

15-ASIS FIZIKOS TURNYRAS
4-oji užduotis Nr. FT15-4 / 2021 09 06 – 2021 10 04

Rutulys ant atramų

Sąlyga / FT15-4 ▼

Vienalytis rutulys, kurio masė 410 g, o skersmuo yra 66 mm, buvo padėtas ant dviejų gulsčiai įtvirtintų lygiagrečių atramų, esančių viena nuo kitos 42 mm atstumu. Kokio dydžio ir krypties jėga jis slėgė atramas? Gravitacinio lauko stipris lygus 9,8 N/kg.

Rutulį paridenus išilgai atramų, tam tikru laiko momentu jis rieda 2,8 cm/s greičiu, tuo pačiu ir sukdamasis apie savo ašį. Raskite rutulio sukimosi ciklinį dažnį ir kinetinę energiją bei aukščiausio ir žemiausio jo taškų greičius atramų atžvilgiu.

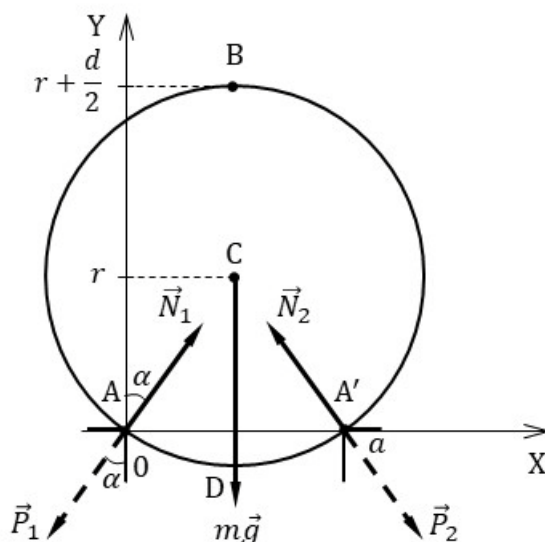
Užduotį parengė doc. dr. Stasys Tamošiūnas - Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Fotonikos ir nanotechnologijų instituto inžinierius, mokyklos „Fizikos olimpas“ direktorius, jos steigėjų tarybos narys ir dėstytojas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2021 09 06.

Aiškinamasis sprendimas / FT15-4 ▼

Duota: $m = 0,41$ kg; $d = 0,066$ m; $a = 0,042$ m; $g = 9,8$ N/kg; $v = 0,028$ m/s.

Rasti: P_1 ; α ; w ; E ; v_B ; v_D .



Ant atramų padėto rutulio, kurį veikia sunkio jėga $m\vec{g}$ ir atramų reakcijos jėgos \vec{N}_1 bei \vec{N}_2 , pusiausvyros sąlyga pagal pirmąjį Niutono dėsnį:

$$m\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 = 0.$$

Suprojektavę vektorius į pasirinktas koordinačių ašis X ir Y, turime dvi skaliarines lygtis:

$$N_1 \sin \alpha - N_2 \sin \alpha = 0; \quad -mg + N_1 \cos \alpha + N_2 \cos \alpha = 0.$$

Trigonometrinės funkcijos:

$$\sin\alpha = \frac{a}{d}; \cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{a}{d}\right)^2}.$$

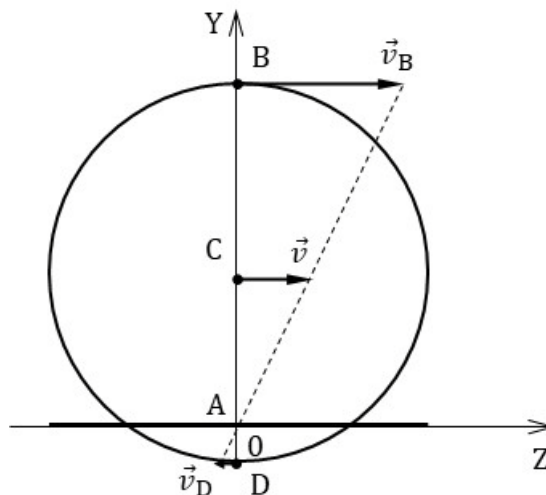
Viename lygyje esančias atramas slėgė vienodos jėgos, to paties dydžio, tik priešingos krypties, nei rutulį veikiančios jų reakcijos jėgos. Pagal trečiąjį Niutono dėsnį:

$$\vec{P}_1 = -\vec{N}_1; P_1 = N_1 = \frac{mg}{2\cos\alpha} = \frac{mg}{2\sqrt{1 - \left(\frac{a}{d}\right)^2}};$$

$$P_1 = \frac{0,41 \cdot 9,8}{2\sqrt{1 - \left(\frac{0,042}{0,066}\right)^2}} \approx 2,61 \text{ (N)}.$$

Jėgos sudaromas kampas su stačia kryptimi:

$$\alpha = \arcsin \frac{a}{d}; \alpha = \arcsin \frac{0,042}{0,066} \approx 39,5^\circ.$$



Paridento nepraslystant rutulio masės centras C juda duotu greičiu v , tuo pačiu visi rutulio taškai sukasi apie momentinę ašį A, einančią per lietimosi su atramomis taškus A_1 ir A_2 , tuo pačiu kampiniu greičiu, kaip ir sukasi apie masės centrą C. Rutulio masės centro nuotolis nuo momentinės sukimosi ašies yra:

$$r = 0,5\sqrt{d^2 - a^2},$$

tai sukimosi kampinis greitis (ciklinis dažnis):

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{2v}{\sqrt{d^2 - a^2}}; \omega = \frac{2 \cdot 0,028}{\sqrt{0,066^2 - 0,042^2}} \approx 1,1 \text{ (rad/s)}.$$

Rutulio kinetinė energija lygi jo slenkamojo ir sukamojo judėjimų kinetinių energijų sumai:

$$E = m \frac{v^2}{2} + I \frac{\omega^2}{2},$$

čia $I = 0,1md^2$ – rutulio inercijos momentas atžvilgiu sukimosi ašies, einančios per jo masės centrą^{x)}.

$$E = \frac{m}{2}(v^2 + 0,1d^2\omega^2); E = \frac{0,41}{2}(0,028^2 + 0,1 \cdot 0,066^2 \cdot 1,1^2) \approx 0,27 \text{ (mJ)}.$$

Randame aukščiausio rutulio taško B ir žemiausio jo taško D greičių modulius, sukimosi kampinį greitį padauginę iš tų taškų nuotolio nuo momentinės sukimosi ašies A:

$$v_B = \omega \left(r + \frac{d}{2} \right) = v \left(1 + \frac{d}{\sqrt{d^2 - a^2}} \right);$$

$$v_D = \omega \left(\frac{d}{2} - r \right) = v \left(\frac{d}{\sqrt{d^2 - a^2}} - 1 \right).$$

$$v_B = 0,028 \left(1 + \frac{0,066}{\sqrt{0,066^2 - 0,042^2}} \right) \approx 0,0643 \text{ (m/s)};$$

$$v_D = 0,028 \left(\frac{0,066}{\sqrt{0,066^2 - 0,042^2}} - 1 \right) \approx 0,0083 \text{ (m/s)}.$$

Šių greičių projekcijos į pasirinktą koordinatinių ašį Z:

$$v_{BZ} = v_B \approx 0,0643 \text{ m/s}; v_{DZ} = -v_D \approx -0,0083 \text{ m/s}.$$

Pastaba: ^{x)} rutulio inercijos momentas $I = \frac{2}{5}mR^2$, spindulys $R = \frac{d}{2}$.

Aiškinamąjį sprendimą pateikė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2021 11 18

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT15-4 ▼

Dalis turnyro dalyvių klydo, slėgimo į atramas jėgos dydžiui priskirdami tik pusę rutulio sunkio, o rutulio kinetinę energiją laikydami susieta tik su jo masės centro slenkamuoju judėjimu, be sukimosi apie jį.

Sprendimų aptarimą parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2021 11 18.

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT15-4 ▼

Nr.	Sprendimų vertinimo kriterijus	Vertė balais
1.	Slėgimo jėga	3
2.	Ciklinis dažnis	2
3.	Kinetinė energija	3
4.	Taškų greičiai	2
5.	Pateikta ne pagal reikalavimus (nerodomi skaičiavimai)	-1(-0,5)
6.	Vėlavimas pateikti sprendimą (vienai parai)	-1
7.	Kiti netikslumai (kiekvienam iš kriterijų Nr.1-4)	iki (-1)
Didžiausias galimas sprendimų įvertinimas		10

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2021 11 18.