

**14-ASIS FIZIKOS TURNYRAS**  
**6-oji užduotis Nr. FT14-6 / 2020 11 03 – 2020 11 30**

**Argonas cilindre**

**Sąlyga / FT14-6 ▼**

Cilindre su paslankiu stūmokliu termodinaminio vyksmo metu vienas molis argono dujų, pradinėje būsenoje esant 100 kPa slėgiui užėmęs 24,9 l tūrį, buvo pervestas į galinę būseną, kai tūris padidėja 3 kartus, o slėgis sumažėja taip pat 3 kartus, tokiu būdu, kad tas būsenas jungianti slėgio priklausomybė nuo tūrio  $p(V)$  yra tiesė. Kokia yra pradinė dujų temperatūra (K)? Nubraižykite dujų slėgio priklausomybės nuo jų tūrio  $p(V)$  diagramą ir nagrinėdami ją raskite: a) temperatūros pokytį, kai tūris padidėjo 2 kartus palyginus su pradiniu tūriu; b) dujų atliktą darbą; c) jų vidinės energijos pokytį ir d) gautos šilumos kiekį.

*Užduotį parengė doc. dr. Stasys Tamošiūnas - Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Fotonikos ir nanotechnologijų instituto inžinierius, mokyklos „Fizikos olimpas“ direktorius, jos steigėjų tarybos narys ir dėstytojas.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2020 11 03.

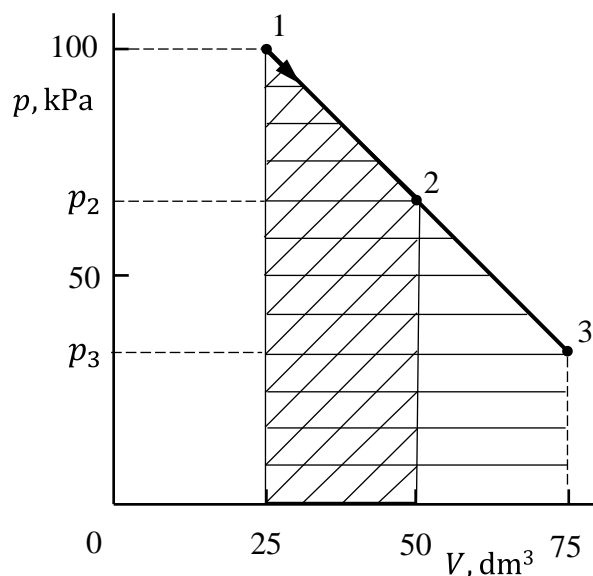
**Aiškinamasis sprendimas / FT14-6 ▼**

Duota:  $\vartheta = 1$  mol;  $V_1 = 0,0249$  m<sup>3</sup>;  $p_1 = 1 \cdot 10^5$  Pa;  $V_3 = 3V_1$ ;  $p_3 = \frac{p_1}{3}$ ;  $V_2 = 2V_1$ ;  $R = 8,31$  J/(K·mol).

Rasti:  $T_1$ ;  $\Delta T$ ;  $A'$ ;  $\Delta U$ ;  $Q$ .

Pradinę temperatūrą randame iš Mendelejevo-Klapeirono lygties:

$$p_1 V_1 = \vartheta R T_1; T_1 = \frac{p_1 V_1}{\vartheta R}; T_1 = \frac{1 \cdot 10^5 \cdot 0,0249}{1 \cdot 8,31} \approx 300 \text{ (K)}.$$



Pagal pateiktą diagramą matyti, kad, dujų tūriui padidėjus 2 kartus, jų slėgis sumažėja iki  $p_2 = \frac{2p_1}{3}$ . Dujų slėgio ir tūrio sandauga tampa didesnė, nei buvo vyksmo pradžioje, o temperatūra  $T_2 = T_1 + \Delta T$ , tai temperatūros pokytį dujas šildant randame iš Mendelejevo-Klapeirono lygties:

$$\frac{2p_1}{3} 2V_1 = \vartheta R(T_1 + \Delta T); \Delta T = \frac{p_1 V_1}{3\vartheta R} = \frac{T_1}{3}; \Delta T = \frac{300}{3} = 100 \text{ (K)}.$$

Dujų atliktą darbą joms plečiantis randame apskaičiuodami plotus užbrūkšniuotų trapecijų, kurių pagrindai atitinka slėgius, o aukštinės – tūrių pokyčius<sup>x)</sup>:

$$A'_{1-2} = \frac{p_1 + p_2}{2} (V_2 - V_1) = \frac{5}{6} p_1 V_1; A'_{1-2} = \frac{5}{6} 10^5 \cdot 0,0249 = 2075 \text{ (J)};$$

$$A'_{2-3} = \frac{p_2 + p_3}{2} (V_3 - V_2) = \frac{1}{2} p_1 V_1; A'_{2-3} = \frac{1}{2} 10^5 \cdot 0,0249 = 1245 \text{ (J)};$$

$$A'_{1-3} = \frac{p_1 + p_3}{2} (V_3 - V_1) = \frac{4}{3} p_1 V_1; A'_{1-3} = \frac{4}{3} \cdot 10^5 \cdot 0,0249 = 3320 \text{ (J)}.$$

Akivaizdu, kad  $A'_{1-3} = A'_{1-2} + A'_{2-3}$ .

Bendru atveju dujų vidinės energijos pokytis yra tiesiai proporcingas jų absoliutinės temperatūros pokyčiui:

$$\Delta U = \frac{i}{2} \vartheta R \Delta T.$$

Argonas yra vienatomės inertinės dujos (atomų slenkamojo judėjimo laisvės laipsnių skaičius  $i = 3$ ), be to, šiame vyksme  $T_3 = T_1$ , nes  $p_3 V_3 = p_1 V_1$ , tai jų vidinės energijos pokyčiai:

$$\Delta U_{1-2} = \frac{3}{2} \vartheta R (T_2 - T_1) = \frac{1}{2} \vartheta R T_1 = \frac{1}{2} p_1 V_1; \Delta U_{1-2} = \frac{1}{2} 10^5 \cdot 0,0249 = 1245 \text{ (J)};$$

$$\Delta U_{2-3} = \frac{3}{2} \vartheta R (T_3 - T_2) = -\Delta U_{1-2} = -1245 \text{ (J)};$$

$$\Delta U_{1-3} = \frac{3}{2} \vartheta R (T_3 - T_1) = 0.$$

Taigi, šiame termodinaminiam vyksme šildomų dujų tūriui didėjant iki 2 kartų didesnio nei pradinis tūrio, jų vidinė energija 1245 J padidėja, o toliau tūriui didėjant iki 3 kartų didesnio nei pradinis - tiek pat sumažėja.

Dujų gautos šilumos kiekius randame pagal pirmąjį termodinamikos dėsnį, sudėję vidinės energijos pokyčius ir darbus joms plečiantis:

$$Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} + A'_{1-2} = \frac{4}{3} p_1 V_1 = 3320 \text{ J};$$

$$Q_{2-3} = \Delta U_{2-3} + A'_{2-3} = 0;$$

$$Q_{1-3} = \Delta U_{1-3} + A'_{1-3} = 3320 \text{ J}.$$

Šie rezultatai įdomūs tuo, kad rodo argono dujų šildymą tik iki tol, kol jų tūris sumažėja du kartus, o toliau didėjant tūriui šilumos mainai su aplinka nebevyksta ( $Q_{2-3} = 0$ ) - pereinama į termodinaminį vyksmą, artimą adiabatiniam, kuomet argonas plėsdamasis atlieka darbą papildomai sukauptos vidinės energijos  $\Delta U_{1-2}$  sąskaita, o dujų slėgį ir tūrį sieja Puasono lygtis:

$$p_2 V_2^\gamma = p_3 V_3^\gamma.$$

Yra žinoma, kad vienatomių dujų adiabatės rodiklis (Puasono koeficientas)  $\gamma = \frac{i+2}{i} = 5/3$ , tai įrašę turimus duomenis randame, kad jie beveik tenkina tą lygtį:

$$\frac{2p_1}{3} (2V_1)^{5/3} \approx \frac{p_1}{3} (3V_1)^{5/3}; \quad 2 \cdot 2^{5/3} \approx 3^{5/3}.$$

<sup>x)</sup>Pastaba: tą patį rezultatą gautume parašę apibrėžtinį integralą dujų slėgio priklausomybės nuo tūrio funkcijai  $p(V) = p_1(4 - V/V_1)/3$  tūrio  $V$  kitimo intervale.

*Aiškinamąjį sprendimą pateikė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2020 12 08.

### **Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT14-6 ▼**

Dauguma turnyro dalyvių, taikydami dujų būvio lygtį ir pirmąjį termodinamikos dėsnį, nesunkiai rado pradinę argono temperatūrą ir jos pokytį, bet nenustatė vidinės energijos padidėjimo būtent tada, kai šildomų dujų plečiasi iki dvigubo tūrio, bei jos to paties sumažėjimo, kai plečiasi nebešildomos iki trigubo tūrio. Apie 100 K dydžio temperatūros pokytis sėkmingai buvo nustatytas, tačiau 1245 J dydžio vidinės energijos pokyčio nerasta, nes vidinės energijos pokyčio beišskant daugeliui rūpėjo tik galutinis ir pradinis būviai, kuriuose temperatūra ta pati.

Keli dalyviai pateikė ne  $p(V)$  diagramas, o daugiau bendro pobūdžio eskizus be tų fizikinių dydžių verčių skalėse. Du dalyviai nutarė tokių diagramų net nerodyti, o trys tiesę brūkštelėjo slėgių ir tūrių ribose, platesnėse nei užduoties sąlygoje duota. Nejauku sprendimuose rasti dujų darbą, o ir gautą šilumos kiekį joms plečiantis su minuso ženklu.

Ne kartą jau graudenta ir rašyta dėl suskaičiuotų dydžių neapvalinimo, ypač kai daug tų ženklų neturi prasmės, kai fizikinių dydžių neįmanoma labai tiksliai išmatuoti. Trys pavyzdžiai iš pateiktų šios užduoties sprendimų: 299,639 K; 99,736 K; 3319,9538 J. Užduotyje aprašytam palyginti paprastam eksperimentui nereikia termometro su 1 mK ir kalorimetro su 0,1 mJ tikslumu. Jei nereikia, tai ir neieškotume, nes ir nerasime, kiek beišskotume.

*Sprendimų aptarimą parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2020 12 08.

### **Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT14-6 ▼**

Nr.	Sprendimų vertinimo kriterijus	Vertė balais
1.	Pradinė temperatūra ir vyksmo diagrama	2
2.	Temperatūros pokytis	2
3.	Dujų darbas	2
4.	Vidinės energijos pokytis	2
5.	Šilumos kiekis	2
6.	Pateikta ne pagal reikalavimus	-1
7.	Vėlavimas pateikti sprendimą (vienai parai)	-1
8.	Kiti netikslumai (kiekvienam iš kriterijų Nr.1-5)	iki (-2)
Didžiausias galimas sprendimų įvertinimas		10

*Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2020 12 08.