

17-ASIS FIZIKOS TURNYRAS
3-oji užduotis Nr. FT17-3 / 2023 09 04 – 2023 10 02

Trys burbuliukai

Sąlyga / FT17-3 ▼

Sandarus $h = 5$ m aukščio indas yra pilnas vandens, kuriame gylyje $h_1 = 3$ m slėgis $p_1 = 130,4$ kPa. Ties indo dugnu yra silpnai prikibę trys vienodi labai maži oro burbuliukai. Raskite slėgį į indo dugną (kPa).

Įvertinkite, koks slėgis į indo dugną būtų, į viršų iškilus: a) vienam; b) dviems ir c) visiems trimis burbuliukams, jei neatsižvelgtume į galimą vandens ir indo plėtimąsi.

Vandens tankis $\rho = 1 \text{ t/m}^3$. Gravitacinio lauko stipris $g = 9,8 \text{ N/m}$.

Užduotį parengė doc. dr. Stasys Tamošiūnas – Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Fotonikos ir nanotechnologijų instituto senjoras, mokyklos „Fizikos olimpas“ direktorius, steigėjų tarybos narys ir dėstytojas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2023 09 04.

Aiškinamasis sprendimas / FT17-3 ▼

Duota: $h = 5$ m; $h_1 = 1$ m; $p_1 = 130,4$ kPa; $\rho = 1 \text{ t/m}^3$; $g = 9,8 \text{ N/kg}$.

Rasti: p ; p_1 ; p_2 ; p_3 .

Slėgis p_1 gylyje h_1 pagal Paskalio dėsnį perduodamas nepakitęs ir į gilesnius vandens sluoksnius, todėl slėgis į indo dugną lygus slėgio p_1 ir aukščio $h - h_1$ vandens stulpo statinio slėgio sumai:

$$p = p_1 + \rho g(h - h_1); \quad p = 130,4 + 1 \cdot 9,8(5 - 3) = 150 \text{ (kPa)}.$$

Pradinis oro slėgis labai mažuose burbuliukuose ties dugnu irgi lygus p . Tegu jų tūriai V yra vienodi. Išskylantis pirmasis burbuliukas patenka į mažesnio slėgio p_{01} sritį ir jo tūris tegu padidėja nuo V iki V' , tada kitų dviejų burbuliukų, likusių ties dugnu, kur slėgis tapo p_1 , tūriai sumažėja nuo V iki V'' taip, kad tūrių suma nesiplečiančiame inde su nespūdžiu skysčiu nepakinta: $V' + 2V'' = 3V$. Slėgį į indo dugną rasime iš slėgių ir tūrių sąryšių pagal Boilio ir Marioto dėsnį izoterminiam vyksmui:

$$pV = p_{01}V'; \quad pV = p_1V''; \quad p_1 = p_{01} + \rho gh;$$

$$\frac{1}{p_1 - \rho gh} + \frac{2}{p_1} = \frac{3}{p}; \quad 3p_1^2 - 3(p + \rho gh)p_1 + 2p\rho gh = 0;$$

$$p_1 = \frac{3(p + \rho gh) + \sqrt{9(p + \rho gh)^2 - 24p\rho gh}}{6};$$

$$p_1 = \frac{3(150 + 9,8 \cdot 5) + \sqrt{9(150 + 9,8 \cdot 5)^2 - 24 \cdot 150 \cdot 9,8 \cdot 5}}{6} \approx 170,2 \text{ (kPa)}.$$

Išskylant dviems burbuliukams jie patenka į mažesnio slėgio p_{02} sritį ir jų tūris padidėja nuo V iki V'_1 , o likusio ties dugnu trečiojo burbuliuko tūris sumažėja nuo V iki V''_1 ir tūrių suma nepakinta: $2V'_1 + V''_1 = 3V$. Pagal Boilio ir Marioto dėsnį:

$$pV = p_{02}V'_1; \quad pV = p_2V''_1; \quad p_2 = p_{02} + \rho gh;$$

$$\frac{2}{p_2 - \rho gh} + \frac{1}{p_2} = \frac{3}{p}; \quad 3p_2^2 - 3(p + \rho gh)p_2 + p\rho gh = 0;$$

$$p_2 = \frac{3(p+\rho gh) + \sqrt{9(p+\rho gh)^2 - 12p\rho gh}}{6};$$

$$p_2 = \frac{3(150+9,8 \cdot 5) + \sqrt{9(150+9,8 \cdot 5)^2 - 12 \cdot 150 \cdot 9,8 \cdot 5}}{6} \approx 185,8 \text{ (kPa)}.$$

Iškilus trims burbuliukai kartu, jų tūriai nepakistų ir į viršutinį vandens sluoksnį jie perkeltų slėgį p , kuris pagal Paskalio dėsnį nepakitęs būtų perduotas į dugną ir čia dar prisidėtų viso vandens stulpelio slėgis:

$$p_3 = p + \rho gh; \quad p_3 = 150 + 1 \cdot 9,8 \cdot 5 = 199 \text{ (kPa)}.$$

Taigi, nors oro burbuliukai yra labai maži, tačiau jų buvimo vietos pasikeitimo įtaka slėgiui inde būtų labai didelė, kai pagal užduoties sąlygą būtų neatsižvelgiama į skysčio spūdimą (tūrio mažėjimą) ir indo plėtimąsi (tūrio didėjimą) didėjant slėgiui jo viduje.

Aiškinamąjį sprendimą pateikė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2023 10 13.

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT17-3 ▼

Nepriekaištingus užduoties sprendimus pateikė du turnyro dalyviai. Pirmiausia užduotyje prašyto rasti slėgio į indo dugną algebrinę išraišką pateikė dauguma, bet 150 kPa vertės atsakymuose nepateikė trys dalyviai. Randant slėgį kilopaskaliais patogiu skysčio tankį imti tonomis kubiniam metrui, o didesnis nei 0,1kPa tikslumas čia neturi prasmės. Tad užduoties sprendėjui, kuris turėtų atsakymus pateikti kilopaskaliais, reiktų stabdyti save prieš slėgiui atsakyme priskiriant nurašomus visus skaičiuotuvo rodmenis: 170212,45 Pa ir 185814,83 Pa. Turėtų būti 170,2 kPa ir 185,8 kPa.

Sprendimų aptarimą parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2023 10 13.

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT17-3 ▼

Nr.	Sprendimų vertinimo kriterijus	Vertė balais
1.	Pradinis slėgis į indo dugną	2
2.	Slėgis iškilus vienam burbuliukui	3
3.	Slėgis iškilus dviems burbuliukams	3
4.	Slėgis iškilus visiems burbuliukams	2
5.	Vėlavimas pateikti sprendimą (vienai parai)	-1
6.	Nerodomi skaičiavimai (kiekvienam iš kriterijų Nr. 1-4)	-0,5
7.	Netikslumai (kiekvienam iš kriterijų Nr. 1-4)	iki (-1)
Didžiausias galimas sprendimų įvertinimas		10

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius doc. dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2023 10 13.