

13-ASIS FIZIKOS TURNYRAS
12-oji užduotis Nr. FT13-12 / 2020 03 09 – 2020 04 05

Sąlyga / FT13-12 ▼

Slopinamieji virpesiai uždaroje elektros grandinėje

Uždara elektros grandinę sudaro nuosekliai sujungti 25 mH induktyvumo ritė, 10 μF elektros talpos kondensatorius ir 2 Ω varžas. Iš pradžių grandinė buvo trumpam nutraukta, o kondensatoriui, jį sujungus su nuolatinės elektros srovės šaltiniu, suteiktas 15 μC elektros krūvis. Po to, šaltinį nuo kondensatoriaus atjungus ir vėl grandinę sujungus, iškart prasidėjo slopinamieji elektromagnetiniai virpesiai. Reikia rasti slopinimo koeficientą ir slopinamųjų virpesių ciklinį dažnį, pateikti kondensatoriaus elektros įtampos priklausomybės nuo laiko analizinę išraišką bei nustatyti, po kiek pilnų virpesių kondensatoriaus įtampos amplitudė sumažėja e kartų (čia e – natūrinio logaritmo pagrindas).

Užduotį parengė doc. dr. Stasys Tamošiūnas - Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Fotonikos ir nanotechnologijų instituto docentas, mokyklos „Fizikos olimpas“ direktorius, jos steigėjų tarybos narys ir dėstytojas.

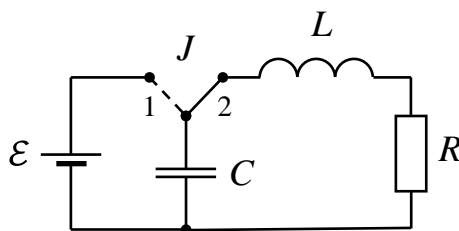
▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2020 03 09.

Užduoties aiškinamasis sprendimas / FT13-12 ▼

Duota: $L = 0,025 \text{ H}$; $C = 1 \cdot 10^{-5} \text{ F}$; $R = 2 \Omega$; $q_0 = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ C}$; $U_{1m} = U_0 e^{-1}$.

Rasti: β ; ω ; $U(t)$; N .

Žemiau pateiktoje schemoje elektros grandinė nutraukiama ir kondensatorius prijungiamas prie nuolatinės elektros srovės šaltinio E jungiklį J perjungus iš padėties 2 į padėtį 1, o šaltinis nuo kondensatoriaus atjungiamas ir grandinė vėl sujungiama jungiklį perjungus atgal į padėtį 2.



Grandinę tik sujungus elektros įtampos ritėje, pagal elektromagnetinės indukcijos dėsnį tiesiai proporcingos elektros srovės stiprio kitimo greičiui (elektros krūvio antrajai išvestinei pagal laiką), įtampos varže, pagal Omo dėsnį grandinės daliai tiesiai proporcingos elektros srovės stipriui (krūvio pirmajai išvestinei pagal laiką), ir kondensatoriaus įtampos, tiesiai proporcingos krūviui, suma lygi nuliui, kai nėra kokio nors kito įtampos šaltinio. Turime antro laipsnio diferencialinę lygtį:

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0.$$

Šios lygties bendresnis pavidalas gaunamas padalijus ją iš ritės induktyvumo L ir kitaip pažymėjus elektros krūvio išvestines:

$$\ddot{q} + 2\beta \dot{q} + \omega_0^2 q = 0,$$

kur slopinimo koeficientas $\beta = \frac{R}{2L}$, o savasis ciklinis dažnis $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

$$\beta = \frac{2}{2 \cdot 0,025} = 40 \text{ (s}^{-1}\text{)}.$$

Diferencialinę lygtį tenkina periodinis sprendinys su eksponentiškai nuo laiko mažėjančia kondensatoriaus krūvio amplitude:

$$q(t) = q_0 e^{-\beta t} \cos \omega t,$$

kur q_0 – kondensatoriaus krūvio pradinė amplitudė, o slopinamųjų svyravimų ciklinis dažnis ω yra mažesnis už savąjį ciklinį dažnį ω_0 :

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}; \omega = \sqrt{\frac{1}{0,025 \cdot 10^{-5}} - 40^2} \approx 1999,6 \text{ (rad/s)}.$$

Kondensatoriaus įtampos priklausomybė nuo laiko randama elektros krūvio priklausomybę nuo laiko padalijus iš kondensatoriaus talpos C :

$$U(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{q_0}{C} e^{-\beta t} \cos \omega t; U(t) = 1,5 e^{-40t} \cos 1999,6t \text{ (V)}.$$

Įtampos amplitudė $q_0 e^{-\beta t_1} / C$ sumažėja e kartų laiko momentu t_1 , kai eksponentės rodiklyje $\beta t_1 = 1$. Tuo pačiu $t_1 = NT$, čia slopinamųjų virpesių periodas $T = 2\pi / \omega$, tai ieškomas virpesių kiekis:

$$N = \frac{t_1}{T} = \frac{L}{\pi R} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}; N = \frac{0,025 \cdot 1999,6}{3,14 \cdot 2} \approx 8.$$

Užduoties aiškinamąjį sprendimą pateikė jos autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2020 05 13.

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT13-12 ▼

Duotoje elektros grandinėje vykstančių slopinamųjų elektromagnetinių virpesių ciklinis dažnis dėl palyginti mažo slopinimo yra tiek nežymiai mažesnis už savąjį ciklinį dažnį, kad gali kilti noras dar labiau suapvalinti nuo 1999,6 rad/s iki 2000 rad/s, lyg ir visai nebūtų slopinimo. Turnyro dalyviai turėjo suprasti, kad 2000 rad/s nenaudotini bent jau užrašant skaitmeninę kondensatoriaus įtampos priklausomybę nuo laiko. Vienas dalyvis tokios priklausomybės nepateikė, kitas - ieškomus dydžius nežinia kodėl skaičiavo su 1,5 karto didesne nei duota kondensatoriaus elektrine talpa.

Užduoties sprendimų aptarimą parengė jos autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2020 05 13.

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT13-12 ▼

Nr.	Sprendimų vertinimo kriterijus	Vertė balais
1.	Rastas slopinimo koeficientas	2
2.	Rastas ciklinis dažnis	2
3.	Pateikta kondensatoriaus įtampos priklausomybė nuo laiko	3
4.	Nustatytas virpesių skaičius	3
5.	Nepakankamas sprendimo paaiškinimas, pateikiant galutines formules	iki (-1)
6.	Kiti netikslumai (kiekvienam iš kriterijų Nr.1-4)	iki (-1)
Didžiausias galimas sprendimų įvertinimas		10

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2020 05 13.