

14-ASIS FIZIKOS TURNYRAS
9-oji užduotis Nr. FT14-9 / 2021 01 05 – 2021 02 01

Dviejų taškinių krūvių kuriamo elektrostatinio lauko savybių nagrinėjimas

Sąlyga / FT14-9 ▼

Du taškiniai $+400 \text{ nC}$ ir -600 nC elektros krūviai yra nejudamai įtvirtinti 60 cm atstumu vienas nuo kito. Pateikę aiškinamąjį brėžinį raskite:

- 1) elektrostatinio lauko stiprį (vektoriaus modulį ir kampą, sudaromą su krūvių jungiančia tiesės atkarpa) bei potencialą taške A, nutolusiame 50 cm atstumu nuo pirmojo krūvio ir 30 cm atstumu nuo antrojo krūvio;
- 2) elektrinę įtampą tarp taško A ir krūvių jungiančios tiesės atkarpos vidurio taško B;
- 3) poslinkį ta tiesės atkarpa nuo taško B iki kito jos taško C, kad nebūtų elektrinės įtampos tarp taškų A ir C;
- 4) dar bent tris taškus D, E ir F, kuriuos sujungę su taškais A ir C brėžinio plokštumoje galėtumėte nubrėžti vienodo elektrostatinio potencialo liniją;
- 5) darbą, kurį turėtume atlikti, pastoviu greičiu perkeldami atpalaiduotą nuo įtvirtinimo antrąjį krūvį link pirmojo krūvio, taip suartindami juos iki du kartus mažesnio atstumo, nei buvo iš pradžių.

Elektrinė konstanta lygi $8,85 \text{ pF/m}$.

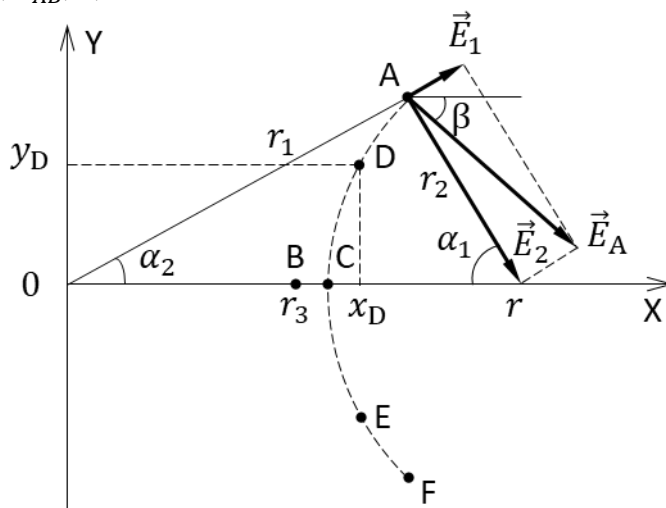
Užduotį parengė doc. dr. Stasys Tamošiūnas - Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Fotonikos ir nanotechnologijų instituto inžinierius, mokyklos „Fizikos olimpas“ direktorius, jos steigėjų tarybos narys ir dėstytojas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2021 01 05.

Aiškinamasis sprendimas / FT14-9 ▼

Duota: $q_1 = 4 \cdot 10^{-7} \text{ C}$; $q_2 = -6 \cdot 10^{-7} \text{ C}$; $r = 0,6 \text{ m}$; $r_1 = 0,5 \text{ m}$; $r_2 = 0,3 \text{ m}$; $r_3 = 0,5r$;
 $U_{AC} = 0$; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$.

Rasti: E_A , β ; φ_A , U_{AB} , a , A .



Pagal superpozicijos principą sudedame abiejų taškinių krūvių elektrostatinio lauko stiprių vektorius:

$$\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

Suprojektavę vektorius į pasirinktas statmenas tarpusavyje ašis X ir Y turime:

$$E_{AX} = E_1 \cos \alpha_2 + E_2 \cos \alpha_1;$$

$$E_{AY} = E_1 \sin \alpha_2 - E_2 \sin \alpha_1 = E_1 \sqrt{1 - \cos^2 \alpha_2} - E_2 \sqrt{1 - \cos^2 \alpha_1}.$$

Vektorių moduliai yra tiesiai proporcingi elektros krūviams ir atvirkščiai proporcingi taško A atstumo nuo jų kvadratams:

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}; E_2 = -\frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}.$$

Pagal kosinusų teoremą $r_1^2 = r^2 + r_2^2 - 2rr_2 \cos \alpha_1$; $r_2^2 = r^2 + r_1^2 - 2rr_1 \cos \alpha_2$, tai:

$$E_{AX} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0 r} \left[\frac{q_1(r^2+r_1^2-r_2^2)}{r_1^3} - \frac{q_2(r^2+r_2^2-r_1^2)}{r_2^3} \right];$$

$$E_{AX} = \frac{10^5}{8 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 0,6} \left[\frac{4(0,6^2+0,5^2-0,3^2)}{0,5^3} + \frac{6(0,6^2+0,3^2-0,5^2)}{0,3^3} \right] \approx 45,8 \text{ (kV/m)}.$$

$$E_{AY} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q_1}{r_1^2} \sqrt{1 - \frac{(r^2+r_1^2-r_2^2)^2}{4r^2r_1^2}} + \frac{q_2}{r_2^2} \sqrt{1 - \frac{(r^2+r_2^2-r_1^2)^2}{4r^2r_2^2}} \right];$$

$$E_{AY} = \frac{10^5}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85} \left[\frac{4}{0,5^2} \sqrt{1 - \frac{(0,6^2+0,5^2-0,3^2)^2}{4 \cdot 0,6^2 \cdot 0,5^2}} - \frac{6}{0,3^2} \sqrt{1 - \frac{(0,6^2+0,3^2-0,5^2)^2}{4 \cdot 0,6^2 \cdot 0,3^2}} \right] \approx -42,7 \text{ (kV/m)}.$$

$$E_A = \sqrt{E_{AX}^2 + E_{AY}^2};$$

$$E_A = \sqrt{45,8^2 + 42,7^2} \approx 62,6 \text{ (kV/m)}.$$

$$\beta = \arctg \frac{E_{AY}}{E_{AX}}; \beta = \arctg \frac{-42,7}{45,8} \approx -43^\circ.$$

Potencialus, tiesiai proporcingus krūviams ir atvirkščiai proporcingus atstumams nuo jų, sudedame kaip skaliarinius dydžius:

$$\varphi_A = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right);$$

$$\varphi_A = \frac{1 \cdot 10^{-7}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \left(\frac{4}{0,5} - \frac{6}{0,3} \right) \approx -10,8 \text{ (kV)}.$$

$$\varphi_B = \varphi'_1 + \varphi'_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_3} + \frac{q_2}{r-r_3} \right) = \frac{q_1+q_2}{2\pi\epsilon_0 r}.$$

Elektrinė įtampa tarp taškų A ir B:

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} - \frac{2q_1}{r} - \frac{2q_2}{r} \right);$$

$$U_{AB} = \frac{1 \cdot 10^{-7}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \left(\frac{4}{0,5} - \frac{6}{0,3} - \frac{8}{0,6} + \frac{12}{0,6} \right) \approx -4,8 \text{ (kV)}.$$

Krūvius jungiančia atkarpa nuo jos vidurio taško B reikia pasislinkti atstumu a iki taško C, esančio arčiau antrojo krūvio, tada $\varphi_C = \varphi_A$:

$$\frac{q_1}{r_3+a} + \frac{q_2}{r-r_3-a} = \frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2};$$

$$\frac{4}{0,3+a} - \frac{6}{0,3-a} = \frac{4}{0,5} - \frac{6}{0,3}; 6a^2 + 5a - 0,24 = 0; a = \frac{-5 + \sqrt{5^2 + 4 \cdot 6 \cdot 0,24}}{2 \cdot 6} \approx 4,6 \text{ (cm)}.$$

Nesunku pastebėti, kad taškas C yra antrajam krūviui artimiausias to paties, kaip ir taško A, potencialo taškas. Bet kuri kitą to paties potencialo tašką šalia abu krūvius jungiančios atkarpos galima rasti, pasirinkus jo atstumą iki antrojo krūvio, didesnę, nei $0,5r - a$; koordinatę x – didesnę, nei $0,5r + a$, o koordinatę x ir y sąryšis seka iš lygybės $\varphi = \varphi_C$:

$$\frac{q_1}{\sqrt{x^2+y^2}} + \frac{q_2}{\sqrt{(r-x)^2+y^2}} = \frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2};$$

$$\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} - \frac{1,5}{\sqrt{(0,6-x)^2+y^2}} + 3 = 0.$$

Pavyzdžiui, tegu taško D koordinatė $x_D = 0,38$ m, tai iš pastarosios lygties $y_D \approx 0,17$ m, bet tenkina ir $y_E \approx -0,17$ m. Tuo pačiu būdu, pasirenkant tą lygtį tenkinančias koordinatas, galima rasti ir kitų vienodo potencialo taškų vietą brūkšnine linija nubrėžtoje kreivėje, simetriškoje ašiai X. Šiame sprendime taškai E ir F pažymėti kitoje ašies X pusėje ir tuo pačiu atstumu nuo jos, kaip taškai D ir A.

Darbas tolygiai perkeltant antrąjį krūvį pirmojo krūvio elektrostatiniame lauke lygus krūvių sąveikos potencialinės energijos pokyčiui:

$$A = \Delta W_p = q_2 \Delta \varphi_1 = \frac{q_2 q_1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r} \right) = \frac{q_2 q_1}{4\pi\epsilon_0 r};$$

$$A = -\frac{6 \cdot 4 \cdot 10^{-14}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,6} \approx -3,6 \text{ (mJ)}.$$

Aiškinamąjį sprendimą pateikė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2021 02 10.

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT14-9 ▼

Užduotis išsprendžiama sumuojant dviejų krūvių elektrostatinio lauko stiprio vektorius ir potencialų skaliarus. Dauguma dalyvių vektorius sudėjo taikydami kosinusų teoremą, ir po to kiek sunkiau ieškojo kampo, suminio vektoriaus sudaromo su krūvių jungiančia linija. Brėžiniuose būtų patartina laikytis mastelio - tada geriau matytųsi, ar kampai yra tinkamai apskaičiuoti.

Keletas dalyvių turėjo rūpesčių dėl rastų fizikinių dydžių ženklų, kurie šioje užduotyje dažnai buvo neigiami. Elektrinė įtampa (dar taip vadinamas potencialų skirtumas) tarp duoto taško ir kito taško yra randama iš duoto taško potencialo atėmus kito taško potencialą. Darbas tolygiai suartinant duotus priešingų ženklų krūvių yra atliekamas antrojo krūvio perkėlėjui veikiant jį jėga prieš krūvių tarpusavio elektrinės traukos jėgą – jis yra neigiamas, nes veikiančios jėgos ir poslinkio kryptys yra priešingos.

Sprendimų aptarimą parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2021 02 10.

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT14-9 ▼

Nr.	Sprendimų vertinimo kriterijus	Vertė balais
1.	Elektrostatinio lauko stipris (modulis ir kampas)	4
2.	Potencialas ir įtampa tarp taškų A ir B	2
3.	Atstumas tarp taškų B ir C bei kitų taškų vieta	2
4.	Darbas suartinant krūvių	2
5.	Pateikta ne pagal reikalavimus (nerodomi skaičiavimai)	-1(-0,5)
6.	Vėlavimas pateikti sprendimą (vienai parai)	-1
7.	Kiti netikslumai (kiekvienam iš kriterijų Nr.1-4)	iki (-1)
Didžiausias galimas sprendimų įvertinimas		10

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2021 02 10.