3-IASIS FIZIKOS TURNYRAS
13-oji užduotis Nr. FT3-13 / 2010 03 15 – 2010 04 11

***Sąlyga / FT3-13*▼**

Plastilino tankio eksperimentinis radimas

1. Tikslas: Išmatuoti plastilino tankį dviem skirtingais būdais. Įvertinkite paklaidas.
2. Reikmenys: 1-am būdui: plastilino plytelė, liniuotė, indas su vandeniu, peiliukas;
2-am būdui: plastilino gabaliukas, ilgas siūlas, indas su vandeniu, laikrodis (sekundmatis).
3. Atlikimo pateikimas: Nufotografuokite tyrimų įrangą ir kartu su sprendimu atsiųskite nuotraukas, kuriose būtų aiškiai matoma visų skirtingų bandymų (a) vien tik įranga bandymo atlikimo metu ir (b) ta pati įranga kartu su greta esančiu eksperimentuotoju, t. y. su savimi.

Užduotį parengė Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Puslaidininkių fizikos katedros profesorius habil. dr. Edmundas Kuokštis.

▲ *Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2010 03 15.*

Aiškinamasis sprendimas / FT3-13 **▼**

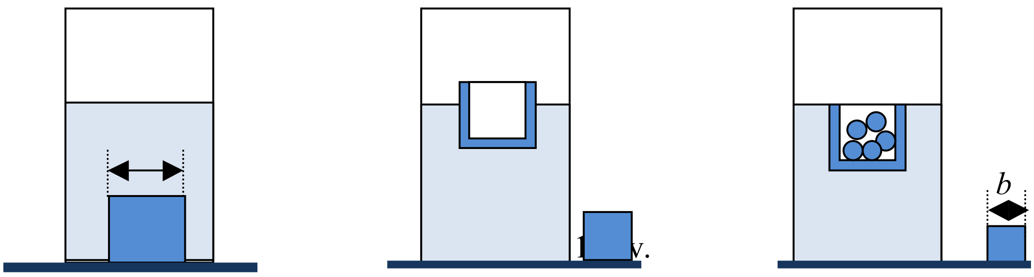
1 būdas

Gali būti įvairių šio būdo variacijų, bet visais atvejais naudojamasi Archimedo dėsniu. Čia pateikiame vieną iš variantų.

Įmetus plastilino gabalėlį į vandenį, jis nuskęstan vadinasi, jo tankis $\rho_p > \rho_v$, čia ρ_v = 1,00g/cm^3 – vandens tankis (žr. 1 pav.,a).

Sulipdome iš plastilino vienalytį kubą, kurio kraštinę *a* išmatuojame liniuote. Paklaidą šiuo atveju lemia ne liniuotės sisteminė paklaida (apie 0,5 mm), bet statistinė, atsirandanti dėl kubo netobulumo.

Dabar peiliuku atpjauname plonas (~3 mm storio) sieneles ir sumontuojame tų pačių matmenų kubo formos dėžutę su atviru viršumi. Tokia dėžutė vandenyje plūduriuoja (žr. 1 pav.,b). Pradedame mesti į šią plūduriuojančią dėžutę nedidelius likusio plastilino gabalėlius, stengdamiesi juos paskirstyti dėžutėje vienodai, kad ji nepasvirtų ir nenuskęstų. Galiausiai dėžutei vis grimztant į vandenį, šis pasiekia kubelio kraštus, ir dėžutė pagaliau nuskęsta (žr. 1 pav.,c). Iš likusio plastilino vėl sulipdome kubelį, kurio kraštinę *b* vėl išmatuojame liniuote.



(a) (b) (c)

Lentelėje pateikti 5 skirtingose kubų vietose *a* ir *b* matavimų rezultatai.

a (mm)	*b* (mm)
33,0	22,0
33,5	21,0
32,5	22,0
34,0	22,5
34,5	21,5

Apskaičiuojame kubų kraštinių vidurkius ir paklaidas:

$a=\sum_{i=1}^{5}\frac{a_i}{5}\approx 33{,}4\text{ mm}$. Paklaidai skaičiuoti, turime rasti atskirų matavimų vidutinę kvadratinę paklaidą, t.y. $S_n=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(a-a_i)^2}{n-1}}$. Mūsų atveju $S_5=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5}(a-a_i)^2}{5-1}}\approx 0{,}789\text{ mm}$, tada $\Delta a=S_5 t_{5;0,95}=0{,}789\cdot 2{,}8\approx 2{,}2\text{ mm}$. Čia $t_{5;0,95}=2{,}8$ – Stjūdento koeficientas. Taigi, $\frac{\Delta a}{a}=6{,}6\%$.
Galima būtų naudotis ir sudėtingesne aritmetinio vidurkio vidutine kvadratine paklaida $S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(a-a_i)^2}{n(n-1)}}$,bet taikysime S_n išraišką.

$b=\sum_{i=1}^{5}\frac{b_i}{5}\approx 21{,}8\text{ mm}$, $S_5=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5}(b-b_i)^2}{5-1}}\approx 0{,}57\text{ mm}$, $\Delta b=S_5 t_{5;0,95}=0{,}57\cdot 2{,}8\approx 1{,}60\text{ mm}$.

Taigi, $\frac{\Delta b}{b}=7{,}3\%$.

Panyrant plastilinui į vandenį, gali pasireikšti paviršiaus drėkinimas, tačiau plastilinas gali būti tiek drėkinamas, tiek antidrėkinamas. Galima įvertinti, kokia paviršiaus įtempimo įtaka mūsų tyrimams. Archimedo jėga plastilino kubui yra eilės $F_{\mathrm{A}}=\rho_{\mathrm{v}}a^3 g\approx 10^3\cdot(3\cdot 10^{-2})^3 10=0{,}27(\mathrm{N})$.
Paviršiaus įtempimo jėga, veikianti kubo perimetru, yra eilės $F_\sigma=4a\sigma\approx 4\cdot(3\cdot 10^{-2})\cdot 0{,}073\approx 0{,}009(\mathrm{N})$. Taigi, paviršiaus įtempimo reiškinį galime atmesti, nes $F_\sigma << F_{\mathrm{A}}$.

Sudarome lygtį, kai plastilino dėžutė pradeda skęsti:

$$\rho_{\mathrm{p}}\cdot a^3=\rho_{\mathrm{p}}\cdot b^3+\rho_{\mathrm{v}}\cdot a^3$$

Išsprendę lygtį, gauname:

$$\rho_{\mathrm{p}}=\rho_{\mathrm{v}}\frac{1}{1-\frac{b^3}{a^3}}\approx 1{,}39\text{ g/cm}^3.$$

Apskaičiuojame galutinio rezultato paklaidą:

$$\frac{\Delta\rho_{\mathrm{p}}}{\rho_{\mathrm{p}}}=\sqrt{\left(\frac{\partial\rho_{\mathrm{p}}}{\partial a}\Delta a\right)^2+\left(\frac{\partial\rho_{\mathrm{p}}}{\partial b}\Delta b\right)^2}=\sqrt{\left[\frac{\frac{3b^3}{a^4}}{\left(1-\frac{b^3}{a^3}\right)^2}\Delta a\right]^2+\left[\frac{\frac{3b^2}{a^3}}{\left(1-\frac{b^3}{a^3}\right)^2}\Delta b\right]^2}\approx$$

$$\approx\sqrt{0{,}055^2+0{,}061^2}=8{,}2\%.$$

Šiuo atveju paklaidą galima būtų skaičiuoti ir vertinant statistiškai galutinę plastilino tankio vertę keletą kartų matuojant, o po to skaičiuojant tankio vidurkį bei statistinę jo paklaidą, nes analizinis skaičiavimas gana griozdiškas.

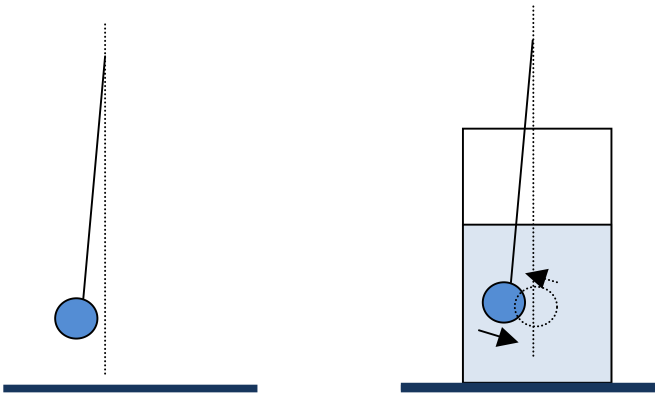
Taigi, $\Delta\rho_{\mathrm{p}}=0{,}11\text{ g/cm}^3$. Galiausiai $\rho_{\mathrm{p}}=(1{,}39\pm 0{,}11)\text{ g/cm}^3$.

2 būdas

Iš plastilino nedidelio rutuliuko ir siūlo pagaminame matematinę svyruoklę. Ore nedidelių svyravimų periodas bendru atveju lygus

$T_{o} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}}$. Čia I – inercijos momentas, mažo kūno atveju $I = ml^2$, l – rutuliuko atstumas iki svyravimo ašies. Tada $T_{o} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Išmatuojame nedidelių svyravimų periodą 5 kartus, imdami 10-20 svyravimų ir rezultatus surašome į lentelę.

Dabar tą pačią matematinė svyruoklę įleidžiame į vandenį inde (žr. 2 pav.) . Šiuo atveju svyravimo periodas lygus $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I'}{(m_p - m_v)gl}}$. Čia I' - svyruojančios sistemos inercijos momentas.



2 pav.

Pažymėtina, kad plastilino rutuliukui judant vandenyje būtina atsižvelgti ne tik į plastilino rutuliuko masę m_p, bet ir tokio pat tūrio V vandens rutuliuko masę m_v, nes vanduo užpildo išlaisvintą plastilino tūrį ir tokiu būdu dalyvauja judėjime. Taigi, $I' = (m_p + m_v)l^2 = V(\rho_p + \rho_v)l^2$. Pošaknio vardiklyje kreipimo momentą sukelia plastilino rutuliuko sunkio ir jį veikiančios keliamosios Archimedo jėgos atstojamoji. Pasinaudoję tūrio, tankio ir masės sąryšiu, randame

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}\frac{\rho_p + \rho_v}{\rho_p - \rho_v}} \quad .$$

Čia nekreipiame dėmesio į vandens klampumą ir pasipriešinimą svyruojant rutuliukui.

Išmatuojame ir šių nedidelių svyravimų periodą, imdami kelis svyravimus, nes vandenyje didesnis slopimas. Rezultatus surašome į lentelę.

T_0 (s)	T_1 (s)
1,995	5,205
2,030	5,200
2,020	5,302
2,010	5,155
2,040	5,194

Apskaičiuojame periodų vidurkius ir paklaidas:

$$T_0 = \sum_{i=1}^{5} \frac{T_{0i}}{5} \approx 2{,}019\ \text{s},\ S_5 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5}(T_0 - T_{0i})^2}{5-1}} \approx 0{,}0538\ \text{s},$$

$\Delta T_0 = S_5 t_{5;0,95} = 0{,}0538 \cdot 2{,}8 \approx 0{,}049\ \text{s}$. Čia vėl gi $t_{5;0,95} = 2{,}8$ – Stjūdento koeficientas. Taigi, $\frac{\Delta T_0}{T_0} = 2{,}4\%$.

$$T_1 = \sum_{i=1}^{5} \frac{T_{1i}}{5} \approx 5{,}211\ \text{s},\ S_5 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5}(T_1 - T_{1i})^2}{5-1}} \approx 0{,}0545\ \text{s},$$

$\Delta T_1 = S_5 t_{5;0,95} = 0{,}0545 \cdot 2{,}8 \approx 0{,}153\ \text{s}$. Taigi, $\frac{\Delta T_1}{T_1} = 2{,}9\%$.

Iš anksčiau rastų T_0 ir T_1 išraiškų surandame plastilino tankį:

$$\rho_p = \rho_v \frac{T_1^2 + T_0^2}{T_1^2 - T_0^2} = 1{,}0 \frac{5{,}211^2 + 2{,}019^2}{5{,}211^2 - 2{,}019^2} \approx 1{,}35\ \text{g/cm}^3.$$

Apskaičiuojame paklaidą:

$$\frac{\Delta\rho_p}{\rho_p} = \sqrt{\left[\frac{4T_0 T_1^2 \Delta T_0}{(T_1^2 - T_0^2)^2}\right]^2 + \left[\frac{4T_1 T_0^2 \Delta T_1}{(T_1^2 - T_0^2)^2}\right]^2} \approx \sqrt{0{,}020^2 + 0{,}0244^2} \approx 2{,}5\%.\ \text{Tada}$$

$\Delta\rho_p = 0{,}03\ \text{g/cm}^3$.

Tuo būdu $\rho_p = (1{,}35 \pm 0{,}03)\ \text{g/cm}^3$.

Šiuo atveju gavome kiek mažesnę tankio vertę, nes esant slopimui svyravimų periodas kiek didesnis, o mes naudojomės idealizuotu modeliu.

Aiškinamąjį sprendimą pateikė užduoties autorius prof. habil. dr. Edmundas Kuokštis.

▲ *Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2010 05 04.*

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT3-13 ▼

Ne visi dalyviai, nustatydami plastilino tankį pirmuoju būdu atsižvelgė į paviršiaus įtempties įtaką, taip pat kai kurie panaudojo papildomas priemones (pvz. siūlą, pieštuką, trintuką), kurios sąlygoje nebuvo duotos. Skaičiuojant tankį antruoju būdu, kai kurie turnyro dalyviai atsižvelgė tik į Archimedo jėgą, nekreipdami dėmesio į rutuliuko inertiškumo padidėjimą dėl vandens rutuliuko judėjimo priešinga kryptimi. Taip pat kai kas iš svyravimų ore apskaičiavo svyruoklės ilgį ir juo naudojosi kaip liniuote – nors iš principo taip samprotauti ir galima, bet šiuo atveju gaunamas labai mažas tikslumas.

Užduoties sprendimo aptarimą parengė užduoties autorius ir jos sprendimų vertintojas prof. habil. dr. Edmundas Kuokštis.

▲ *Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2010 05 04.*

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT3-13 ▼

Nr.	**Sprendimų vertinimo kriterijus**	**Vertė balais**
1 būdas		
1.1.	Nustatant plastilino tankį, galimi įvairūs Archimedo jėgos panaudojimo būdai, ir kiekvienu atveju, jei tai atlikta teisingai	5
1.2.	Panaudotos papildomos priemonės	-2
1.3.	Nebuvo komentuojama paviršiaus įtempties įtaka	-0,5
1.4.	Padaryta klaidų, skaičiuojant paklaidas	-0,5
2 būdas		
2.1.	Skaičiuojant tankį, tyrinėti plastilino rutuliuko nedideli svyravimai ore ir vandenyje	5
2.2.	Svyravimų vandenyje atveju atsižvelgta tik į Archimedo jėgą, o nekreiptas dėmesys į rutuliuko inertiškumo padidėjimą dėl vandens rutuliuko judėjimo priešinga kryptimi	-2
2.3.	Iš svyravimų ore buvo apskaičiuojamas svyruoklės ilgis ir juo naudojamasi kaip liniuote	-1
2.4.	Padaryta klaidų, skaičiuojant paklaidas	-0,5
3.	Pateikta ne pagal reikalavimus	-1
Maksimalus sprendimo įvertinimas		10

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius ir jos sprendimų vertintojas prof. habil. dr. Edmundas Kuokštis.

▲ *Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2010 05 04.*