12-ASIS FIZIKOS TURNYRAS
1-oji užduotis Nr. FT12-1 / 2018 07 05 – 2018 08 02

Sąlyga / FT12-1 ▼

Slidinėjimai ant nuožulniosios plokštumos

Nuožulniosios plokštumos aukštis yra 2 kartus mažesnis nei jos pagrindo ilgis. Tam, kad pavyktų kūną išlaikyti neslystantį nuo šios plokštumos, pakako 102 mN jėgos, nukreiptos išilgai jos paviršiaus aukštyn, o tam, kad pavyktų užtempti kūną šia plokštuma aukštyn, pakako 204 mN didesnės jėgos. Koks yra trinties koeficientas? Kaip ir kiek pakistų šios jėgos, jei jos būtų nukreiptos išilgai plokštumos pagrindo? Gravitacinio lauko stipris lygus 9,8 N/kg. Pateikite aiškinamąjį brėžinį.

Užduotį parengė Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Fotonikos ir nanotechnologijų instituto docentas, mokyklos „Fizikos olimpas" direktorius, jos steigėjų tarybos narys ir dėstytojas doc. dr. *Stasys Tamošiūnas.*

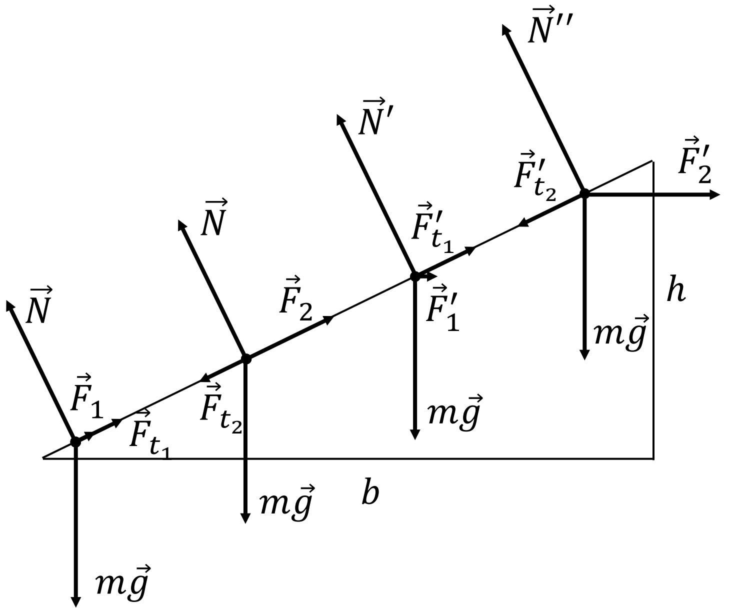
▲ *Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2018 07 05.*

Užduoties aiškinamasis sprendimas / FT12-1 ▼

Duota: $h = 0{,}5b$; $F_1 = 102\,mN = 0{,}102\,N$; $\Delta F = 204\,mN = 0{,}204\,N$; $g = 9{,}8\,N/kg$.

Rasti: μ; $\Delta F_1'$; $\Delta F_2'$.

Kūną veikia sunkio jėga $m\vec{g}$, plokštumos reakcijos jėgos $\vec{N}$ ir $\vec{N}'$ bei $\vec{N}''$, prilaikančios jėgos $\vec{F}_1$ ir $\vec{F}_1'$, užtempiančios jėgos $\vec{F}_2$ ir $\vec{F}_2'$ bei trinties jėgos $\vec{F}_{t1}$, $\vec{F}_{t2}$, $\vec{F}_{t1}'$ ir $\vec{F}_{t2}'$. Reikia atkreipti dėmesį į tai, kad kūno sunkio jėgos dedamoji, tempianti jį nuožulniąja plokštuma žemyn, yra didesnė už trinties jėgas $\vec{F}_{t1}$ ir $\vec{F}_{t1}'$, todėl kūną reikia prilaikyti, o tempiant kūną aukštyn trinties jėgos $\vec{F}_{t2}$ ir $\vec{F}_{t2}'$ yra nukreiptos nuožulniosios plokštumos paviršiumi žemyn.



Pagal pirmąjį Niutono dėsnį:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_1 + \vec{F}_{t1} = 0; m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_2 + \vec{F}_{t2} = 0;$$

$$m\vec{g} + \vec{N}' + \vec{F}_1' + \vec{F}_{t1}' = 0; m\vec{g} + \vec{N}'' + \vec{F}_2' + \vec{F}_{t2}' = 0.$$

Suprojektavus vektorius į koordinačių ašis, nukreiptas išilgai plokštumos paviršiaus ir statmenai jam bei išilgai pagrindo ir statmenai jam, turime[x)]:

$$-mg\frac{h}{\sqrt{h^2+b^2}} + F_1 + F_{t1} = 0;\; -mg\frac{h}{\sqrt{h^2+b^2}} + F_2 - F_{t2} = 0; -mg\frac{b}{\sqrt{h^2+b^2}} + N = 0;$$

$$-N'\frac{h}{\sqrt{h^2+b^2}} + F_1' + F_{t1}'\frac{b}{\sqrt{h^2+b^2}} = 0;\; -N''\frac{h}{\sqrt{h^2+b^2}} + F_2' - F_{t2}'\frac{b}{\sqrt{h^2+b^2}} = 0;$$

$$-mg + N'\frac{b}{\sqrt{h^2+b^2}} + F_{t1}'\frac{h}{\sqrt{h^2+b^2}} = 0;\; -mg + N''\frac{b}{\sqrt{h^2+b^2}} - F_{t2}'\frac{h}{\sqrt{h^2+b^2}} = 0,$$

kur trinties jėgos $F_{t1} = F_{t2} = \mu N$; $F_{t1}' = \mu N'$; $F_{t2}' = \mu N''$. Čia $N'' > N' > N$, nes veikiant išilgai pagrindo užtempiamas kūnas plokštumą spaudžia labiau nei prilaikomas ir tuo labiau, nei veikiant išilgai plokštumos paviršiaus.

Iš pirmųjų lygčių:

$$F_1 = mg\frac{h-\mu b}{\sqrt{h^2+b^2}};\; F_2 = F_1 + \Delta F = mg\frac{h+\mu b}{\sqrt{h^2+b^2}}.$$

Šių jėgų atimties ir sudėties rezultatus padalijus vieną iš kito (taip eliminuojama kūno masė, kuri užduoties sąlygoje nėra duota, o tolesniam sprendimui jos ir nereikia) randame trinties koeficientą:

$$\mu = \frac{(F_2-F_1)h}{(F_2+F_1)b} = \frac{\Delta F h}{(2F_1+\Delta F)b};\; \mu = \frac{0{,}5\cdot 0{,}204}{2\cdot 0{,}102+0{,}204} = 0{,}25.$$

Iš kitų lygčių:

$$F_1' = \frac{N'(h-\mu b)}{\sqrt{h^2+b^2}} = mg\frac{h-\mu b}{b+\mu h} = F_1\frac{\sqrt{h^2+b^2}}{b+\mu h};\; F_1' = 102\frac{\sqrt{0{,}25+1}}{1+0{,}25\cdot 0{,}5} \approx 101{,}4\text{ (mN)} < F_1;$$

$$\Delta F_1' = F_1' - F_1;\; \Delta F_1' = 101{,}4 - 102 = -0{,}6\text{ (mN)}.$$

$$F_2' = \frac{N''(h+\mu b)}{\sqrt{h^2+b^2}} = mg\frac{h+\mu b}{b-\mu h} = (F_1+\Delta F)\frac{\sqrt{h^2+b^2}}{b-\mu h};\; F_2' = (102+204)\frac{\sqrt{025+1}}{1-0.25\cdot 0{,}5} \approx 391\text{ (mN)} > F_2;$$

$$\Delta F_2' = F_2' - F_2;\; \Delta F_2' = 391 - 306 = 85\text{ (mN)}.$$

Taigi, veikiant kūną išilgai nuožulniosios plokštumos pagrindo, reikalinga apie 0,6 mN mažesnė prilaikanti jėga ir apie 85 mN didesnė užtempianti jėga, nei veikiant išilgai plokštumos paviršiaus.

Pastaba: [x)] jėgų vektorius galima projektuoti remiantis ne tik panašių stačiųjų trikampių kraštinių proporcingumu, bet ir plokštumos nuožulnumo kampo $\propto$ trigonometrinėmis funkcijomis $sin \propto = h/l; cos \propto = b/l$, kur $l = \sqrt{h^2+b^2}$ yra nuožulniosios plokštumos ilgis.

Užduoties aiškinamąjį sprendimą pateikė jos autorius doc. dr. *Stasys Tamošiūnas.*
▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt *nuolat skelbiamas nuo 2018 09 05.*

***Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT12-1* ▼**

Užduotį gerai išsprendė apie trečdalis turnyro dalyvių, o tik vienas iš jų nepriekaištingai su tinkamais sprendimo paaiškinimais. Dauguma vengė paaiškinimų, pateikdami tik formules ir atsakymus be skaičiavimų. Keturi dalyviai neįsiskaitė, kad pagal sąlygą užtempimo nuožulniąja plokštuma aukštyn jėga yra 204 mN didesnė nei prilaikanti jėga, palaikė tai visa užtempimo jėga, tad ir negavo reikiamų rezultatų. Daugeliui sprendusiųjų didžiausia bėda buvo ne tik sprendimų teksto surinkimas kompiuteriu, bet ir pateikimas nekokybiškai nubraižytų brėžinių ar net į tekstą įkomponuotų skenuotų jų juodraštinių kopijų, kai visai nekreipiama dėmesio į jėgų vektorių mastelius bei jėgų veikimo taškų vietas, kas yra aktualu, ypač kai braižomas palyginti didesnių matmenų kūnas, esantis ant nuožulniosios plokštumos. Aiškinamajame sprendime tos problemos buvo išvengta, parodžius brėžinyje mažą kūną. Vienas dalyvis savo brėžinyje slidinėjimui kūną „įtaisė“ po nuožulniosios plokštumos paviršiumi.

Užduoties sprendimų aptarimą parengė jos autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.
▲ *Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2018 09 05.*

***Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT12-1* ▼**

Nr.	**Sprendimų vertinimo kriterijus**	**Vertė balais**
1.	Rastas trinties koeficientas	4
2.	Nustatytas jėgų pokytis	4
3.	Pateiktas brėžinys su sprendimo paaiškinimu	2
4.	Pateikta ne pagal reikalavimus	-1
5.	Netikslumai (kiekvienam iš kriterijų Nr.1-3)	iki (-1)
Didžiausias galimas sprendimų įvertinimas		10

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.
▲ *Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2018 09 05.*