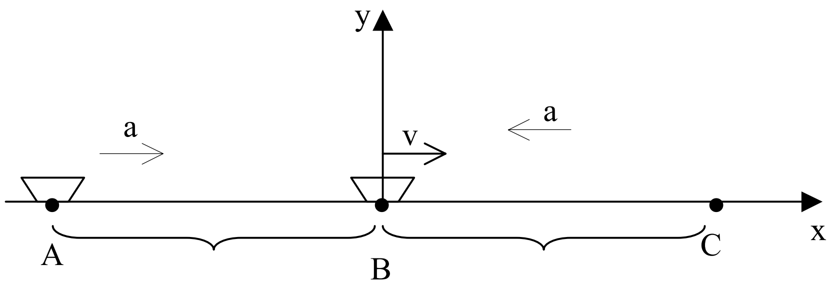
55-oji Lietuvos moksleivių fizikos olimpiada
9 klasės užduotys

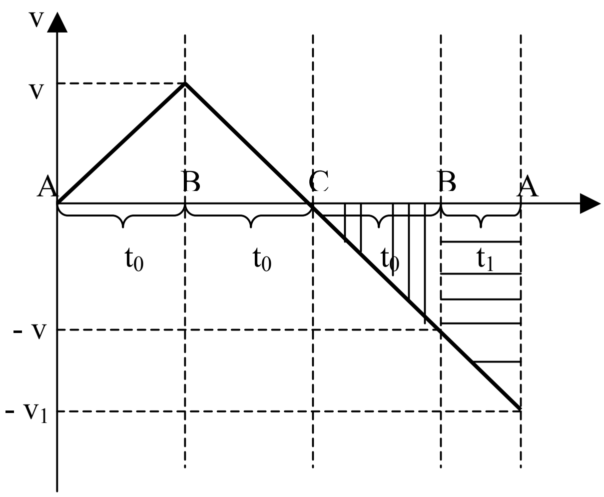
1. Atviroje jūroje taške A stovintis laivas pradeda plaukti tolygiai greitėdamas. Po laiko t_0 kapitonas įsakė perjungti variklį taip, kad jo sraigtas suktųsi priešinga kryptimi. Laivas visą laiką juda viena tiese. Variklio traukos jėgos dydis vienodas visą judėjimo laiką ir suteikia laivui pastovaus dydžio pagreitį a. a) Nubraižykite greičio priklausomybės nuo laiko grafiką. b) Apskaičiuokite, po kiek laiko nuo judėjimo pradžios laivas praplauks tašką A.

Sprendimas

Nubraižome brėžinį. Laivas pradeda judėti iš taško A, o stabdyti taške B. Šiame taške laivo greitis lygus $v = at_0$. Kadangi pagreitis visą laiką yra vienodas, tai aišku, kad atstumai AB ir BC yra lygūs ir laikas, kurį sugaišo laivas plaukdamas atstumą AB, BC ir CB bus vienodas ir lygus t_0. Atstumą BA laivas nuplauks per trumpesnį laiką t_1. Greičio skaitinė vertė plaukiant atgal taške B bus lygi v.



Nubraižome greičio priklausomybės nuo laiko grafiką. Atstumą AB laivas juda tolygiai greitėdamas, BC – tolygiai lėtėdamas, CB ir BA – tolygiai greitėdamas.



Žinome, kad kreivės v = v(t) apribotas plotas savo skaitine verte lygus nueitam keliui, tai brėžinyje pažymėti plotai yra lygūs (laivas nuplaukia atstumą CB ir BA atitinkamai).

$$\frac{1}{2}vt_0 = \frac{v_1 + v}{2}t_1.$$

Kadangi $v = at_0$ ir $v_1 = a(t_0 + t_1)$, tai

$$t_1^2 + 2t_0t_1 - t_0^2 = 0.$$

Iš čia

$$t_1 = -t_0 \pm t_0\sqrt{2}.$$

Šaknis su “-” ženklu fizikinės prasmės neturi. Todėl

$$t_1 = -t_0 + t_0\sqrt{2}.$$

Visas judėjimo laikas

$$t_v = t_1 + 3t_0.$$

$$\boxed{t_v = t_0(2 + \sqrt{2})}$$

2. Cilindre po S skerspjūvio ploto sunkiu stūmokliu, galinčiu judėti be trinties, yra $t_0 = 0$ °C temperatūros ledas. Stūmoklyje įtaisytas P galios šildytuvas. Įjungus šildytuvą, stūmoklis pradeda judėti. Kokiu vidutiniu greičiu judės stūmoklis, kol ištirps visas ledas? Temperatūra cilindro viduje visą laiką pastovi. Vandens tankis ρ_v, ledo tankis ρ_ℓ, savitoji ledo lydymosi šiluma λ. Šilumos nuostolių nepaisykite.

Sprendimas

Stūmoklyje įtaisytas šildytuvas šildys ledą, ir šis pradės tirpti. Tirpstant ledui, jo tūris mažėja. Tūrio pokytis bus lygus:

$$\Delta V = S \cdot \Delta h, \quad (1)$$

čia Δh - atstumas, kurį nusileis stūmoklis.

Aišku, kad stūmoklio vidutinis judėjimo greitis

$$v = \Delta h / \tau, \qquad (2)$$

čia τ - leidimosi laikas.

Iš kitos pusės, tūrio pokytis lygus:

$$\Delta V = \left(\frac{m}{\rho_\ell} - \frac{m}{\rho_v}\right). \qquad (3)$$

Iš (1), (2), (3) lygčių gauname:

$$v = \frac{m\left(\frac{1}{\rho_\ell} - \frac{1}{\rho_v}\right)}{S \cdot \tau}. \qquad (4)$$

Kadangi šilumos nuostolių nėra, tai visas šildytuvo išskirtas šilumos kiekis sunaudojamas ledui tirpdyti:

$$P\tau = \lambda m.$$

Iš čia

$$\tau = \frac{\lambda m}{P}. \qquad (5)$$

(5) lygtį įrašę į (4) lygtį, gauname:

$$\boxed{v = \frac{P}{\lambda S}\left(\frac{\rho_v - \rho_\ell}{\rho_\ell \rho_v}\right)}$$

3. Turime tris vienodus kalorimetrus ir šilumai laidų indą L. Pirmajame kalorimetre yra karštas t_1 temperatūros vanduo, antrajame – šaltas t_2 temperatūros vanduo, trečiasis - tuščias. Kalorimetruose esančio vandens masės vienodos. Pusė šalto vandens supilama į indą L, kuris po to įdedamas į pirmąjį kalorimetrą. Nusistovėjus šiluminei pusiausvyrai, vanduo iš indo L supilamas į trečiąjį kalorimetrą. Likęs šaltas vanduo supilamas į šilumai laidų indą. Indas vėl įdedamas į pirmąjį kalorimetrą. Nusistovėjus šiluminei pusiausvyrai, vanduo iš indo L supilamas į trečiąjį kalorimetrą. Kokia nusistovės temperatūra trečiajame kalorimetre? Indo ir kalorimetrų šiluminių talpų bei šilumos nuostolių nepaisykite.

Sprendimas

Pažymėkime kalorimetruose esančio vandens masę m. Pusę šalto vandens (m/2) supylus į indą L, jį įdėjus į pirmąjį kalorimetrą ir nusistovėjus šiluminei pusiausvyrai, induose vandens temperatūra bus t'_1.

Šilumos balanso lygtis:

$$cm(t_1 - t'_1) = c\frac{m}{2}(t'_1 - t_2),$$

$$t'_1 = \frac{2t_1 + t_2}{3}. \qquad (1)$$

Likusį šaltą vandenį (m/2) supylus į indą L, jį įdėjus į pirmąjį kalorimetrą (temperatūra t'_1) ir nusistovėjus šiluminei pusiausvyrai, induose vandens temperatūra bus t'_2.

Šilumos balanso lygtis:

$$cm(t'_1 - t'_2) = c\frac{m}{2}(t'_2 - t_2),$$

$$t'_2 = \frac{2t'_1 + t_2}{3}. \qquad (2)$$

Sumaišius t'_1 ir t'_2 temperatūros vandenis, trečiajame kalorimetre nusistovės temperatūra θ.

Šilumos balanso lygtis:

$$c\frac{m}{2}(\,t'_1-\theta)=c\frac{m}{2}(\,\theta-t'_2),$$

$$\theta=\frac{t'_1+t'_2}{2}. \qquad (3)$$

Iš (1) , (2) ir (3) gauname

$$\boxed{\theta=\frac{5t_1+4t_2}{9}}$$

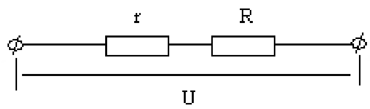
4. Jonukas sugalvojo užvirinti vandenį sode. Todėl jis įsigijo šildytuvą, ant kurio užrašyta 400 W, 220 V, ir ilgintoją. Įjungęs ilgintoją į 220 V įtampos tinklą ir prijungęs šildytuvą, Jonukas užvirino t_0 = 20 ºC temperatūros m = 1 kg masės vandenį per τ_1 = 16 min. Norėdamas vandenį užvirinti greičiau, Jonukas įsigijo dar vieną tokį pat šildytuvą ir sujungė juos abu nuosekliai. Per kiek laiko τ_2 šiuo atveju užvirs tos pačios temperatūros tas pats kiekis vandens? Ar pavyko Jonukui pasiekti tikslą? Vandens savitoji šiluma 4200 J/ (kg · °C). Šilumos nuostolių nepaisykite.

<u>Sprendimas</u>

Norint sušildyti vandenį nuo 20 ºC iki virimo, reikia suteikti šilumos kiekį $Q = cm\Delta t$. Kadangi vanduo užvirė per laiką τ_1, tai šildytuvo vartojama galia:

$$P_1=\frac{Q}{\tau_1}=\frac{cm\Delta t}{\tau_1}; \qquad P_1=350\text{W}.$$

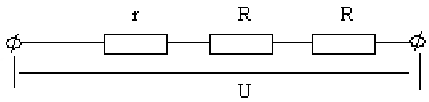
Matyti, kad šildytuvo vartojama galia yra mažesnė nei nominali (P_0 = 400W). Tai reiškia, kad reikia atsižvelgti į ilgintojo varžą. Pažymėkime ilgintojo varžą r, tinklo įtampą U, šildytuvo varžą R. Tada galima nubraižyti ekvivalentinę schemą įjungus vieną šildytuvą.



Šildytuvo vartojamą galią galime užrašyti:

$$P_1=I^2R=\frac{U^2R}{(r+R)^2}. \qquad (1)$$

Nubraižome ekvivalentinę schemą įjungus abu šildytuvus nuosekliai.



Dabar šildytuvų vartojamą galią galime užrašyti:

$$P_2=I_1^2\;2R=\frac{2U^2R}{(r+2R)^2}. \qquad (2)$$

Iš (1) lygties išreiškę ilgintojo varžą r $\;r=U\sqrt{\frac{R}{P_1}}-R$ ir žinodami, kad šildytuvo varža lygi $R=\frac{U^2}{P_0}$,

gauname:

$$P_2=\frac{2P_0^2P_1}{(P_0+\sqrt{P_0P_1})^2}. \qquad (3)$$

Atsižvelgę, kad $P_2=\frac{Q}{\tau_2}=\frac{cm\Delta t}{\tau_2}$, o $P_1=\frac{Q}{\tau_1}=\frac{cm\Delta t}{\tau_1}$ iš (3) lygties gauname:

$$\frac{Q}{\tau_2}=\frac{2P_0^2\frac{Q}{\tau_1}}{\left(P_0+\sqrt{P_0\frac{Q}{\tau_1}}\right)^2}=\frac{2P_0^2}{\tau_1\left(P_0+\sqrt{P_0\frac{cm\Delta t}{\tau_1}}\right)^2}. \qquad (4)$$

Tada laiką τ_2, per kurį užvirs vanduo išreiškime iš (4):

$$\boxed{\tau_2 = \frac{\tau_1}{2P_0^2}\left(P_0 + \sqrt{P_0\frac{cm\Delta t}{\tau_1}}\right)^2} \qquad \underline{\tau_2 \approx 30 \text{ min.}}$$

Matome, kad sujungus du šildytuvus nuosekliai, vanduo užvirė per ilgesnį laiką. Todėl Jonukas tikslo nepasiekė.

Eksperimentinė užduotis

Darbo tikslas: nustatyti vielos tankį.
Darbo priemonės: viela, stačiakampio gretasienio formos nevienalytis pagaliukas, indas su vandeniu (vandens tankis 1000 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$), siūlas, pasvarėlis, žirklės, kabliukas, sekundometras, popieriaus juostelė, pieštukas.

<u>Sprendimas</u>

Vielos tankis lygus $\rho = \frac{m}{V_V}$,
čia m – vielos masė, V_V – jos tūris.
Vielos tūris $V_V = \pi r^2 \ell$,
čia r – vielos spindulys, ℓ - jos ilgis.
Norint sužinoti vielos ilgį ℓ ir spindulį r, turime pasigaminti liniuotę. Tuo tikslu iš siūlo ir pasvarėlio pasigaminame matematinę svyruoklę. Žinome, kad svyravimo periodas $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_s}{g}}$; čia ℓ_s - siūlo ilgis, g – laisvojo kritimo pagreitis. Nustatę svyravimų periodą ($T = \frac{t}{n}$), apskaičiuojame siūlo ilgį: $\ell_s = \frac{gT^2}{4\pi^2}$.
Siūlą lankstydami į dalis ir darydami atžymas popieriaus juostelėje, pasigaminame liniuotę.
Pagaminta liniuote išmatuojame vielos ilgį ℓ, o ją suvyniojus ant pieštuko vija prie vijos, surandame vielos skersmenį. Pvz., vijų skaičius n, o ant pieštuko užvyniotas vijų užimamas ilgis a, tai $r = \frac{a}{2n}$.

Tada vielos tūris bus $\quad V_V = \pi\frac{a^2}{4n^2}\cdot\ell$.

Vielos masę rasime iš Archimedo dėsnio.

Medinį pagaliuką panardiname sunkesniuoju galu į indą su vandeniu ir pieštuku pažymime jo panirimo gylį. Po to užvyniojame vielą ant tašelio sunkesniojo galo ir vėl panardiname į vandenį. Tašelis nugrimzta giliau. Vėl pažymime panirimo gylį. Liniuote išmatuojame panirimo gylių skirtumą $\Delta\ell$. Papildomai panirusio pagaliuko ieškomos dalies tūris bus:

$$\Delta V = b_1 \cdot b_2 \cdot \Delta\ell + V_V,$$

čia b_1 ir b_2 – pagaliuko pagrindo kraštinių ilgiai, kuriuos išmatuojame liniuote.
Tuomet

$$mg = \Delta V\ g\rho_0,$$

čia ρ_0 - vandens tankis.

Tada vielos masė bus $\quad m = (b_1 \cdot b_2 \cdot \Delta\ell + V_V)\ \rho_0$.

Vielos tankis:

$$\boxed{\rho = \rho_0\left(\frac{b_1 \cdot b_2 \Delta\ell}{\pi r^2 \ell} + 1\right)}$$