

14-ASIS FIZIKOS TURNYRAS
14-oji užduotis Nr. FT14-14 / 2021 04 19 – 2021 05 16

Virpesių grandinė su dielektriku ir be jo

Sąlyga / FT14-14 ▼

Elektromagnetinių virpesių grandinėje yra 6 cm ilgio, 0,6 cm skersmens ir 300 vijų ritė bei plokščiasis kondensatorius, kurio metalinių plokštelių plotas lygus 120 cm², o 1,2 cm tarpą tarp jų užpildo plokštelė iš dielektriko, kurio santykinė skvarba lygi 2,6.

Koks yra virpesių savitasis dažnis? Raskite dažnio pokytį atlikus tokius veiksmus: 1) papildomai prijungus dar vieną tokį patį kondensatorių nuosekliai; 2) tą kondensatorių prijungus lygiagrečiai; 3) pašalinus dielektriko plokštelę, kai papildomas kondensatorius neprijungtas. Dažnį ir jo pokyčius susiekite su elektromagnetinės bangos sklidimo ore greičiu $c = 3 \cdot 10^8$ m/s bei juos apskaičiuokite 0,1 MHz tikslumu.

Kokio ilgio elektromagnetines bangas ore galėtų spinduliuoti siūstuvai su tokia grandine visais šiais atvejais? Bangų ilgius susiekite tik su duotais ritės ir kondensatoriaus parametrais bei juos apskaičiuokite 0,1 m tikslumu.

Užduotį parengė doc. dr. Stasys Tamošiūnas - Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Fotonikos ir nanotechnologijų instituto inžinierius, mokyklos „Fizikos olimpas“ direktorius, jos steigėjų tarybos narys ir dėstytojas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2021 04 19.

Aiškinamasis sprendimas / FT14-14 ▼

Duota: $l = 0,06$ m; $d_1 = 0,006$ m; $N = 300$; $S_2 = 0,012$ m²; $d_2 = 0,012$ m; $\varepsilon = 2,6$; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Rasti: f_0 ; Δf_1 ; Δf_2 ; Δf_3 ; λ_0 ; λ_1 ; λ_2 ; λ_3 .

Ritės induktyvumas L yra tiesiai proporcingas jos vijų skaičiaus kvadratui, skersinio pjūvio plotui S_1 ir atvirkščiai proporcingas jos ilgiui:

$$L = \mu_0 \frac{N^2 S_1}{l},$$

kur $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m – magnetinė konstanta, o $S_1 = \pi d_1^2/4$.

Kondensatoriaus elektrinė talpa C yra tiesiai proporcinga plokštelės plotui ir atvirkščiai proporcinga atstumui tarp plokštelių:

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{S_2}{d_2},$$

kur $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ F/m – elektrinė konstanta.

Elektromagnetinių virpesių periodas T_0 randamas pagal Tomsono formulę:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC},$$

tai, įrašę į ją L ir C išraiškas bei pasinaudoję elektrinės ir magnetinės konstantų sąryšiu $\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = c^{-1}$, randame virpesių dažnį:

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{c}{\pi N d_1} \sqrt{\frac{l d_2}{\pi \varepsilon S_2}};$$

$$f_0 = \frac{3 \cdot 10^8}{3,14 \cdot 300 \cdot 0,006} \sqrt{\frac{0,06 \cdot 0,012}{3,14 \cdot 2,6 \cdot 0,012}} \approx 4,6 \text{ (MHz)}.$$

Prijungus papildomai tokį patį kondensatorių nuosekliai, elektrinė talpa sumažėja du kartus ($C_1 = C/2$), virpesių periodas, kuris yra tiesiai proporcingas talpos kvadratinei šakniai, sumažėja $\sqrt{2}$ kartų, tai dažnis padidėja tiek pat kartų ($f_1 = \sqrt{2}f_0$), o dažnio pokytis:

$$\Delta f_1 = f_1 - f_0 = (\sqrt{2} - 1)f_0;$$

$$\Delta f_1 \approx (\sqrt{2} - 1)4,6 \approx 1,9 \text{ (MHz)}.$$

Prijungus kondensatorių lygiagrečiai, elektrinė talpa padidėja du kartus, svyravimų periodas padidėja $\sqrt{2}$ kartų, tai jų dažnis sumažėja tiek pat kartų ($f_2 = f_0/\sqrt{2}$), tai dažnio pokytis:

$$\Delta f_2 = f_2 - f_0 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - 1\right) f_0;$$

$$\Delta f_2 \approx \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - 1\right) 4,6 \approx -1,3 \text{ (MHz)}.$$

Pašalinus dielektriko plokštelę, elektrinė talpa su mažėja ε kartų, svyravimų periodas sumažėja $\sqrt{\varepsilon}$ kartų, jų dažnis padidėja tiek pat kartų ($f_3 = \sqrt{\varepsilon}f_0$), tai dažnio pokytis:

$$\Delta f_3 = f_3 - f_0 = (\sqrt{\varepsilon} - 1)f_0;$$

$$\Delta f_3 \approx (\sqrt{2,6} - 1)4,6 \approx 2,8 \text{ (MHz)}.$$

Elektromagnetinių bangų ilgiai:

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \pi N d_1 \sqrt{\frac{\pi \varepsilon S_2}{l \cdot d_2}};$$

$$\lambda_0 = 3,14 \cdot 300 \cdot 0,006 \sqrt{\frac{3,14 \cdot 2,6 \cdot 0,012}{0,06 \cdot 0,012}} \approx 65,9 \text{ (m)};$$

$$\lambda_1 = \frac{c}{f_1} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{2}}; \lambda_1 \approx \frac{65,9}{\sqrt{2}} \approx 46,6 \text{ (m)};$$

$$\lambda_2 = \frac{c}{f_2} = \sqrt{2}\lambda_0; \lambda_2 \approx 65,9\sqrt{2} \approx 93,2 \text{ (m)};$$

$$\lambda_3 = \frac{c}{f_3} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon}}; \lambda_3 \approx \frac{65,9}{\sqrt{2,6}} \approx 40,9 \text{ (m)}.$$

Aiškinamąjį sprendimą pateikė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2021 05 25.

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT14-14 ▼

Užduotį teisingai išsprendė dauguma turnyro dalyvių, o keli suklydo išvesdami formules ir skaičiuodami. Vienas dalyvis neieškojo bangų ilgių. Dviejų dalyvių sprendimai pateikti visiškai identiški.

Sprendimų aptarimą parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2021 05 25.

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT14-14 ▼

Nr.	Sprendimų vertinimo kriterijus	Vertė balais
1.	Savitasis dažnis	5
2.	Dažnio pokyčiai	3
3.	Elektromagnetinių bangų ilgiai	2
4.	Pateikta ne pagal reikalavimus (nerodomi skaičiavimai)	-1(-0,5)
5.	Vėlavimas pateikti sprendimą (vienai parai)	-1
6.	Kiti netikslumai (kiekvienam iš kriterijų Nr.1-3)	iki (-1)
Didžiausias galimas sprendimų įvertinimas		10

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2021 05 25.