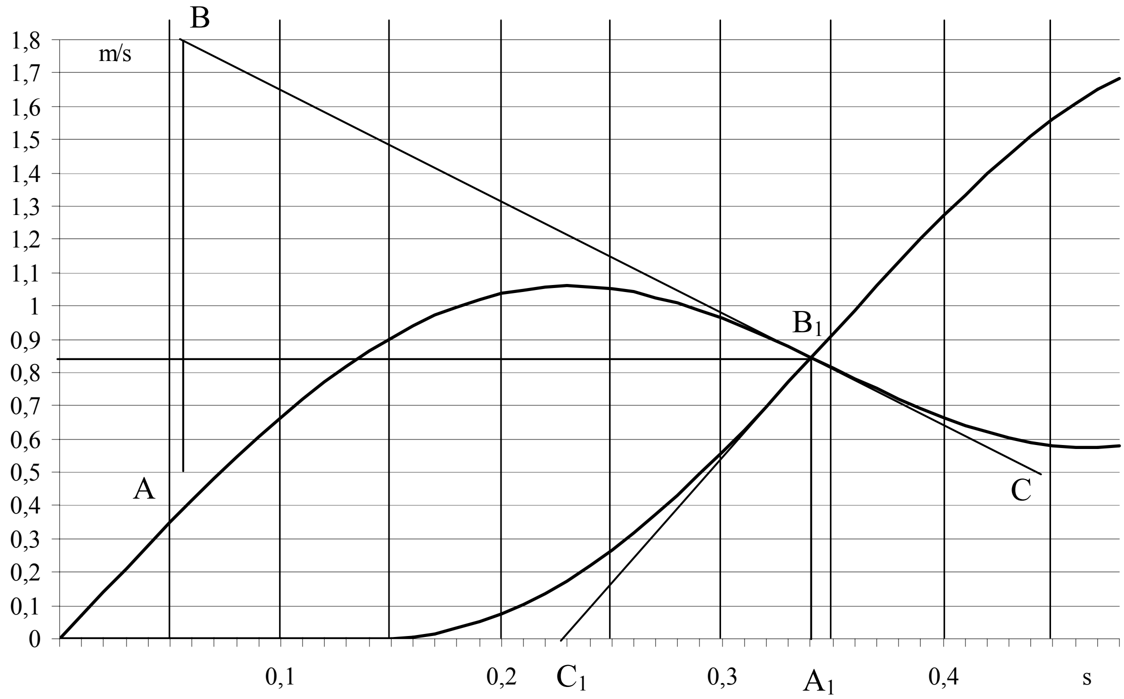
2) $Fx = mv^2/2 + kx^2/2 + \mu mgx,\ v = \sqrt{\mu g(2F - 3\mu mg)/k},\ v = 0{,}81\,\text{m/s}$,

$a = (F - \mu mg - kx)/m = (F - 2\mu mg)/m,\ a = 4{,}12\,\text{m/s}^2$.

3) Didžiausias atstumas bus tuo momentu, kai tašelių greičiai bus vienodi, t.y., grafiko kreivių susikirtimo taške. Jį atitinka *t*=0,34 s ir *v*=0,84 m/s. Atstumas tarp tašelių lygus jų nueitų kelių skirtumo ir pradinio spyruoklės ilgio sumai. Tašelių nueitų kelių skirtumas lygūs grafike pavaizduotų kreivių ir laiko ašies apribotam plotui. Vieno stačiakampio langelio plotas grafike atitinka 0,005 m^2. Iki kreivių susikirtimo taško tas plotas yra apytiksliai *s*=0,21 m, todėl L_{max}= *s*+*l*=0,31 m. Pagreičiai yra greičių kreivių liestinių krypčių koeficientai kreivių susikirtimo taške. Nubrėžiame liestines ir (patogumui) trikampius ABC ir $A_1B_1C_1$.
Tada

a_1=AB/AC, a_1=–1,3/0,39=–3,3 m/s^2,

a_2=A_1B_1/A_1C_1, a_2=0,84/0,11=7,6 m/s^2.

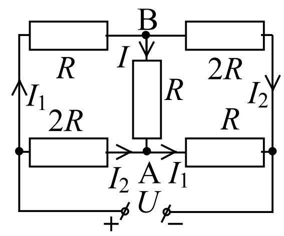


3. Šiluminės mašinos naudingumo koeficientas η nusakomas taip: $\eta = \dfrac{A}{Q_1}$, čia A – šiluminės mašinos atliktas darbas, Q_1 – paimtas iš kaitintuvo šilumos kiekis. Idealios mašinos atveju $\eta = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1}$, čia T_1 ir T_2 – atitinkamai kaitintuvo ir aušintuvo temperatūros. Jei priverstume šią mašiną dirbti atbuline eiga, tai gautume šaldytuvą, tik šiuo atveju pateiktose formulėse A būtų išorės jėgų atliktas darbas mašinos atžvilgiu, Q_1 - suteikiamas šilumos kiekis temperatūros T_1 kūnui (buvusiam kaitintuvui), o T_2 – buvusio aušintuvo temperatūra. Šiluminis siurblys – tai toks šaldytuvas, kuris pritaikytas iš aplinkos (jos temperatūra T_2) paimti tam tikrą šilumos kiekį ir perduoti šildomai patalpai (jos temperatūra T_1) tam tikrą šilumos kiekį.
Taigi, kambarys šildomas tokiu šiluminiu siurbliu. Kambaryje palaikoma $22\,^\circ\mathrm{C}$ temperatūra, o lauke yra $30\,^\circ\mathrm{C}$ žemiau nulio. Šiluminė mašina, dirbdama atbuliniu ciklu, naudoja 200 W galią. Tardami, kad tai ideali šiluminė mašina, apskaičiuokite, kokios galios elektros plytelę vietoje šiluminio siurblio reikėtų įjungti kambaryje, kad ji palaikytų tą pačią temperatūrą.

Sprendimas

Idealiai šiluminei mašinai $\eta = \dfrac{A}{Q_1} = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1}$. Čia A reiškia šiluminės mašinos darbą (jei mašina dirbtų tiesiogine eiga), Q_1 - paimtas iš šildytuvo šilumos kiekis.
Jei mašina dirba atbuline eiga, A būtų išorinis darbas sistemos atžvilgiu (jį ir reikia rasti, tik per laiko vienetą), Q_1 - atiduodamas kambariui šilumos kiekis. Jei imtume darbą ir šilumos kiekius per laiko vienetą, atitinkamus dydžius galime laikyti galia, formulėse juos pažymėdami su brūkšneliu. Plytelės galia P atitiks atiduodamą šilumos kiekį per laiko vienetą Q_1' .Taigi, imdami procesą per laiko vienetą, gautume

$$P = Q_1' = \frac{A'}{\eta} = \frac{A' T_1}{T_1 - T_2} = 1{,}13 \text{ kW}.$$



4. Paveiksle pateiktoje elektrinėje grandinėje U=7 V. Kokia įtampa yra tarp taškų A ir B?

Sprendimas

Pagal Omo dėsnį $U_{AB} = -IR$. $I_1 = I_2 + I$, $U_{CA} = U_{CB} + U_{BA}$,

gauname $I_2 \cdot 2R = I_1 R + IR$, $U = I_2 \cdot 2R + I_1 R$.

Suprastinę iš R, gauname lygčių sistemą $\begin{cases} I_1 = I_2 + I \\ 2I_2 = I_1 + I \end{cases}$, iš čia $\begin{cases} I_1 = 3I \\ I_2 = 2I \end{cases}$.

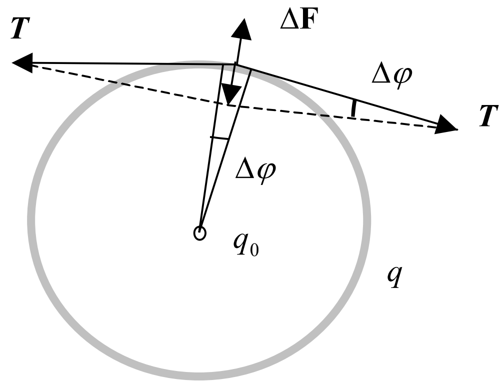
Tada

$$\frac{U_{AB}}{U} = -\frac{IR}{I_1 R + I_2 2R} = -\frac{I}{3I + 4I} = -\frac{1}{7},\ U_{AB} = -\frac{U}{7},\ U_{AB} = -1 \text{ V}.$$

5. Jėga, veikianti tarp taškinių krūvių, esančių atstumu *x*, nusakoma Kulono dėsniu, kuris SI sistemoje atrodo taip: $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{x^2}$ **(čia** $\varepsilon_0 = 0{,}885 \cdot 10^{-11}$ F/m **– elektrinė konstanta, o** q_1 **ir** q_2 **- taškiniai krūviai, matuojami kulonais (C) ir gali būti teigiami arba neigiami. Vienodų ženklų krūviai vienas kitą stumia, o priešingų – traukia).**
Ploname spindulio $R = 50{,}0\,\mathrm{mm}$ **žiede tolygiai paskirstytas krūvis** $q = +100{,}0\,\mu\mathrm{C}$**. Kokiu dydžiu padidėja žiedo tempimo jėga, jei žiedo centre padedamas taškinis krūvis** $|q_0| = 15{,}0\,\mu\mathrm{C}$**? Kokio ženklo turi būti krūvis** q_0**?**

Sprendimas

Iš brėžinio matyti, kad įtempimas padidėja, jei $q_0 > 0$.



$$\Delta F = T\Delta\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{2\pi R}R\Delta\varphi\frac{q_0}{R^2}.$$

Iš čia

$$T = \frac{qq_0}{8\pi^2\varepsilon_0 R^2} = 859\ \mathrm{N}.$$