

**16-ASIS FIZIKOS TURNYRAS**  
**4-oji užduotis Nr. FT16-4 / 2022 09 05 – 2022 10 02**

**Sąlyga / FT16-4 ▼**

**Strypelis su pasvarais**

Lengvas 30 cm ilgio strypelis, kurio galuose yra pritvirtinti 90 g ir 110 g masių pasvarai, gali laisvai sukintis apie statmeną jam gulsčią ašį, einančią per jo vidurį. Strypelis pradžioje buvo gulsčias, sunkesnią pasvarą prilaikius stačiai aukštyn nukreipta 196 mN jėga, o paleidus pradėjo sukintis apie ašį. Pateikite aiškinamąjį brėžinį ir raskite:

- 1) sukimosi ašį veikiančią jėgą prieš paleidžiant strypelį;
- 2) pasvarų pagreitį, svorį ir sukimosi ašį veikiančią jėgą iškart po paleidimo;
- 3) visus šiuos fizikinius dydžius ir jų pokyčius, strypeliui pasisukant  $90^\circ$  kampu.

Gravitacinio lauko stipris  $g = 9,8$  N/kg.

*Užduotį parengė doc. dr. Stasys Tamošiūnas – Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Fotonikos ir nanotechnologijų instituto senjoras, mokyklos „Fizikos olimpas“ direktorius, steigėjų tarybos narys ir dėstytojas.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2022 09 05.

**Aiškinamasis sprendimas / FT16-4 ▼**

Duota:  $l = 0,3$  m;  $m_1 = 0,09$  kg;  $m_2 = 0,11$  kg;  $F_0 = 0,196$  N;  $g = 9,8$  N/kg.

Rasti:  $P_0$ ;  $a$ ;  $P$ ;  $\Delta a_1$ ;  $\Delta a_2$ ;  $\Delta P$ .

Pradžioje strypelį veikia pasvarų svoriai  $\vec{P}_{10}$  ir  $\vec{P}_{20}$  bei sukimosi ašies reakcijos jėga  $\vec{N}_0$ , kur svorių moduliai  $P_{10} = m_1 g$  ir  $P_{20} = m_2 g - F_0$ , kai dalį sunkio kompensuoja prilaikanti jėga  $\vec{F}_0$ .

Tik paleistą strypelį veikia pasvarų svoriai  $\vec{P}_1$  ir  $\vec{P}_2$  bei sukimosi ašies reakcijos jėga  $\vec{N}$ . Lengvesnis pasvaras kyta aukštyn pagreičiu  $\vec{a}_1$ , tai jo svorio modulis  $P_1 = m_1(g + a_1)$ , o sunkesnis leidžiasi to paties dydžio pagreičiu  $\vec{a}_2$ , tai jo svorio modulis  $P_2 = m_2(g - a_2)$ . Čia  $a_1 = a_2 = a$ .

Strypelio pusiausvyros sąlyga pagal jėgų momentų taisyklę:

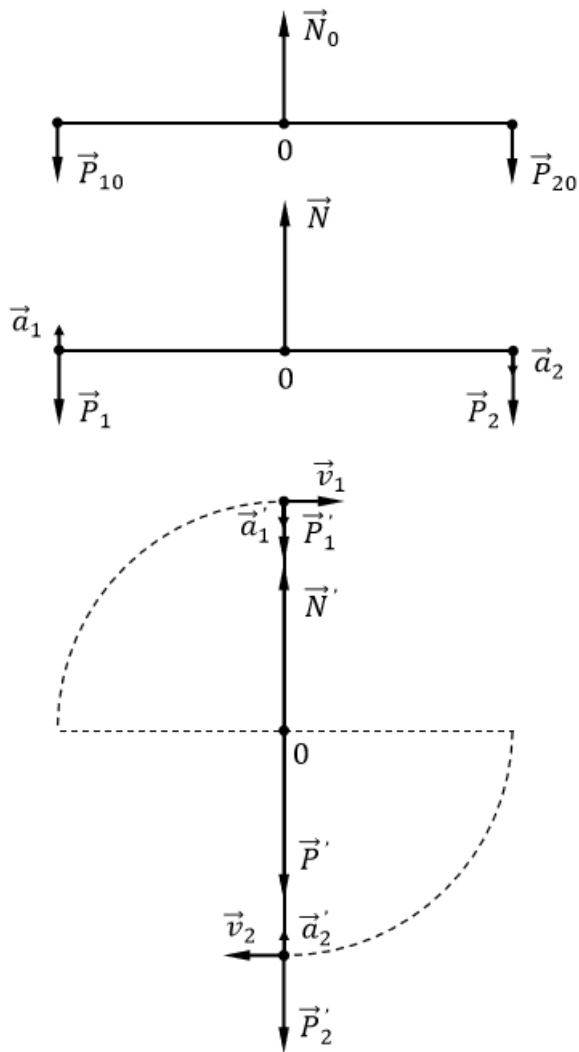
$$-P_{10} \frac{l}{2} + P_{20} \frac{l}{2} = 0;$$

$$-P_1 \frac{l}{2} + P_2 \frac{l}{2} = 0; \quad -m_1(g + a) + m_2(g - a) = 0;$$

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g; \quad a = \frac{0,11 - 0,09}{0,11 + 0,09} 9,8 = 0,98 \text{ (m/s}^2\text{)}.$$

Strypelio pusiausvyros sąlyga pagal pirmąjį Niutono dėsnį:

$$\vec{P}_{10} + \vec{P}_{20} + \vec{N}_0 = 0; \quad \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{N} = 0.$$



Suprojektavę vektorius į aukštyn nukreiptą ašį (tarkime, tai paveiksle neparodyta ašis Y, kurios kryptis, kaip ir strypelio sukimosi ašies reakcijos jėgų  $\vec{N}_0$ ,  $\vec{N}$  ir  $\vec{N}'$ ), turime:

$$-P_{10} - P_{20} + N_0 = 0; \quad -P_1 - P_2 + N = 0.$$

Sukimosi ašį veikiančios jėgos  $\vec{P}_0$  ir  $\vec{P}$  pagal trečiąjį Niutono dėsnį yra to paties dydžio, tik priešingos krypties, nei ašies reakcijos jėgos  $\vec{N}_0$  ir  $\vec{N}$ :

$$\vec{P}_0 = -\vec{N}_0; \quad P_0 = N_0 = P_{10} + P_{20} = (m_1 + m_2)g - F_0;$$

$$P_0 = (0,09 + 0,11)9,8 - 0,196 \approx 1,76 \text{ (N)}.$$

$$\vec{P} = -\vec{N}; \quad P = N = P_1 + P_2 = \frac{4m_1m_2}{m_1+m_2}g; \quad P = \frac{4 \cdot 0,09 \cdot 0,11}{0,09+0,11}9,8 \approx 1,94 \text{ (N)}.$$

Taigi, tik paleidus sukimosi ašį veikianti jėga padidėja:

$$\Delta P = P - P_0; \quad \Delta P = 1,94 - 1,76 = 0,18 \text{ (N)}.$$

Atkreipkime dėmesį į tai, kad ne tik prieš paleidžiant  $P_{10} = P_{20} = m_1g$ , bet ir ką tik paleistą strypelį veikiančių pasvarų svoriai tampa vienodi, lengvesniam pasvarui pasunkėjus dydžiu  $m_1a$ , o sunkesniam - palengvėjus dydžiu  $m_2a$ :

$$P_1 = P_2 = m_1(g + a) = m_2(g - a) = \frac{2m_1m_2}{m_1+m_2}g; \quad P_1 = P_2 = \frac{P}{2} = 0,97 \text{ (N)}.$$

Toks lygių pečių svertas yra labai panašus į kitą tobuląjį paprastąjį mechanizmą – lengvą ir be trinties ašyje galintį sukintis nekilnojamąjį skridinį, kai paleidžiami judėti per jį permesto lengvo siūlo galuose pakabinti pasvarai.

Strypeliui pasisukus  $90^\circ$  kampui, t. y. kai jis juda apie stabilios pusiausvyros padėtį, jo galuose vienodu atstumu nuo sukimosi ašies pritvirtintų pasvarų vienodus linijinius greičių  $v_1 = v_2 = v$  kvadratus, o po to ir tiems kvadratams tiesiai proporcingus vienodus jų įcentrinis pagreičius  $a'_1 = a'_2 = a'$ , randame pagal mechaninės energijos tvermės dėsnį, kai jos pokytis (pasvarų potencinė energija atskaitoma nuo sukimosi ašies lygio) lygus nuliui:

$$\Delta E_p + \Delta E_k = 0; \quad m_1 g \frac{l}{2} - m_2 g \frac{l}{2} + \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = 0;$$

$$v^2 = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} gl; \quad a' = \frac{v^2}{0,5l} = 2 \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g; \quad a' = 2 \frac{0,11 - 0,09}{0,09 + 0,11} 9,8 \approx 1,96 \text{ (m/s}^2\text{)}.$$

Dabar atkreipkime dėmesį į tai, kad pasvarų svoriai jau nevienodi, nes lengvesnis pasvaras palengvėja dydžiu  $m_1 a'$ , o sunkesnis pasunkėja didesniu dydžiu  $m_2 a'$ , tad sukimosi ašį veikianti jėga tampa didžiausia:

$$P'_1 = m_1 (g - a') = \frac{m_1 (3m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} g; \quad P'_1 = \frac{0,09(3 \cdot 0,09 - 0,11)}{0,09 + 0,11} 9,8 \approx 0,71 \text{ (N)};$$

$$P'_2 = m_2 (g + a') = \frac{m_2 (3m_2 - m_1)}{m_1 + m_2} g; \quad P'_2 = \frac{0,11(3 \cdot 0,11 - 0,09)}{0,09 + 0,11} 9,8 \approx 1,29 \text{ (N)};$$

$$P' = P'_1 + P'_2 = \frac{3m_1^2 - 2m_1 m_2 + 3m_2^2}{m_1 + m_2} g; \quad P' = \frac{3 \cdot 0,09^2 - 2 \cdot 0,09 \cdot 0,11 + 3 \cdot 0,11^2}{0,09 + 0,11} 9,8 \approx 2 \text{ (N)}.$$

Pasvarų pagreičių pokyčiai  $\Delta \vec{a}'_1 = \vec{a}'_1 - \vec{a}_1$  ir  $\Delta \vec{a}'_2 = \vec{a}'_2 - \vec{a}_2$  yra vienodo dydžio ir priešingų ženklų, o jų projekcijos į aukštyn nykreiptą ašį:

$$\Delta a_{1Y} = -a' - a = -3 \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g; \quad \Delta a_{1Y} = -3 \frac{0,11 - 0,09}{0,09 + 0,11} 9,8 = -2,94 \text{ (m/s}^2\text{)};$$

$$\Delta a_{2Y} = a' + a = 2,94 \text{ (m/s}^2\text{)}.$$

Pasvarų svorio pokyčiai:

$$\Delta P_1 = m_1 \Delta a_{1Y}; \quad \Delta P_1 = -0,09 \cdot 2,94 \approx -0,26 \text{ (N)};$$

$$\Delta P_2 = m_2 \Delta a_{2Y}; \quad \Delta P_2 = 0,11 \cdot 2,94 \approx 0,32 \text{ (N)}.$$

Sukimosi ašį veikiančios jėgos pokytis:

$$\Delta P' = \Delta N' = P'_1 + P'_2 - P = \Delta P_1 + \Delta P_2; \quad \Delta P' = -0,26 + 0,32 = 0,06 \text{ (N)}.$$

Taigi, strypeliui judant pro stabilios pusiausvyros padėtį, sukimosi ašis yra spaudžiama apie 0,06 N daugiau, nei iškart po paleidimo, o tai apie 0,24 N daugiau, nei prieš paleidžiant:

$$\Delta P'' = \Delta P' + \Delta P; \quad \Delta P'' = 0,06 + 0,18 = 0,24 \text{ (N)}.$$

*Aiškinamąjį sprendimą pateikė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2022 10 25.

### **Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT16-4 ▼**

Visi turnyro dalyviai nesunkiai rado sukimosi ašį veikiančią jėgą prieš paleidžiant strypelį, maža dalis klydo ieškodami jos iškart po paleidimo, o daugiausiai rūpesčių sukėlė fizikinių dydžių ir jų pokyčių radimas tuo momentu, kai strypelis pasisuka  $90^\circ$  kampu. Jei iškart po paleidimo teko atkreipti dėmesį į judančių apskritimų pasvarų pradinį tik linijinį pagreitį, tai pasisukimo  $90^\circ$  kampu momentu linijinis psgreitis būna sumažėjęs iki nulio, bet turime pasiektus didžiausius greičius ir tuo pačiu didžiausius įcentrinus pagreičius, kurių sandaugos su mase dydžiu sumažėja pakilusio pasvaro svoris, o ir sandaugos su mase dydžiu pasunkėja nusileidęs didesnės masės pasvaras. Klydimas siejamas su tuo, kad keletas dalyvių pasvarų pradinio pagreičio radimui pasinaudojo jo sąryšiu su ką tik paleisto strypelio pradiniu kampiniu pagreičiu, išreikštu pagal pagrindinį sukamojo judėjimo dinamikos dėsnį, o po to nenagrinėjo pilnojo pagreičio, kuris virsta tik įcentrinu, strypeliui pasisukus  $90^\circ$  kampu.

*Sprendimų aptarimą parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2022 10 25.

### **Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT16-4 ▼**

<b>Nr.</b>	<b>Sprendimų vertinimo kriterijus</b>	<b>Vertė balais</b>
1.	Pradinis apibūdinimas	2
2.	Būsena tik paleidus suktis	4
3.	Pokyčiai pasisukus $90^\circ$ kampu	4
4.	Nerodomi skaičiavimai (kiekvienam iš kriterijų Nr.1-3)	-0,5
6.	Vėlavimas pateikti sprendimą (vienai parai)	-1
7.	Kiti netikslumai (kiekvienam iš kriterijų Nr.1-3)	iki (-1)
Didžiausias galimas sprendimų įvertinimas		10

*Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2022 10 25.