

17-ASIS FIZIKOS TURNYRAS
11-oji užduotis Nr. FT17-11 / 2024 02 19 – 2024 03 17

Dielektriko rutulys

Sąlyga / FT17-11

Įelektrintas $d = 8$ cm skersmens rutulys pagamintas iš dielektriko, kurio santykinė dielektrinė skvarba $\varepsilon = 3$, o elektros krūvis jame tolygiai pasiskirstęs tankiu $\rho = -150$ nC/m³. Raskite:

- 1) Rutulio krūvį (pC);
- 2) Elektrinio lauko stiprio priklausomybę nuo atstumo iki rutulio centro ir nubraižykite ją, kai atstumas kinta nuo nulio iki 10 cm;
- 3) Rutulyje sukauptą elektrinio lauko energiją (pJ);
- 4) Elektrinį potencialą taške A, esančiame šalia rutulio $l_1 = 1$ cm atstumu nuo jo paviršiaus;
- 5) Elektrinę įtampą tarp taško B, esančio šalia rutulio $l_2 = 4$ cm atstumu nuo jo paviršiaus, ir taško A.

Elektrinė konstanta $\varepsilon_0 = 8,85$ pF/m.

Užduotį parengė doc. dr. Stasys Tamošiūnas – Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Fotonikos ir nanotechnologijų instituto senjoras, mokyklos „Fizikos olimpas“ direktorius, steigėjų tarybos narys ir dėstytojas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2024 02 19.

Aiškinamasis sprendimas / FT17-11 ▼

Duota: $d = 0,08$ m; $\varepsilon = 3$; $\rho = -1,5 \cdot 10^{-7}$ C/m³; $r = (0 \div 0,1)$ m; $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ F/m; $l_1 = 0,01$ m; $l_2 = 0,04$ m.

Rasti: $E(r)$; q ; W ; φ_A ; U_{BA} .

Pagal Gauso teoremą rutulio viduje, kai atstumas nuo centro $r \leq 0,5d = R$ (čia R – rutulio spindulys):

$$\oint E dS = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon} \int \rho dV; E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{4\rho\pi r^3}{3\varepsilon_0 \varepsilon}; E(r) = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0 \varepsilon}.$$

Gauname, kad rutulio viduje elektrostatinio lauko stipris, jei tik jis susietas su vienodu (nepriklausančiu nuo atstumo) tūriniu krūvio tankiu ρ , yra tiesiai proporcingas atstumui nuo centro:

$$E(r) = -\frac{1,5 \cdot 10^{-7}}{3 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 3} r \approx -1883r; r \leq 0,04 \text{ m.}$$

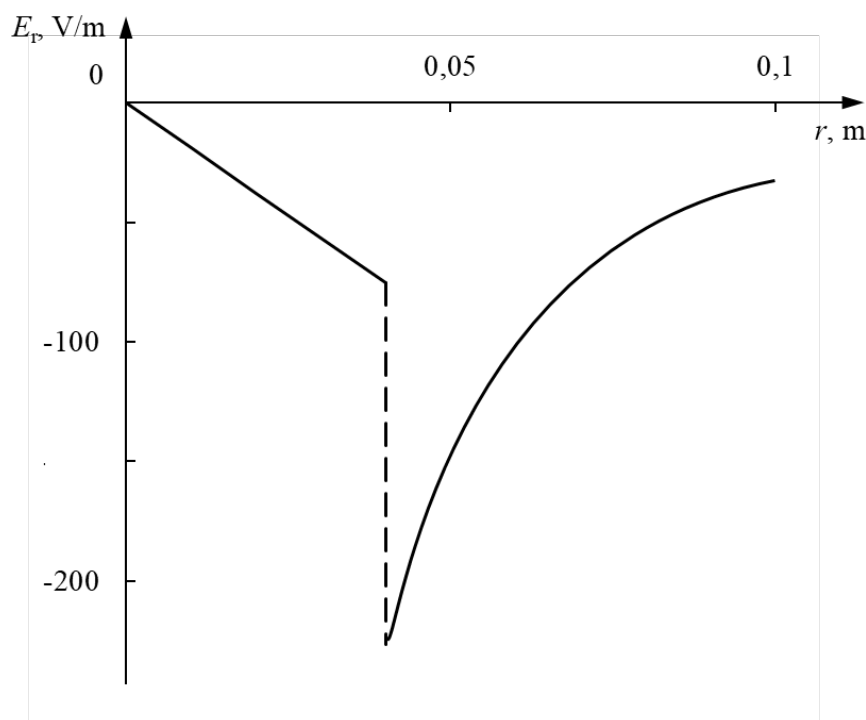
Rutulio krūvis lygus duoto tūrinio tankio ir tūrio V sandaugai:

$$q = \rho V = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{1}{6} \rho \pi d^3; q = -\frac{1}{6} 1,5 \cdot 10^{-7} \cdot 3,14 \cdot 0,08^3 \approx -40,2 \text{ (pC).}$$

Už rutulio ($r \geq R$) elektrostatinio lauko stipris yra tiesiai proporcingas jo krūviui ir atvirkščiai proporcingas atstumo nuo centro kvadratui:

$$\oint E dS = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon}; E(r) = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 r^2} = \frac{\rho d^3}{24 \varepsilon_0 r^2}; E(r) = -\frac{1,5 \cdot 10^{-7} \cdot 0,08^3}{24 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} r^2} \approx -\frac{0,362}{r^2}.$$

Elektrostatinio lauko energijos tankis yra tiesiai proporcingas lauko stiprio kvadratui:



$$w = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon E^2 = \frac{\rho^2 r^2}{18 \varepsilon_0 \varepsilon}.$$

Energiją rutulyje randame tankį integruodami jo tūryje:

$$W = \int w dV = \int_0^R w \cdot 4\pi r^2 dr = \frac{2\pi\rho^2}{9\varepsilon_0\varepsilon} \int_0^{0,5d} r^4 dr = \frac{\pi\rho^2 d^5}{720\varepsilon_0\varepsilon};$$

$$W = \frac{3,14 \cdot 2,25 \cdot 10^{-14} \cdot 0,08^5}{720 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 3} \approx 12,1 \text{ (pJ)}.$$

Elektrinio lauko potencialas taške A yra tiesiai proporcingas rutulio krūviui ir atvirkščiai proporcingas atstumui nuo jo centro $r_1 = 0,5d + l_1$:

$$\varphi_A = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_1} = \frac{\rho d^3}{24\varepsilon_0(0,5d+l_1)}; \quad \varphi_A = -\frac{1,5 \cdot 10^{-7} \cdot 0,08^3}{24 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} (0,04+0,01)} \approx -7,2 \text{ (V)}.$$

Analogiškai potencialas taške B yra atvirkščiai proporcingas atstumui $r_2 = 0,5d + l_2$, tai elektrinė įtampa:

$$U_{BA} = \varphi_B - \varphi_A = \frac{\rho d^3}{24\varepsilon_0} \left(\frac{1}{0,5d+l_2} - \frac{1}{0,5d+l_1} \right);$$

$$U_{BA} = -\frac{1,5 \cdot 10^{-7} \cdot 0,08^3}{24 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \left(\frac{1}{0,04+0,04} - \frac{1}{0,04+0,01} \right) \approx 2,7 \text{ (V)}.$$

Aiškinamąjį sprendimą pateikė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2024 04 16.

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT17-11 ▼

Turnyre belikus tik penkiems dalyviams, geriausiai sprendęs vienas iš jų rado visą rutulio kuriamo elektrostatinio lauko energiją, kitas - tik jo viduje, ko ir buvo užduoties sąlygoje prašoma, dar kiti du – tik rutulio išorėje. Penktasis dalyvis pabandė tik perrašęs užduoties sąlygą.

Sprendimų aptarimą parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2024 04 16.

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT17-11 ▼

Nr.	Sprendimų vertinimo kriterijus	Vertė balais
1.	Lauko stiprio priklausomybė nuo atstumo	2
2.	Brėžinys	2
3.	Rutulio krūvis	2
4.	Lauko energija rutulyje	2
5.	Potencialas ir įtampa	2
6.	Netikslumai (kiekvienam iš kriterijų Nr. 1-5)	iki (-1)
Didžiausias galimas sprendimų įvertinimas		10

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2024 04 16.