

15-ASIS FIZIKOS TURNYRAS
3-oji užduotis Nr. FT15-3 / 2021 08 16 – 2021 09 03

Rąsto svėrimas

Sąlyga / FT15-3 ▼

Iš tiesaus medžio kamieno buvo atpjautas 5 m ilgio rąstas ir gulsčiai padėtas ant dviejų atramų – plonasis galas padėtas ant A atramos, storasis - ant B atramos - nutolusių po 1 m nuo jo galų. Pakeliant tik rąsto plonąjį galą nuo atramos šiek tiek aukštyne, teko pavartoti 250 N jėgą, o pakeliant kitą galą nuo atramos B, jo storąjį galą reikėjo paveikti 590 N jėga. Pateikite aiškinamąjį brėžinį ir raskite:

- 1) rąsto svorį;
- 2) atstumą nuo rąsto plonojo galo iki jo masės centro;
- 3) jėgas, kuriomis rąstas slegia atramas;
- 4) atstumą, kuriuo reiktų perkelti atramą A link atramos B, kad abi atramos būtų slegiamos vienodai.

Gravitacinio lauko stipris lygus 9,8 N/kg.

Užduotį parengė doc. dr. Stasys Tamošiūnas - Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Fotonikos ir nanotechnologijų instituto inžinierius, mokyklos „Fizikos olimpas“ direktorius, jos steigėjų tarybos narys ir dėstytojas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2021 08 16.

Aiškinamasis sprendimas / FT15-3 ▼

Duota: $l = 5$ m; $a = 1$ m; $F_1 = 250$ N; $F_2 = 590$ N; $g = 9,8$ N/kg.

Rasti: P ; x_C ; P_{10} ; P_{20} ; P_1 ; P_2 ; P'_1 ; P'_2 ; b .

Ant atramų gulintį rąstą veikia sunkio jėga $m\vec{g}$ ir atramų reakcijos jėgos \vec{N}_{10} bei \vec{N}_{20} (reakcijos jėgos \vec{N}'_1 ir \vec{N}'_2 , kai atrama A perkelta į naują padėtį A_1). Rąsto pusiausvyros sąlyga pagal pirmąjį Niutono dėsnį:

$$m\vec{g} + \vec{N}_{10} + \vec{N}_{20} = 0; m\vec{g} + \vec{N}'_1 + \vec{N}'_2 = 0.$$

Suprojektavę vektorius į pasirinktą stačią ašį Y turime:

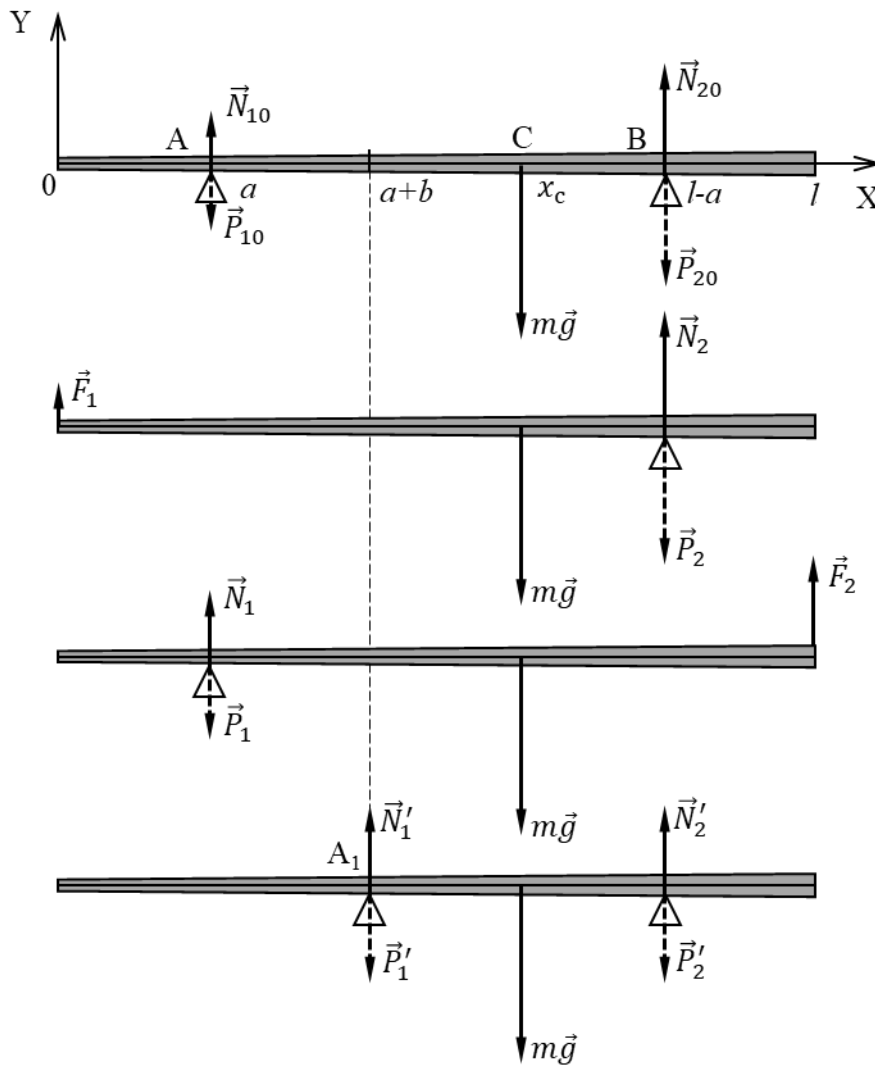
$$-mg + N_{10} + N_{20} = 0; -mg + N'_1 + N'_2 = 0.$$

Jėgos, kuriomis rąstas slegia atramas, yra randamos pagal trečiąjį Niutono dėsnį, tad galime susieti tarpusavyje visus svorius:

$$\vec{P}_{10} = -\vec{N}_{10}; P_{10} = N_{10}; \vec{P}_{20} = -\vec{N}_{20}; P_{20} = N_{20};$$

$$\vec{P}'_1 = -\vec{N}'_1; P'_1 = N'_1; \vec{P}'_2 = -\vec{N}'_2; P'_2 = N'_2;$$

$$P = mg = P_{10} + P_{20} = P'_1 + P'_2.$$



Vos pakėlusrąstą nuo atramų nebeveiks vienos iš jų, nuo kurios pakelta, reakcijos jėga, tadajo pusiausvyros sąlygą pagal momentų taisyklę galime parašyti sukimuisi apie kitą atramą:

$$F_1(l - a) - mg(l - x_c - a) = 0; F_2(l - a) - mg(x_c - a) = 0.$$

Sudėję šias lygtis, randame rąsto svorį P , o atėmę antrąją iš pirmosios – rąsto masės centro koordinatę x_C :

$$P = mg = (F_1 + F_2) \frac{l-a}{l-2a}; P = (250 + 590) \frac{5-1}{5-2} = 1120 \text{ (N)};$$

$$x_C = \frac{(F_2 - F_1)(l-a)}{2mg} + \frac{l}{2}; x_C = \frac{(590-250)(5-1)}{2 \cdot 1120} + 2,5 \approx 3,1071 \approx 3,1 \text{ (m)}.$$

Pradinių jėgų, kuriomis yra slegiamos atramos, dydžių P_{10} ir P_{20} radimui pasinaudosime nekeliama rąsto pusiausvyros sąlygą pagal momentų taisyklę, kai sukimosi ašys yra B ir A, o skaičiuojant jėgas pasinaudosime jau apskaičiuota ir mažiau suapvalinta masės centro koordinatės verte:

$$N_{10}(l - 2a) - mg(l - a - x_C) = 0; N_{20}(l - 2a) - mg(x_C - a) = 0;$$

$$P_{10} = N_{10} = mg \frac{l-a-x_C}{l-2a}; P_{10} = 1120 \frac{5-1-3,1071}{5-2} \approx 333 \text{ (N)};$$

$$P_{20} = N_{20} = mg \frac{x_C - a}{l-2a}; P_{20} = 1120 \frac{3,1071-1}{5-2} \approx 787 \text{ (N)}.$$

Arba: $P_{20} = P - P_{10}$; $P_{20} = 1120 - 333 = 787$ (N).

Atramos būtų slegiamos vienodai ($P'_1 = P'_2 = 0,5P = 560$ N), jei, perkėlus atramą A į naują padėtį A_1 , abiejų atramų atstumai iki rąsto masės centro taptų vienodi ir lygūs atstumui Δ nuo rąsto masės centro iki atramos B: $\Delta = l - a - x_c$.

Tada nauja atramos A_1 gulščioji koordinatė:

$$a + b = l - a - 2\Delta.$$

Randame atstumą, kuriuo reikėtų perkelti atramą A:

$$b = 2x_c - l; b = 2 \cdot 3,1 - 5 = 1,2 \text{ (m)}.$$

Perkėlus atramą A link atramos B, ji bus slegiama daugiau, o atrama B bus slegiama tiek pat mažiau:

$$\Delta P_1 = P'_1 - P_{10} = \frac{P}{2} - P_{10}; \Delta P_1 = \frac{1120}{2} - 333 = 227 \text{ (N)};$$

$$\Delta P_2 = P'_2 - P_{20} = \frac{P}{2} - P_{20}; \Delta P_2 = \frac{1120}{2} - 787 = -227 \text{ (N)}.$$

Taigi, jėgų, kuriomis yra slegiamos atramos, dydžiai priklauso nuo pastarųjų padėties rąsto atžvilgiu. Tai patvirtintų du sunkumų kilnojimui parengti moksleiviai, tegu jų vardai yra Agnė ir Benas, sutikę pabūti gyvomis atramomis su dinamometrais jėgų matavimui. Tegu Agnė pradžioje laiko rąstą ties A, o Benas – ties B, kur jie jaučia 333 N ir 787 N svorius. Agnė perėjus į plonąjį rąsto galą jai tektų laikyti užduoties sąlygoje duota 250 N jėga ir ji pagal trečiąjį Niutono dėsnį jaustų šio dydžio, taigi, 83 N sumažėjusį svorį. Tiek pat nuo 787 N iki 870 N rąstas „pasunkėtų“ Benui. Jei Agnė būtų likusi laikyti rąstą pradinėje vietoje A, o Benas pereitų iš vietos B laikyti storąjį rąsto galą, tai jam palengvėtų nuo 787 N iki užduoties sąlygoje duotų 590 N, taigi, net 197 N – tiek pat jis rąstą „pasunkintų“ Agnei iki 530 N. Galų gale Agnė laiko rąstą ties A_1 , „pasidalydama“ su Benu rąsto svorį po lygiai, po 560 N.

Aiškinamąjį sprendimą pateikė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2021 11 04.

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT15-3 ▼

Dauguma turnyro dalyvių atramas veikiančias jėgas rado iš rąsto pusiausvyros sąlygos pagal momentų taisyklę, o trys dalyviai - rąsto sunkio jėgą skaidydami į lygiagrečias sudaromasias, atvirkščiai proporcingas atstumams iki atramų. Dar didesnė dauguma dalyvių apsiribojo atramas veikiančių jėgų radimu tik tuo atveju, kai rąstas padėtas ant abiejų atramų, ir nesidomėjo tų jėgų padidėjimu, kai jis yra keliamas už galų.

Trijų dalyvių sprendimai visiškai identiški, todėl įvestas raidinis vertinimas „dk“, kuris reiškia diskvalifikaciją, kai turnyro dalyvis ne pirmą kartą pateikia kito dalyvio sprendimą. Be to, įvestas ir vertinimas „0,1“, kuris reiškia, kad turnyro dalyvis pateikė sprendimą, už kurį negauta balų pagal lentelėje pateiktus vertinimo kriterijus. Pavyzdžiui, mažai balų galėjo sunykti ir per kelias paras, o jei sprendimas buvo geras ir balų galėjo būti visi 10, bet 10 parų nepateisinamai pavėlavus pateiktą sprendimą net ir tų gerų balų taip ir nebelieka (vertinimo kriterijus Nr. 6).

Sprendimų aptarimą parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2021 11 04.

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT15-3 ▼

Nr.	Sprendimų vertinimo kriterijus	Vertė balais
1.	Rąsto svoris	3
2.	Masės centro vieta	2
3.	Jėgos, kuriomis slegiamos atramos	3
4.	Atstumas, kuriuo perkeliama atrama	2
5.	Pateikta ne pagal reikalavimus (nerodomi skaičiavimai)	-1(-0,5)
6.	Vėlavimas pateikti sprendimą (vienai parai)	-1
7.	Kiti netikslumai (kiekvienam iš kriterijų Nr.1-4)	iki (-1)
Didžiausias galimas sprendimų įvertinimas		10

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2021 11 04.