

14-ASIS FIZIKOS TURNYRAS
12-oji užduotis Nr. FT14-12 / 2021 03 08 – 2021 04 04

Lygiagrečių elektros laidų sąveikos nagrinėjimas

Sąlyga / FT14-12 ▼

Trimis lygiagrečiais ilgais elektros laidais, įtvirtintais 20 cm atstumu vienas nuo kito, viena kryptimi teka 10 A, 20 A ir 30 A stiprio elektros srovės. Statmenoje laidams plokštumoje pateikite aiškinamąjį brėžinį ir raskite:

- 1) magnetinio lauko stiprį taške, vienodai nutolusiame nuo tų laidų;
- 2) jėgą, veikiančią 2 m ilgio atkarpą laido, kuriuo teka 30 A stiprio elektros srovė;
- 3) jėgos pokytį, kitame laide pakitus 20 A stiprio srovės kryptiai.

Magnetinė konstanta $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m.

Užduotį parengė doc. dr. Stasys Tamošiūnas - Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Fotonikos ir nanotechnologijų instituto inžinierius, mokyklos „Fizikos olimpas“ direktorius, jos steigėjų tarybos narys ir dėstytojas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2021 03 08.

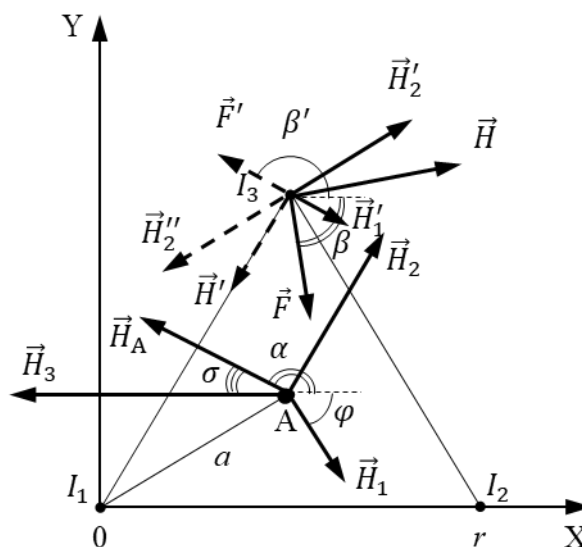
Aiškinamasis sprendimas / FT14-12 ▼

Duota: $r = 0,2$ m; $I_1 = 10$ A; $I_2 = 20$ A; $I_3 = 30$ A; $l = 2$ m; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m.

Rasti: H_A ; F ; ΔF .

Tegu elektros srovės laidais teka nuo mūsų į plokštumą. Visi ieškomi vektoriai yra toje plokštumoje. Taške A, vienodu atstumu $a = r/\sqrt{3}$ nutolusiame nuo laidų, magnetinio lauko stipris randamas sudedant jais tekančių srovių sukurtų laukų stiprių vektorius:

$$\vec{H}_A = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 + \vec{H}_3.$$



Sudedamieji vektoriai randami pagal dešininio sraigto taisyklę – jie yra nukreipti liestine per tašką A einančioms apskritimo formos magnetinio lauko linijoms, kurių centruose yra laidai, o moduliai pagal iš Bio Savaro ir Laplaso dėsnio gaunamą išvadą yra tiesiai proporcingi elektros srovių stipriams ir atvirkščiai proporcingi magnetinio lauko linijų ilgiams:

$$H_1 = \frac{I_1}{2\pi a}; H_2 = \frac{I_2}{2\pi a}; H_3 = \frac{I_3}{2\pi a}.$$

Vektoriai yra statmeni tašką A ir jį su laidais jungiančioms tiesių atkarpoms a , o kampas $\varphi = 60^\circ$. Parašę vektorių sumos projekcijas į pasirinktas koordinačių ašis X ir Y, pagal Pitagoro teoremą randame magnetinio lauko stiprio taške A modulį:

$$H_{AX} = H_1 \cos\varphi + H_2 \cos\varphi - H_3; H_{AY} = -H_1 \sin\varphi + H_2 \sin\varphi.$$

$$H_A = \sqrt{H_{AX}^2 + H_{AY}^2} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi r} \sqrt{[(I_1 + I_2) \cos\varphi - I_3]^2 + (I_2 - I_1)^2 \sin^2\varphi};$$

$$H_A = \frac{\sqrt{3}}{2\pi \cdot 0,2} \sqrt{[(10 + 20) \cos 60^\circ - 30]^2 + (20 - 10)^2 \sin^2 60^\circ} \approx 23,9 \text{ (A/m)}.$$

Vektorius \vec{H}_A su pasirinkta ašimi X sudaro kampą:

$$\alpha = \pi - \sigma = \pi + \arctg \frac{H_{AY}}{H_{AX}} = \pi + \arctg \frac{(I_2 - I_1) \sin\varphi}{(I_1 + I_2) \cos\varphi - I_3};$$

$$\alpha = 180^\circ + \arctg \frac{(20 - 10) \sin 60^\circ}{(10 + 20) \cos 60^\circ - 30} \approx 150^\circ.$$

Tokio dydžio kampą galima ir matlankiu išmatuoti labai tiksliai nubrėžus sudedamus magnetinio lauko stiprio vektorius, ypač kai yra toks palyginti gražus elektros srovių stiprių santykis: $I_1 : I_2 : I_3 = 1 : 2 : 3$.

Laido, esančio kituose dviejuose laiduose tekančių elektros srovių I_1 ir I_2 sukurtame suminiame magnetiniame lauke, atkarpą veikiančios jėgos kryptis randama pagal lauko ir srovės stiprių vektorinės sandaugos („kairiosios rankos“) taisyklę, o jėgos modulis pagal Ampero dėsnį yra tiesiai proporcingas to lauko stipriui H , elektros srovės stipriui laide I_3 ir jo atkarpos ilgiui l :

$$F = \mu_0 H I_3 l.$$

Magnetinio lauko stipris:

$$\vec{H} = \vec{H}'_1 + \vec{H}'_2.$$

Sudedamų dabar vektorių moduliai:

$$H'_1 = \frac{I_1}{2\pi r}; H'_2 = \frac{I_2}{2\pi r}.$$

Pagal kosinusų teoremą:

$$H = \sqrt{H_1'^2 + H_2'^2 + 2H_1'H_2'\cos\varphi} = \frac{1}{2\pi r} \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2I_1I_2\cos\varphi};$$

$$F = \frac{\mu_0 I_3 l}{2\pi r} \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2I_1I_2\cos\varphi};$$

$$F = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 30 \cdot 2}{2\pi \cdot 0,2} \sqrt{10^2 + 20^2 + 2 \cdot 10 \cdot 20 \cos 60^\circ} \approx 1,59 \text{ (mN)}.$$

Jėgos vektoriaus \vec{F} krypties kampo β nustatymui patogiu nagrinėti magnetinio lauko stiprio vektoriaus projekcijas į pasirinktas koordinačių ašis:

$$H_X = (H_1 + H_2) \cos(90^\circ - \varphi); H_Y = (H_2 - H_1) \sin(90^\circ - \varphi).$$

Vektoriai \vec{H} ir \vec{F} yra tarpusavyje statmeni, tai

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{H_Y}{H_X} = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{I_2 - I_1}{(I_1 + I_2) \operatorname{tg} \varphi};$$

$$\beta = 90^\circ - \operatorname{arctg} \frac{20 - 10}{(10 + 20) \operatorname{tg} 60^\circ} \approx 79^\circ.$$

Pakitus 20 A srovės kryptis, pakinta į priešingą ir tos srovės kuriamo magnetinio lauko stiprio kryptis ($\vec{H}_2'' = -\vec{H}_2'$), o modulis nepakinta ($H_2'' = H_2'$), tada suminis magnetinis laukas susilpnėja iki \vec{H}' ir laido atkarpą veikianti jėga \vec{F}' sumažėja bei pakinta jos kryptis (pakitę vektoriai paveiksle parodyti brūkšnine linija):

$$H' = \sqrt{H_1'^2 + H_2''^2 - 2H_1'H_2'' \cos(180^\circ - \varphi)};$$

$$F' = \mu_0 H' I_3 l = \frac{\mu_0 I_3 l}{2\pi r} \sqrt{I_1^2 + I_2^2 - 2I_1 I_2 \cos \varphi};$$

$$F' = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 30 \cdot 2}{2\pi \cdot 0,2} \sqrt{10^2 + 20^2 - 2 \cdot 10 \cdot 20 \cos 60^\circ} \approx 1,04 \text{ (mN)}.$$

Taigi, laido atkarpą veikiančios jėgos modulis sumažėja apie 0,55 mN, o kiek pakinta jos kampas, sudaromas su pasirinkta X ašimi ($\beta' > \beta$), leiskime šio sprendimo skaitytojui susirasti pačiam.

Aiškinamąjį sprendimą pateikė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2021 05 13.

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT14-12 ▼

Daugumos turnyro dalyvių sprendimuose pasigendama kokybiškesnių aiškinamųjų brėžinių, kuriuose būtų pasistengta kuo tiksliau parodyti magnetinio lauko stiprio ir laido atkarpą veikiančios jėgos dydžius ir kryptis. Šeši dalyviai apskaičiavo ne magnetinio lauko stiprį, o magnetinio lauko indukciją, naudodami magnetinę konstantą – keturi taip ir paliko, o kiti du po to rado magnetinio lauko stiprį, apskaičiuotą indukciją padaliję dabar jau padaliję iš tos konstantos.

Sprendimų aptarimą parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2021 05 13.

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT14-12 ▼

Nr.	Sprendimų vertinimo kriterijus	Vertė balais
1.	Magnetinio lauko stipris vienodu atstumu nuo laidų	4
2.	Jėga, veikianti laido atkarpą	4
3.	Jėgos pokytis	2
4.	Pateikta ne pagal reikalavimus (nerodomi skaičiavimai)	-1(-0,5)
5.	Kiti netikslumai (kiekvienam iš kriterijų Nr.1-3)	iki (-1)
Didžiausias galimas sprendimų įvertinimas		10

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2021 05 13.