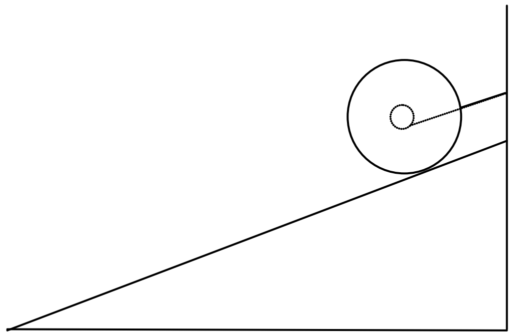
11-ASIS FIZIKOS TURNYRAS
8-oji užduotis Nr. FT11-8 / 2017 12 11 – 2018 01 07

Sąlyga / FT11-8▼

Jo-Jo tyrinėjimai

Ritę sudaro du vienodi ritiniai, kurių spinduliai $R = 3$ cm, sujungti trumpa ašimi, kurios spindulys $r = 0{,}2$ cm. Prie ašies pritvirtintas ilgas plonas siūlas (žaisliukas „jo-jo“). Siūlo dalis, kurios ilgis $l = 60$ cm, suvyniojama ant ašies, o ritė padedama ant nuožulniosios plokštumos, sudarančios kampą $\alpha = 20°$ su horizontu. Kitas siūlo galas pritvirtintas prie sienos taip, kad įtemptas siūlas būtų lygiagretus nuožulniajai plokštumai, kaip parodyta pav. Ritė paleidžiama be pradinio greičio.



1) Kokiu pagreičiu pradės judėti ritės centras, jei trintis tarp ritės ir plokštumos yra maža?
2) Kokiam mažiausiam trinties koeficientui esant paleista ritė nepradės judėti?
3) Kokį greitį įgaus ritės centras siūlui nusivyniojus nuo ašies, jei trinties koeficientas $\mu = 0{,}02$?
4) Siūlui nusivyniojus nuo ašies ritė iš inercijos sukasi, ir siūlas vėl vyniojasi ant ašies. Kokio ilgio siūlo dalis susivynios ant ašies iki ritei sustojant?

Užduotį parengė mokyklos „Fizikos olimpas” steigėjų tarybos narys, ilgametis mokyklos direktorius (11 m.) ir šio Fizikos turnyro užduočių parengimo spręsti ir jų sprendimų vertinimo komisijos pirmininkas prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.

▲ *Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2017 12 11.*

Užduoties aiškinamasis sprendimas / FT11-8 ▼

Siūlo lietimosi su ašimi taško atžvilgiu ritę veikia sunkio jėgos sukurtas jėgos momentas

$$N = mgr\sin\alpha.$$

Tas momentas suteikia ritei kampinį pagreitį

$$\varepsilon = \frac{N}{I},$$

čia $I = m\left(\frac{R^2}{2} + r^2\right)$ yra ritės inercijos momentas siūlo lietimosi su ašimi taško atžvilgiu. Taigi, ritės masės centro pagreitis

$$a = \varepsilon r = \frac{mgr\sin\alpha}{m\left(\frac{R^2}{2}+r^2\right)} \cdot r = \frac{g\sin\alpha}{\frac{R^2}{2r^2}+1}, \quad a = \frac{9{,}8\cdot\sin 20°}{\frac{0{,}03^2}{2\cdot 0{,}002^2}+1} = 0{,}03\ (\text{m/s}^2).$$

Siūlo lietimosi su ašimi taško atžvilgiu trinties jėga sukuria jėgos momentą

$$N' = \mu' mg(R - r)\cos\alpha.$$

Ritė nejudės kai

$$N' \geq N,$$

$$\mu' mg(R-r)\cos\alpha \geq mgr\sin\alpha.,$$

$$\mu' \geq \operatorname{tg}\alpha \cdot \frac{1}{\frac{R}{r}-1}, \quad \mu' \geq \operatorname{tg}20° \cdot \frac{1}{\frac{0{,}03}{0{,}002}-1} = 0{,}026, \ ..$$

Esant trinčiai siūlo lietimosi su ašimi taško atžvilgiu ritę veiks jėgos momentas

$$N'' = mgr\sin\alpha - \mu' mg(R-r)\cos\alpha.$$

Ritės masės centro pagreitis bus

$$a' = \varepsilon' r = \frac{mgr\sin\alpha - \mu mg(R-r)\cos\alpha}{m\left(\frac{R^2}{2}+r^2\right)}\cdot r = \frac{g\left[\sin\alpha - \mu\left(\frac{R}{r}-1\right)\cos\alpha\right]}{\frac{R^2}{2r^2}+1}.$$

Tokiu pagreičiu masės centras nueis atstumą l ir įgaus greitį

$$v = \sqrt{2la'} = \sqrt{\frac{2lg\left[\sin\alpha - \mu\left(\frac{R}{r}-1\right)\cos\alpha\right]}{\frac{R^2}{2r^2}+1}},$$

$$v = \sqrt{2\cdot 0{,}6\,\frac{9{,}8\left[\sin 20° - 0{,}02\left(\frac{0{,}03}{0{,}002}-1\right)\cos 20°\right]}{\frac{0{,}03^2}{2\cdot 0{,}002^2}+1}} = 0{,}09\ \text{(m/s)}.$$

Pilnai išsivyniojus siūlui ritė sukasi kampiniu greičiu

$$\omega = \frac{v}{r} = \sqrt{\frac{2lg\left[\sin\alpha - \mu\left(\frac{R}{r}-1\right)\cos\alpha\right]}{\frac{R^2}{2}+r^2}}.$$

Ritės kinetinė energija

$$E = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{m\left(\frac{R^2}{2}+r^2\right)\cdot 2lg\left[\sin\alpha - \mu\left(\frac{R}{r}-1\right)\cos\alpha\right]}{2\left(\frac{R^2}{2}+r^2\right)}$$
$$= mlg\left[\sin\alpha - \mu\left(\frac{R}{r}-1\right)\cos\alpha\right].$$

Ritei sukantis siūlo lietimosi su ašimi taškas pereina į ašies viršų. Kadangi siūlas ilgas, laikome, kad jis išlieka lygiagretus nuožulniajai plokštumai. Taigi, pereinant siūlo lietimosi su ašimi taškui ritė pasisuka kampu $\varphi = \pi$, jos centras paslenka atstumu r išilgai nuožulniosios plokštumos žemyn ir tokiu pat atstumu aukštyn. Taigi, ritės potencinė energija nepakinta, o trinties jėga atlieka darbą

$$A_1 = \mu mg\cos\alpha\cdot\pi R,$$

todėl siūlui pradedant vyniotis ritės energija yra

$$E' = E - A_1 = mlg\left[\sin\alpha - \mu\left(\frac{R}{r}-1\right)\cos\alpha\right] - \mu\pi Rmg\cos\alpha.$$

Susivyniojus siūlo daliai l' ritė įgaus potencinę energiją

$$E_p = mgl'\sin\alpha,$$

o trinties jėga atliks darbą

$$A_2 = \mu mg\cos\alpha\cdot l'\frac{R+r}{r},$$

Ritė sustos, kai

$$E' = E_p + A_2,$$

$$mlg\left[\sin\alpha - \mu\left(\frac{R}{r}-1\right)\cos\alpha\right] - \mu\pi Rmg\cos\alpha = mgl'\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha\cdot l'\frac{R+r}{r},$$

$$l' = \frac{l\left[\sin\alpha - \mu\left(\frac{R}{r} - 1\right)\cos\alpha\right] - \mu\pi R\cos\alpha}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha\cdot\frac{R+r}{r}},$$

$$l' = \frac{0{,}6\left[\sin 20^\circ - 0{,}02\left(\frac{0{,}03}{0{,}002} - 1\right)\cos 20^\circ\right] - 0{,}02\pi\cdot 0{,}03\cos 20^\circ}{\sin 20^\circ + 0{,}02\cos 20^\circ\cdot\frac{0{,}03+0{,}002}{0{,}002}} = 0{,}075\ (\mathrm{m}).$$

Užduoties aiškinamąjį sprendimą pateikė jos autorius prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.

▲ Šis tekstas svetainėje *www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2020 07 28.*

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT11-8 ▼

Pirmąją užduotį tiksliai išsprendė pusė sprendusiųjų. Antrąją užduotį išsprendė du sprendusieji. Trečiąją užduotį tiksliai išsprendė tik vienas. Ketvirtojoje užduotyje niekas neatsižvelgė į tai, kad siūlo pritvirtinimo vietai pereinant iš ašies apačios į viršų ritė praslysdama padaro pusę apsisukimo prarasdama energiją.

Užduoties sprendimų aptarimą parengė jos autorius prof. habil. dr. Antanas Rinvidas Bandzaitis .

▲ *Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2020 07 28.*

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT11-8 ▼

Nr.	**Sprendimų vertinimo kriterijus**	**Vertė balais**
1.	Nustatytas masės centro pagreitis	2
2.	Nustatytas minimalus trinities koeficientas	2
3.	Nustatytas masės centro pagreitis nusivyniojus siūlui	2
4.	Nustatytas energijos pokytis siūlui pereinant iš apatinės ašies pusės į viršutinę	2
	Nustatytas suvynioto siūlo ilgis	2
5.	Netikslumai (p. 1-4)	Iki (-2)
Didžiausias galimas sprendimų įvertinimas		10

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.

▲ *Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2020 07 28.*