

**7-ASIS FIZIKOS TURNYRAS**  
**2-oji užduotis Nr. FT7-2 / 2013 07 29 – 2013 08 26**

**Sąlyga / FT7-2 ▼**

**Kalorimetro reikalai**

Į 0,1 kJ/K šiluminės talpos kalorimetrą, kurio pradinė temperatūra 10°C, buvo įdėta 100 g –10°C temperatūros ledo ir, nusistovėjus temperatūrai, pradėta jį kas 10 min papildyti po 10 ml 60°C temperatūros vandens.

1. Po kiek laiko bus pasiekta pradinė kalorimetro temperatūra?
2. Kaip priklauso iš ledo susidariusio vandens temperatūra nuo laiko?
3. Pateikite šią priklausomybę grafinę.

*Užduotį parengė Vilniaus universiteto Taikomųjų mokslų instituto direktoriaus pavaduotojas, Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto Puslaidininkių fizikos katedros docentas, mokyklos „Fizikos olimpas“ direktorius, jos steigėjų tarybos narys ir dėstytojas dr. Stasys Tamošiūnas.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2013 07 29.

**Užduoties aiškinamasis sprendimas / FT7-2 ▼**

Duota:  $C = 0,1 \text{ kJ/K} = 100 \text{ J/K}$ ,  $t_0 = 10^\circ \text{C}$ ,  $m_1 = 100 \text{ g} = 0,1 \text{ kg}$ ,  $t_1 = -10^\circ \text{C}$ ,  $t_l = 0^\circ \text{C}$ ,  
 $\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$ ,  $t_l = 0^\circ \text{C}$ ,  $c_1 = 2,1 \cdot 10^3 \text{ J/(kgK)}$ ,  $c_2 = 4,2 \cdot 10^3 \text{ J/(kgK)}$ ,  $V = 10 \text{ ml} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$ ,  
 $\tau_1 = 10 \text{ min}$ ,  $t_2 = 60^\circ \text{C}$ ,  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ .

Rasti:  $t'$ ,  $t(\tau)$ .

Nesunku pastebėti, kad ledui sušildyti iki lydymosi temperatūros  $t_l$  reikia daugiau šilumos, nei jos gali atiduoti iki tos temperatūros ataušdamas kalorimetras:

$$Q_1 = c_1 m_1 (t_l - t_1), \quad Q_1 = 2,1 \cdot 10^3 \cdot 0,1 \cdot 10 = 2,1 \text{ (kJ)},$$

$$Q = C(t_l - t_0), \quad Q = 100(0 - 10) = -1 \text{ (kJ)},$$

todėl ledo nebus ištirpę ir pagal šilumos balanso lygtį

$$C(t' - t_0) + c_1 m_1 (t'' - t_1) = 0 \quad (1)$$

nusistovi temperatūra

$$t' = \frac{C t_0 + c_1 m_1 t_1}{C + c_1 m_1}, \quad t' = \frac{100 \cdot 10 + 2,1 \cdot 10^3 (-10)}{100 + 4,2 \cdot 10^3} \approx -3,55 \text{ (}^\circ\text{C)}.$$

Vienas karšto vandens papildas, ataušęs iki  $t_l$ , atiduoda šilumos kiekį

$$Q_2 = c_2 \rho V (t_l - t_2), \quad Q_2 = 4,2 \cdot 10^3 \cdot 1000 \cdot 10^{-5} (0 - 60) = -2,52 \text{ (kJ)},$$

pakankamą pradėti lydyti ledą, nes  $Q_1 < -Q - Q_2$ .

Laiką yra patogu susieti su skaičiumi papildų  $n$ , reikalingu tam tikrai temperatūrai pasiekti, tikintis, kad po eilinio papildymo karštu vandeniu ji nusistovi per palyginti ilgą laiko tarpą  $\tau$ . Pradžiai įvertinkime skaičių karšto vandens papildų, reikalingų visam ledui išlydyti, pagal apytikslę šilumos balanso lygtį (tegu nusistovi temperatūra  $t_l$ ):

$$Q + Q_1 + \lambda m_1 + n_1 Q_2 = 0, \quad (2)$$

$$n_1 = -\frac{Q + Q_1 + \lambda m_1}{Q_2}, \quad n_1 = \frac{-1 + 2,1 + 330 \cdot 0,1}{-2,52} \approx 14.$$

Taigi, ledui išlydyti reikia beveik 14 papildų, po kurių ir vandens temperatūra šiek tiek turėtų pakilti, o ją randame patikslinę šilumos balanso lygtį:

$$C(t'' - t_0) + Q_1 + \lambda m_1 + c_2 m_1 (t'' - t_l) + n_1 c_2 \rho V (t'' - t_2) = 0, \quad (3)$$

$$t' = \frac{Ct_0 - Q_1 - \lambda m_1 + n_1 c_2 \rho V t_2}{C + c_2 (m_1 + n_1 \rho V)},$$

$$t'' = \frac{100 \cdot 10 - 2,1 \cdot 10^3 - 3,3 \cdot 10^5 \cdot 0,1 + 14 \cdot 4,2 \cdot 10^3 \cdot 10^{-2} \cdot 60}{100 + 4,2 \cdot 10^3 (0,1 + 14 \cdot 10^{-2})} \approx 1 (\text{°C}).$$

Šilumos balanso lygtis tolimesniam (dar  $n_2$  papildų) šildymui iki pradinės kalorimetro temperatūros:

$$C(t_0 - t'') + c_2 (m_1 + n_1 \rho V)(t_0 - t'') + c_2 n_2 \rho V(t_0 - t_2) = 0, \quad (4)$$

$$n_2 = \frac{[C + c_2 (m_1 + n_1 \rho V)](t_0 - t'')}{c_2 \rho V(t_2 - t_0)},$$

$$n_2 = \frac{[100 + 4,2 \cdot 10^3 (0,1 + 14 \cdot 10^{-2})] \cdot (10 - 1)}{4,2 \cdot 10^3 \cdot 10^{-2} (60 - 10)} \approx 5.$$

Tada ieškomas laikas  $\tau' = (n_1 + n_2)\tau$ ,  $\tau' = (14 + 5)10 = 190$  (min).

Tą laiką galėjome rasti ir iškart paprasčiau - po viso šio eksperimento kalorimetro temperatūra liko nepakitusi, tai karšto vandens atiduota šiluma yra panaudota ledui sušildyti iki lydymosi, išlydyti ir gautam vandeniui sušildyti:

$$c_2 \frac{\tau'}{\tau} \rho V(t_0 - t_2) + c_1 m_1 (t_l - t_1) + \lambda m_1 + c_2 m_1 (t_0 - t_l) = 0, \quad (5)$$

$$\tau' = \frac{[c_1 (t_l - t_1) + \lambda + c_2 (t_0 - t_l)] m_1}{c_2 \rho V(t_2 - t_0)} \tau,$$

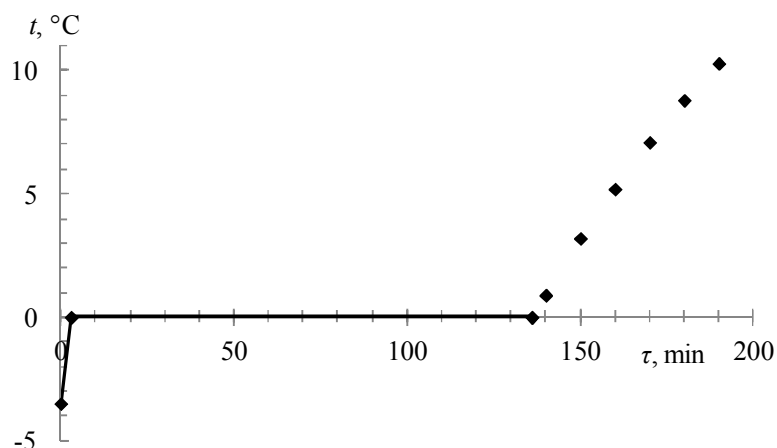
$$\tau' = \frac{(2,1 \cdot 10^3 \cdot 10 + 3,3 \cdot 10^5 + 4,2 \cdot 10^3 \cdot 10) \cdot 0,1}{4,2 \cdot 10^3 \cdot 1000 (60 - 10)} 10 \approx 190 \text{ (min)},$$

tačiau ankstesnė analizė yra naudinga nusistovėjusiai kalorimetro ir ledo temperatūrai rasti bei ledo lydymosi trukmei įvertinti.

Temperatūros priklausomybei nuo laiko po ledo išlydymo rasti  $n'_2$  papildų po vieną nuo 1 iki  $n_2$  intervale pakanka šilumos balanso lygtyje (4) vietoje pasiektos pradinės kalorimetro temperatūros  $t_0$  įrašyti temperatūrą  $t$ , o tada, surašę sąlygas duomenis ir suapvalinę gautus skaičius, gautume supaprastintą formulę

$$t = \frac{11 + 25n'_2}{11 + 0,4n'_2}, \quad (6)$$

pakankamą temperatūros priklausomybę nuo laiko nubrėžti. Minėtame intervale, kai jau nebėra ledo, ši priklausomybė nėra tiesinė (temperatūros kilimas yra lėtėjantis), nes kiekvienas naujas karšto vandens papildas šildo vis didesnę vandens (iš ledo ir ankstesnių papildų) kiekį.



*Užduoties aiškinamąjį sprendimą pateikė jos autorius dr. Stasys Tamošiūnas.*  
▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2013 09 17.

### **Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT7-2 ▼**

Užduotis, ypač jos pirmoji dalis, buvo teisingai išspręsta daugumos turnyro dalyvių. Čia kiek glumina tai, kad reikia garantijų, jog per palyginti didelę (virš 3 valandų) eksperimento trukmę nevyktų šilumos mainai su aplinkiniais kūnais, be to, neaišku, kada pagaliau nusistovi apskaičiuojama temperatūra, ypač kai yra palyginti lėtai tirpstantis ledas. Tenka tikėtis, kad temperatūra nusistovi bent jau per duotą laiko tarpą tarp papildymų karštu vandeniu. Dėl šių sąlygų laikas, po kurio bus pasiekta pradinė kalorimetro temperatūra, negali būti įvertintas geriau nei dešimties minučių tikslumu. Keli turnyro dalyviai klydo darydami prielaidą, kad temperatūra nusistovi iškart po eilinio papildymo ir temperatūros priklausomybę nuo laiko pateikė laiptuotą, o kiti neįvertino, kad eilinis karšto vandens papildas šildo vis didesnę kiekį vandens, ir po ledo išlydymo vandens temperatūros priklausomybę nuo laiko pateikė tiesinę. Smagu buvo rasti duotą papildą, viename sprendime pavadintą karšto vandens lašu – nieko sau lašas!

*Užduoties sprendimų aptarimą parengė jos autorius dr. Stasys Tamošiūnas.*  
▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2013 09 17.

### **Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT7-2 ▼**

<b>Nr.</b>	<b>Sprendimų vertinimo kriterijus</b>	<b>Vertė balais</b>
1.	Rastas lakas pradinei kalorimetro temperatūrai pasiekti	5
2.	Nustatyta temperatūros priklausomybė nuo laiko	4
3.	Pateikta grafinė priklausomybė	1
4.	Pateikta ne pagal reikalavimus	-1
5.	Netikslumai (kiekvienam iš kriterijų Nr. 1-3)	iki (-1)
Didžiausias galimas sprendimo įvertinimas		10

*Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius dr. Stasys Tamošiūnas.*

▲ Šis tekstas svetainėje [www.olimpas.lt](http://www.olimpas.lt) nuolat skelbiamas nuo 2013 09 17.