

4-ASIS FIZIKOS TURNYRAS
Užduotis Nr. FT4-1 / 2010 07 07 – 2010 08 01

Sąlyga / FT4-1 ▼

Pasiplaukiojimas upe

Upė teka 1 m/s greičiu, o plaukikas nuo kranto ima plaukti statmenai tėkmei 1 m/s pradiniu greičiu vandens atžvilgiu. Jo judėjimo vandens atžvilgiu lygtis $y = t - 0,01t^2$ (m). Taip judėdamas plaukikas pasiekia upės vidurį, o vėliau – ir krantą.

1. Koks yra upės plotis?
2. Nubraižykite plaukiko judėjimo kranto atžvilgiu trajektoriją (mastelis: 1 cm atitinka 10 m) ir paaiškinkite.
3. Koks yra plaukiko poslinkis per pusę plaukimo laiko?
4. Nubraižykite poslinkio modulio priklausomybę nuo laiko (mastelis: 1 cm atitinka 10 m poslinkio bei 10 s laiko) ir paaiškinkite.

Užduotį parengė Vilniaus universiteto Taikomųjų mokslų instituto direktoriaus pavaduotojas, Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Puslaidininkių fizikos katedros docentas, mokyklos „Fizikos olimpas“ direktorius, steigėjų tarybos narys ir dėstytojas dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2010 07 07.

Aiškinamasis sprendimas / FT4-1 ▼

Duota: $u = 1$ m/s, $y = t - 0,01t^2$ m, $t' = 0,5t$.

Rasti: l , s , β , $s(t)$.

Tegu upės tėkmės greitis nepriklauso nuo atstumo iki kranto. Neatsižvelkime ir į plaukiko matmenis. Išilgai kranto plaukikas juda tolygiai greičiu u , o statmenai – tolygiai kintamai $v_{0,y} = 1$ m/s pradiniu greičiu ir $a_y = -0,02$ m/s² pagreičiu. Tai seka duotą priklausomybę $y(t)$ palyginus su bendrąja išraiška $y(t) = v_{0,y}t + \frac{a_y t^2}{2}$. Pasiekus plačios upės vidurį plaukiko greitis statmenai krantui tampa lygus nuliui, o po to jis plaukia atgal į tą patį krantą (1 pav.).

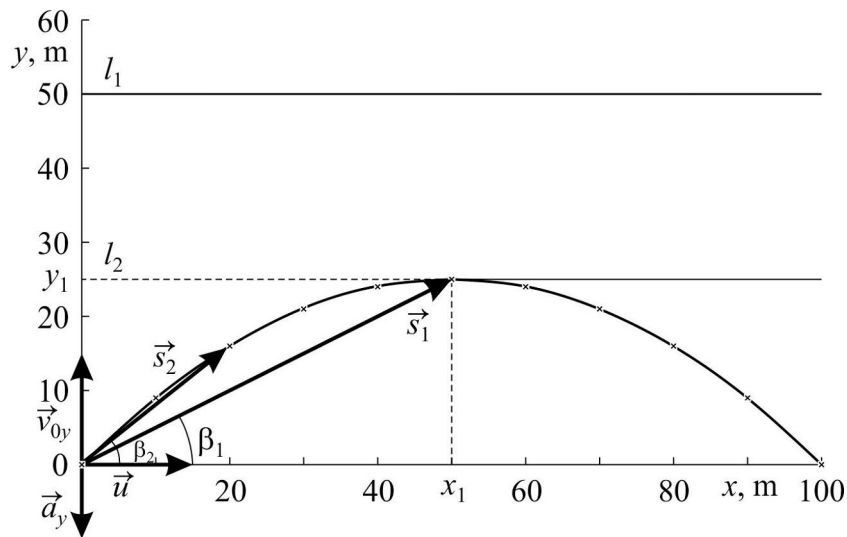
$$\begin{aligned}v_y &= v_{0,y} + a_y t_1 = 0, \\1 - 0,02t_1 &= 0, \\t_1 &= \frac{1}{0,02} = 50 \text{ (s)}.\end{aligned}$$

Didžiausias upės plotis

$$\begin{aligned}l_1 &= 2y_1 = 2(t_1 - 0,01t_1^2), \\l_1 &= 2(50 - 0,01 \cdot 50^2) = 50 \text{ (m)}.\end{aligned}$$

Suprantama, kad tą patį krantą plaukikas pasiekia ir kai upė siauresnė nei $l_1 = 50$ m, bet platesnė nei $y_1 = 25$ m. Čia tinka ir ribinis plotis y_1 , kai plaukikas, pasiekęs kitą krantą, nelipa į jį, o grįžta atgal į tą patį krantą. Poslinkis per pusę plaukimo laiko sutampa su poslinkiu \bar{s}_1 iki

upės vidurio 50 m pločio upėje, kai ji yra ne siauresnė nei 25 m. Taigi, poslinkis per pusę plaukimo laiko nepriklauso nuo upės pločio, kai jos plotis yra 25 – 50 m intervale.



1 pav.

Poslinkio \vec{s}_1 modulis

$$s_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = \sqrt{(ut_1)^2 + y_1^2},$$

$$s_1 = \sqrt{(1 \cdot 50)^2 + 25^2} \approx 55,9 \text{ (m)}.$$

Kampas

$$\beta_1 = \arctg \frac{y_1}{x_1},$$

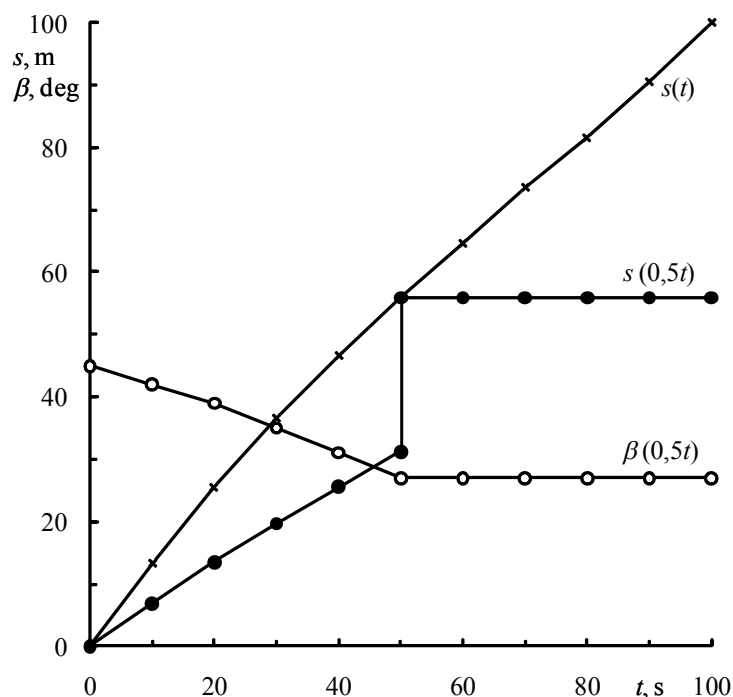
$$\beta_1 = \arctg \frac{25}{50} \approx 27^\circ.$$

Reikia pažymėti, kad šį kampą galėtume nustatyti matuodami jį kampamačiu (matlankiu), kai turime tiksliai nubraižytą 1 pav.

Poslinkio vektoriaus modulio priklausomybė nuo laiko

$$s(t) = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{t^2 + (t - 0,01t^2)^2} = t\sqrt{2 - 0,01t(2 - 0,01t)}.$$

Pasirenkame, kaip ir 1 pav. trajektorijos brėžimui, laiko intervalus kas 10 s ir, apskaičiavę poslinkio modulį, brėžiame jo priklausomybę nuo laiko (2 pav.). Pasiplaukiojimo pradžioje funkcija $s(t)$ yra artima tiesinei, poslinkio vektorius su x ašimi sudaro artimą 45° kampą, vėliau $s(t)$ didėjimas sulėtėja ir tik didesniems t artėjama prie staigės priklausomybės (parabolės).



2 pav.

Užduoties sąlygą tenkina ir visi kiti atvejai, kai plaukikas pasiekia kitą krantą. Tada upės plotis yra ne didesnis kaip mūsų apskaičiuotasis y_1 . Tegu $l_2 = y_1$, tada poslinkio iki upės vidurio vektoriaus \vec{s}_2 modulis

$$s_2 = \sqrt{x_2^2 + 0,25y_1^2},$$

čia $x_2 = ut_2$, $\frac{y_1}{2} = v_{0y}t_2 + \frac{a_y t_2^2}{2}$.

Turime lygtį

$$0,01t_2^2 - t_2 + 12,5 = 0.$$

Šios lygties sprendiniai

$$t_2 = \frac{1 \mp \sqrt{1 - 4 \cdot 0,01 \cdot 12,5}}{2 \cdot 0,01} \approx 14,6 \text{ (85,4) (s)},$$

čia 14,6 s sugaištama iki pusės upės plaukiant į kitą krantą (85,4 s – atgal, jei nelipama į kitą krantą)

$$s_2 = \sqrt{1 \cdot 14,6^2 + 0,25 \cdot 25^2} \approx 19,2 \text{ (m)},$$

$$\beta_2 = \arctg \frac{y_1}{2x_2}, \quad \beta_2 = \arctg \frac{25}{2 \cdot 14,6} \approx 41^\circ.$$

Poslinkio per pusę plaukimo iki kito kranto laiko (per 25 s)

$$s(0,5t) = 25\sqrt{2 - 0,01 \cdot 25(2 - 0,01 \cdot 25)} \approx 31,2 \text{ (m)}$$

modulis yra didesnis, o kampas

$$\beta(0,5t) = \arctg \frac{1 \cdot 25 - 0,01 \cdot 25^2}{1 \cdot 25} \approx 37^\circ$$

yra mažesnis nei plaukiant iki upės vidurio. Ir tai suprantama, nes pirmąją plaukimo laiko pusę juda didesniu greičiu, nei antrąją ($s(0,5t)$ buvo galima rasti ir iš 2 pav., pasirinkus 25 s laiko momentą).

Bendru atveju

$$s(0,5t) = 0,5t\sqrt{2 - 0,005t(2 - 0,005t)},$$

$$\beta(0,5t) = \arctg \frac{0,5t - 0,01 \cdot (0,5t)^2}{0,5t} = \arctg(1 - 0,005t).$$

Nesunku pastebėti, kad siaurėjant upei mažėja ir plaukimo į kitą krantą laikas t , poslinkių modulių santykis $\frac{s(0,5t)}{s(t)}$ artėja į 0,5, o kampas $\beta(0,5t)$ artėja į 45° .

Taigi, upė yra ne platesnė kaip 50 m.

Suprantama, kad papildomų rūpesčių turėtume, jei tektų įvertinti plaukiko ūgį, ypač kai upė siaura, bei tai, kad jos tėkmės greitis ties krantais paprastai skiriasi nuo greičio toliau nuo krantų.

Užduoties aiškinamąjį sprendimą pateikė užduoties autorius dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2010 12 20.

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT4-1 ▼

Sprendžiant užduotį tenka nagrinėti tolygų vandens tekėjimą ir tolygiai kintamą plaukiko judesį vandens atžvilgiu, panašiai kaip ir kampu į horizontą mesto kūno judesį. Čia įmanomos dvi galimybės, kai plaukikas pasiekia kitą krantą ne platesnėje nei 25 m upėje arba tą patį krantą į jį grįžtant platesnėje nei 25 m iki 50 m pločio upėje. Gaila, kad tik keli turnyro dalyviai analizavo galimybes pasiekti ne tik kitą, bet ir tą patį krantą.

Dauguma turnyro dalyvių nekreipė dėmesio, kad ieškomas poslinkis yra vektorinis dydis, tad tenka rasti ne tik jo modulį, bet ir kryptį, tarkim, kampa, sudaromą su krantu.

Didelė problema yra sprendimų pateikimas pagal turnyro reikalavimus, ypač braižyba.

Užduoties sprendimo aptarimą parengė užduoties autorius dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2010 11 08.

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT4-1 ▼

Nr.	Sprendimų vertinimo kriterijus	Vertė balais
1.	Rastas upės plotis	3
2.	Nubrėžta judėjimo trajektorija	2
3.	Rastas poslinkis	3
4.	Nubrėžta poslinkio priklausomybė nuo laiko	2
5.	Pateikta ne pagal turnyro reikalavimus	-1
6.	Neanalizuoti abu atvejai, kai plaukikas pasiekia kitą ir tą patį krantus	-2
7.	Nesilaikyta mastelio pagal p. 2, 4	-0,5
8.	Nenustatyta poslinkio vektoriaus kryptis	-0,5
9.	Kiti netikslumai p. 1-4	-0,5
Maksimalus sprendimo įvertinimas		10

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius dr. Stasys Tamošiūnas.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2010 11 08.