TARPTAUTINIŲ FIZIKOS

OLIMPIADŲ

UŽDUOTYS
IR
SPRENDIMAI

I-XV olimpiados

Fizikos olimpas

VILNIUS 1999

UDK 53(079)
Ta 255

Užduočių sprendimus parengė:

Mechanika (1, 6, 10, 15, 20, 25, 29, 34, 38, 40, 46, 53, 55, 58, 59, 65 užduotys) – docentas Juozas Bučinskas.

Molekulinė fizika ir termodinamika (3, 4, 5, 7, 11, 16, 21, 26, 32, 39, 41, 42, 47, 50, 56 užduotys) – tarptautinių fizikos olimpiadų prizininkas, inžinierius Vincas Tamošiūnas.

Elektra ir magnetizmas (2, 9, 12, 14, 17, 22, 24, 27, 33, 36, 37, 44, 45, 49, 51, 54, 60, 63, 66, 67 užduotys) – docentas Vytautas Rinkevičius.

Optika (8, 13, 18, 19, 23, 28, 31, 35, 43, 48, 52, 57, 61, 64, 68 užduotys) – docentas Vaidutis Šalna.

Kvantinė, atomo ir branduolio fizika (30 ir 62 užduotys) – profesorius Antanas Bandzaitis.

Dėkojame p. Petrui Jonušui, kurio iniciatyva ir rūpesčiu buvo išleistas šis leidinėlis

© Mokykla FIZIKOS OLIMPAS, 1999

ISBN 9986-778-15-8

Turinys

UŽDUOČIŲ SĄLYGOS

I tarptautinė fizikos olimpiada, 1967m. (Lenkija).....5
II tarptautinė fizikos olimpiada, 1968m. (Vengrija).....6
III tarptautinė fizikos olimpiada, 1969 m. (Čekoslovakija).....7
IV tarptautinė fizikos olimpiada, 1970 m. (Sovietų Sąjunga).....9
V tarptautinė fizikos olimpiada, 1971 m. (Bulgarija).....11
VI tarptautinė fizikos olimpiada, 1972 m. (Rumunija).....14
VII tarptautinė fizikos olimpiada, 1974 m. (Lenkija).....17
VIII tarptautinė fizikos olimpiada, 1975 m. (Vokietija).....19
IX tarptautinė fizikos olimpiada, 1976 m. (Vengrija).....22
X tarptautinė fizikos olimpiada, 1977 m. (Čekoslovakija).....24
XI tarptautinė fizikos olimpiada, 1979 m. (Sovietų Sąjunga).....26
XII tarptautinė fizikos olimpiada, 1981 m. (Bulgarija).....28
XIII tarptautinė fizikos olimpiada, 1982 m. (Vokietija).....31
XIV tarptautinė fizikos olimpiada, 1983 m. (Rumunija).....35
XV tarptautinė fizikos olimpiada, 1984 m. (Švedija).....38

UŽDUOČIŲ SPRENDIMAI

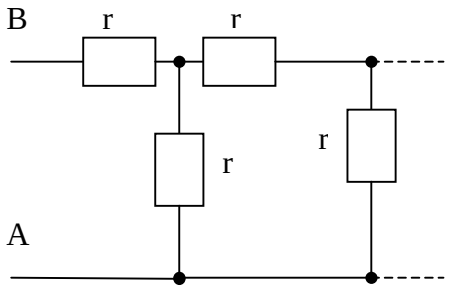
I tarptautinė fizikos olimpiada, 1967 m. (Lenkija).....42
II tarptautinė fizikos olimpiada, 1968 m. (Vengrija).....49
III tarptautinė fizikos olimpiada, 1969 m. (Čekoslovakija).....55
IV tarptautinė fizikos olimpiada, 1970 m. (Sovietų Sąjunga).....65
V tarptautinė fizikos olimpiada, 1971 m. (Bulgarija).....74
VI tarptautinė fizikos olimpiada, 1972 m. (Rumunija).....88
VII tarptautinė fizikos olimpiada, 1974 m. (Lenkija).....106
VIII tarptautinė fizikos olimpiada, 1975 m. (Vokietija).....113
IX tarptautinė fizikos olimpiada, 1976 m. (Vengrija).....124
X tarptautinė fizikos olimpiada, 1977 m. (Čekoslovakija).....133
XI tarptautinė fizikos olimpiada, 1979 m. (Sovietų Sąjunga).....144
XII tarptautinė fizikos olimpiada, 1981 m. (Bulgarija).....153
XIII tarptautinė fizikos olimpiada, 1982 m. (Vokietija).....166
XIV tarptautinė fizikos olimpiada, 1983 m. (Rumunija).....182
XV tarptautinė fizikos olimpiada, 1984 m. (Švedija).....197

UŽDUOČIŲ SĄLYGOS

I tarptautinė fizikos olimpiada, 1967 M. (Lenkija)

Teorinės užduotys

1. Ant h = 5 m aukščio atramos guli M = 200 g masės rutulys. v = 500 m/s greičiu horizontalia kryptimi lekianti m = 10 g masės kulka pramuša rutulį tiksliai per jo skersmenį. a) Kokiame nuotolyje L nukris ant žemės kulka, jei rutulys nukrinta ant žemės l = 20 m atstumu nuo atramos ? b) Kokia dalis α kinetinės kulkos energijos pavirsta vidine energija, kai kulka pramuša rutulį? Į oro pasipriešinimą neatsižvelkite.



1 pav.

2. Apskaičiuokite 1 pav. parodytos begalinės grandinės varžą tarp taškų A ir B, jei visų šios grandinės rezistorių varžos yra vienodos ir lygios r.

3. Du vienodi rutuliai yra tokios pat temperatūros. Vienas iš rutulių padėtas ant horizontalios plokštumos, kitas pakabintas ant siūlo. Abiem rutuliams suteikiamas vienodas šilumos kiekis juos šildant taip greitai, kad šilumos nuostolių dėl aplinkos ir arti esančių daiktų įšilimo nėra. Vienodos ar skirtingos bus rutulių temperatūros po šildymo? Atsakymą pagrįskite.

4. Uždarame V = 10 l tūrio inde yra sausas oras, kurio slėgis $p_0 \approx 10^5\,Pa$ ir temperatūra $t_0 = 20\,^0C$. Į indą įpilama m = 3 g vandens, kuris įkaitinamas iki $t = 100\,^0C$ temperatūros. Koks pasidarys slėgis inde taip jį įkaitinus? Į indo šiluminę plėtrą neatsižvelkite.

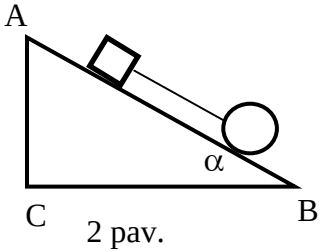
5. Nustatykite savitąją žibalo šilumą.

Priemonės: svarstyklės, šratai graduoti, kalorimetras, termometras, srovės šaltinis, kaitinimo spiralė, stiklinis indas, vanduo, žibalas, sekundometras, jungiamieji laidai, jungiklis. Vandens savitoji šiluma lygi 4200 J / (kg K).

II tarptautinė fizikos olimpiada, 1968 m. (Vengrija)

Teorinės užduotys

6. Ant nuožulnios plokštumos, kurios polinkio į horizontą kampas $\alpha = 30^0$, padėtas pilnaviduris vienalytis cilindras, kurio masė m_1=8 kg ir spindulys R=5 cm (2 pav.). Prie cilindro ašies siūlu pririštas m_2=4 kg masės kubas, esantis ant tos pačios nuožulnios plokštumos. Kokiu pagreičiu a juda abu šie kūnai? Trinties tarp kubo ir nuožulniosios plokštumos koeficientas μ=0,6. Į riedėjimo trintį ir ašies trintį neatsižvelkite.



2 pav.

7. Viename inde yra $V_1 = 3 \cdot 10^{-4} m^3$ tololo, kurio temperatūra $t_1 = 0\ ^0C$, o kitame $V_2 = 1{,}1 \cdot 10^{-4} m^3$ tololo, kurio temperatūra $t_2 = 100\ ^0C$. Kokį tūrį užims tololas abiejų indų turinį sumaišius, jei tololo tūrio plėtros koeficientas $\alpha = 0{,}001\ K^{-1}$? Į šilumos nuostolius neatsižvelkite.

8. Į stiklinio puscilindrio plokščiąjį paviršių šviesos spinduliai krinta $\alpha = 45^0$ kampu. Spinduliai yra plokštumoje, statmenoje puscilindrio ašiai. Iš kurios puscilindrio šoninio paviršiaus vietos išeis šviesos spinduliai? Stiklo lūžio rodiklis $n = \sqrt{2}$.

9. Kiekvienoje iš trijų nepermatomų dėžių yra po vieną iš šių elektrinių grandinių elementų: rezistorius, kondensatorius, ritė. Neatidarydami dėžių ištirkite, koks elementas yra kurioje dėžėje, ir nustatykite jo elektrinius parametrus.

Priemonės: du universalieji matavimo prietaisai – avometrai, ν=50 Hz dažnio kintamosios įtampos šaltinis, nuolatinės įtampos šaltinis. Matavimų prietaisų įvairių diapazonų vidinės varžos žinomos. Prietaisų paklaidos matuojant nuolatinės įtampos grandinėse – 2 %, kintamosios įtampos grandinėse – 3 %.

III tarptautinė fizikos olimpiada, 1969 m. (Čekoslovakija)

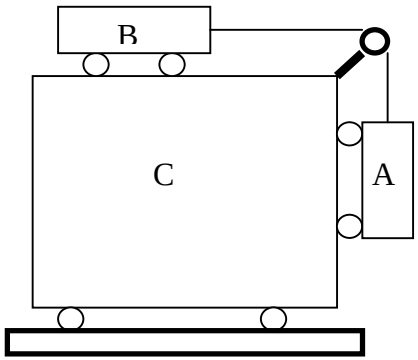
Teorinės užduotys

10. 3 pav. pavaizduota kūnų sistema susideda iš trijų vežimėlių A, B ir C, kurių masės atitinkamai lygios m_A = 0,3 kg, m_B = 0,2 kg ir m_C = 1,5 kg. Vežimėlį C veikia tokia horizontalios krypties jėga $\vec{F}$, kad vežimėliai A ir B nejuda vežimėlio C atžvilgiu.

1) Apskaičiuokite: a) įtempimo jėgą, veikiančią siūlą, jungiantį vežimėlius A ir B, b) jėgą F.

2) Tarę, kad vežimėlis C nejuda, apskaičiuokite: a) vežimėlių A ir B pagreičius, b) siūlo įtempimo jėgą.

Į oro pasipriešinimą, trintį, skriemulio ir ratų inercijos momentus ir siūlo masę neatsižvelkite.



3 pav.

11. Varinio m_1 masės kalorimetro ir jame esančio m_2 masės vandens temperatūra T_1. Į kalori-

metrą įdedama ledo, kurio masė m_3 ir temperatūra T_2. a) Apskaičiuokite ledo masę ir temperatūrą, nusistovėjus šiluminei pusiausvyrai esant bet kokioms m_1, m_2, m_3, T_1 ir T_2 vertėms. Užrašykite sistemos šilumos balanso lygtį. b) apskaičiuokite vandens ir ledo masę ir temperatūrą nusistovėjus šiluminei pusiausvyrai, kai m_1 = 1 kg, m_2 = 1 kg, m_3 = 2 kg, T_1 = 283 K, T_2 = 253 K.

Į energijos nuostolius neatsižvelkite. Atmosferos slėgis normalus, vario savitoji šiluma c_1 = 0,39 kJ / (kg K), vandens c_2 = 4,2 kJ / (kg K), ledo c_3 = 2,1 kJ / (kg K), ledo savitoji lydymosi šiluma λ = 330 kJ / kg.

12. m masės rutuliukas, įelektrintas elektros krūviu q, pritvirtintas prie vieno galo nelaidaus siūlo. Kitas to siūlo galas pririštas prie vertikalioje plokštumoje esančio R spindulio žiedo, padaryto iš standžios vielos. Tas žiedas įelektrintas to paties ženklo, kaip ir rutuliukas, krūviu Q. Apskaičiuokite, kokiam siūlo ilgiui l esant atsilenkęs rutuliukas atsidurs statmenoje žiedo plokštumai jo ašyje.

Iš pradžių išspręskite uždavinį bendrai, o paskui esant šioms skaitinėms vertėms: Q=q=$9\cdot10^{-8}\,C$, $R=5\,cm$, $m=1\,g$, $\varepsilon_0=8{,}9\cdot10^{-12}\,F/m$. Į žiedo vielos storį ir siūlo masę neatsižvelkite.

13. Ant nušlifuoto stiklinio kubo, kurio briauna lygi 2 cm, padėta nušlifuota stiklinė plokštelė. Tarp plokštelės ir kubo yra plonas oro sluoksnis. Iš viršaus stačiu kampu apšviečiant plokštelę šviesa, kurios bangos ilgiai yra tarp 400 ir 1500 nm (šiame bangų ilgių intervale plokštelė yra skaidri), atsispindėjusioje šviesoje maksimumo sąlyga esti patenkinama dviem bangų ilgiam: λ_0 = 400 nm ir dar kitam. Apskaičiuokite tą kitą bangos ilgį. Taip pat apskaičiuokite, kiek reikia padidinti kubo temperatūrą, kad jis liestų plokštelę. Stiklo ilginis šiluminės plėtros koeficientas $\alpha=8\cdot10^{-6}\,K^{-1}$, oro lužio rodiklis n = 1. atstumas nuo kubo apačios iki plokštelės kaitinant nekinta.

Eksperimentinės užduotys

14. Išnagrinėkite uždarą grandinę, susidedančią iš: a) dviejų nuosekliai sujungtų akumuliatorių, varžyno ir reochordo, b) nuosekliai sujungtų sausojo elemento ir galvanometro su apsaugine varža. Pasiūlykite ir pagrįskite tokį b) šakos jungimo prie a) grandinės būdą, kad būtų galima keičiant reochordo slankiklio padėtį pasiekti, jog srovė grandinėje pasidarytų lygi nuliui.

Sujunkite grandinę pagal pasiūlytąją schemą ir matuodami nustatykite: 1) dviejų nuosekliai sujungtų akumuliatorių gnybtų įtampos ir sausojo elemento elektrovaros santykį (manykite, kad abiejų akumuliatorių gnybtų įtampos yra pastovios), 2) nežinomąją varžą R_x.

Nustatykite, kokiai varžyno varžai R esant uždavinys turi sprendinį.

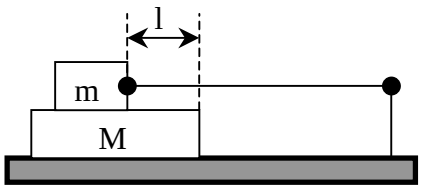
Priemonės: du geležies ir nikelio akumuliatoriai, vienas sausasis elementas, reochordas (vienalytis nežinomos varžos R_x laidas su slankiu kontaktu, ištemptas išilgai milimetrinės liniuotės), varžynas, galvanometras (su skalės viduryje esančia nuline padala) ir apsauginis rezistorius.

IV tarptautinė fizikos olimpiada, 1970 m. (Sovietų Sąjunga)

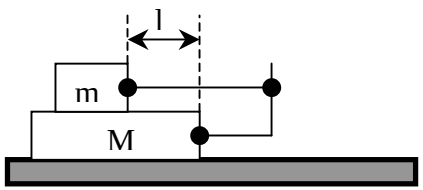
Teorinės užduotys

15. Ilgas M = 1 kg masės tašelis yra ant glotnaus horizontalaus stalo ir gali be trinties slankioti jo paviršiumi. Viršutine horizontaliąja tašelio siena gali judėti m = 0,1 kg masės vežimėlis su varikliu. Trinties koeficientas tarp vežimėlio ir tašelio $\mu=0{,}02$. Variklis pastoviu v_0 = 0,1 m/s greičiu vynioja ant veleno siūlą. Kitas siūlo galas vienu atveju pririštas prie gana toli esančios nejudančios atramos (4 pav., a), kitu atveju – prie į tašelį įkalto kuolo (4 pav., b). Iš pradžių tašelis palaikomas, kad nejudėtų, vežimėliui leidžiama judėti v_0 greičiu, o paskui tašelis paleidžiamas. Tašelio paleidimo metu vežimėlio priekis esti l = 0,5 m atstumu nuo tašelio priekinio krašto. Abiem atvejais

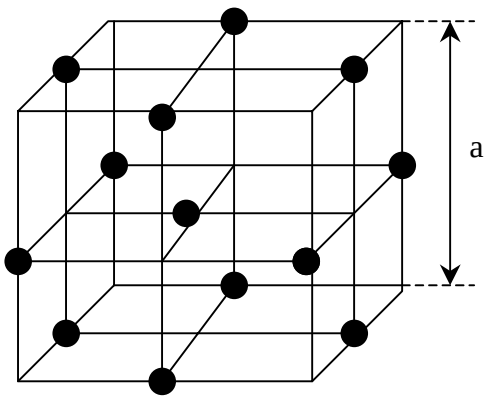
nustatykite tašelio ir vežimėlio judėjimo dėsnius ir laiką, per kurį vežimėlis pasieks priekinį tašelio kraštą.



4 pav., a



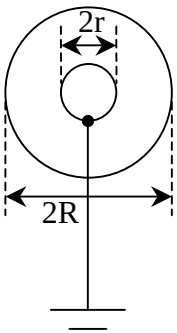
4 pav., b



5 pav.

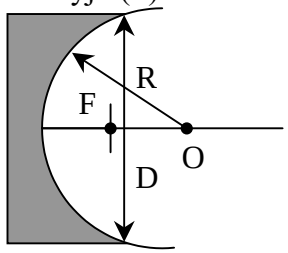
16. Natrio chlorido (valgomosios druskos – NaCl) kristalo elementarusis narvelis yra kubas, kurio briaunos ilgis a = $5{,}6\cdot10^{-10}$ m, (5 pav.). Paveiksle juodais rutuliukais pavaizduoti natrio atomai, baltais – chloro. Visas valgomosios druskos kristalas gaunamas erdvėje kartojant tokius elementariuosius narvelius. Natrio santykinė atominė masė lygi 23, chloro – 35,5. Valgomosios druskos tankis $\rho = 2{,}22\cdot10^3$ kg / m^3. Apskaičiuokite vandenilio atomo masę.

17. R = 20 cm spindulio plonasienės metalinės sferos viduje yra bendracentris r = 10 cm spindulio metalinis rutulys. Sferoje yra skylutė, per kurią rutulys labai ilgu laidu sujungtas su žeme (6 pav.). Sfera įelektrinta Q = 10^{-8} C krūviu. Apskaičiuokite tos sferos potencialą, sistemos elektrinę talpą ir nubraižykite lygiavertę elektrinę schemą.



6 pav.

18. Teleskope įrengtas sferinis veidrodis, kurio skersmuo D = 0,5 m ir kreivumo spindulys R = 2 m. Veidrodžio židinyje (F) statmenai optinei ašiai įtaisytas apskrito disko formos spinduliuotės imtuvas (7 pav.). Koks turi būti mažiausias imtuvo disko spindulys r, kad į jį patektų visa veidrodžio atspindima spinduliuotė? Kiek kartų sumažėtų į imtuvą patenkančios spinduliuotės srautas, jei jo matmenis sumažintume 8 kartus?



7 pav.

Nurodymai: 1) Esant mažoms α vertėms ($\alpha \ll 1$), galima $\sqrt{1-\alpha}$ keisti į $1-\alpha/2$, 2) į difrakciją neatsižvelkite.

Eksperimentinės užduotys

19. Nustatykite lęšių židinių nuotolius.

Priemonės: trys įvairūs lęšiai su stovais, ekranas su geometrinės figūros atvaizdu, prie stovo pritvirtinta vertikali viela, tieslė.

V tarptautinė fizikos olimpiada, 1971 m. (Bulgarija)

Teorinės užduotys

20. Glotnaus M masės pleišto, esančio ant idealiai glotnaus horizontalaus paviršiaus, skerspjūvis yra trikampis, kurio kampai prie pagrindo α_1 ir α_2. Ant pleišto yra du glotnūs kroviniai, kurių masės m_1 ir m_2, surišti vienas su kitu netampriu siūlu, uždėtu ant mažo skridinio, pritvirtinto prie pleišto viršūnės. Iš pradžių visa ši sistema yra rimties būsenos. Kokiu pagreičiu $\vec{a}_0$ šliauš pleištas? Krovinių pagrei-

tį pleišto atžvilgiu išreikškite per pleišto pagreitį. Kokiam krovinių masių m_1 ir m_2 santykiui esant pleištas nejudės, o kroviniai šliauš juo? Į siūlo ir skridinio mases neatsižvelkite.

21. Užlydytu galu S = 1 cm^2 skerspjūvio ploto stiklinis vamzdelis pripildytas vandenilio ir vertikaliai laikomas užlydytu galu į viršų, atvirąjį galą panardinus į indą su gyvsidabriu. Visas šis įrenginys įdėtas į hermetišką kamerą, pripildytą oro, kurio temperatūra T_0 = 273 K ir slėgis $P_0 = 1{,}334 \cdot 10^5$ Pa. Po tam tikro laiko gyvsidabris vamzdelyje pakilo per h_0 = 0,7 m virš jo lygio inde. Paslinkus vieną iš kameros sienų oro slėgis izotermiškai sumažinamas iki $P_1 = 8 \cdot 10^4$ Pa, ir gyvsidabrio stulpelio aukštis dėl to sumažėja iki h_1 = 0,4 m. Toliau esant pastoviam tūriui kamera įšildoma iki temperatūros T_2, dėl to gyvsidabrio stulpelio aukštis padidėja iki h_2 = 0,5 m. Pagaliau orui kameroje izobariškai plečiantis gyvsidabrio aukštis tampa h_3 = 0,45 m.

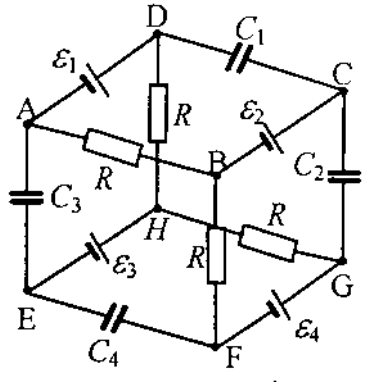
Manydami, kad sistema visą laiką išlaiko termodinaminę pusiausvyrą, apskaičiuokite: vandenilio masę m, paskutinės būsenos temperatūrą T_2 ir slėgį P.

Gyvsidabrio tankis temperatūroje T_0 yra $\rho_0 = 1{,}36 \cdot 10^4$ kg / m^3, gyvsidabrio tūrinės šiluminės plėtros koeficientas $\beta = 1{,}84 \cdot 10^{-4}$ K^{-1}, universalioji dujų konstanta R = 8,31 J / (mol K). Į stiklo šiluminę plėtrą ir į gyvsidabrio aukščio inde kitimus neatsižvelkite.

Nurodymas: Tarkime, kad ΔT – maksimalus temperatūrų skirtumas tarp sistemos būsenų. Kadangi $\beta \cdot \Delta T = x << 1$, pasinaudokite apytiksliu sąryšiu $\frac{1}{1+x} \approx 1 - x$.

22. Apskaičiuokite suminę energiją W, sukauptą kondensatoriuose, įjungtuose į 8 pav. parodytą schemą.

Jų talpos yra C_1, C_2, C_3, C_4. Nuolatinės įtampos šaltiniai: ε_1, ε_2, ε_3, ε_4. Į vidines varžas neatsižvelkite. Visų grandinės rezistorių varžos vienodos. Koks būtų kondensatoriaus C_2 krūvis q_2, jei taškus H ir B sujungtume trumpai? Skaitines vertes apskaičiuokite, kai ε_1 = 4 V, ε_2 = 8 V, ε_3 = 12 V, ε_4 = 16 V, $C_1 = C_2 = = C_3 = C_4$ = 1 μF.



8 pav.

23. Prieš vertikalų plokščiąjį veidrodį yra iš plono stiklo padarytas pilnas vandens rutulio formos akvariumas. Akvariumo spindulys R, atstumas tarp jo centro ir veidrodžio 3R. Toli nuo akvariumo ir veidrodžio esantis stebėtojas žiūri statmenai veidrodžiui per akvariumo centrą einančia kryptimi. Visiškai priešingame stebėtojui akvariumo taške yra maža žuvytė, kuri ima judėti palei akvariumo sienelę greičiu v. Kokiu santykiniu greičiu v_{sant} sklaidosi stebėtojo matomas žuvytės atvaizdas? Vandens lūžio rodiklis n = 4/3.

Eksperimentinės užduotys

24. Sudarykite grandinę, skirtą šaltinio tiekiamos reostatui naudingosios galios priklausomybės nuo srovės stiprio grafikui eksperimentiškai gauti.

Pasinaudodami gautuoju grafiku:

1) nustatykite šaltinio vidinę varžą,
2) nustatykite šaltinio elektrovarą,
3) nubraižykite naudingosios galios priklausomybės nuo išorinės varžos grafiką,
4) nubraižykite suminės galios priklausomybės nuo išorinės varžos grafiką,

5) nubraižykite šaltinio naudingumo koeficiento priklausomybės nuo išorinės varžos grafiką.

Priemonės: nuolatinės ev šaltinis, ampermetras, voltmetras, reostatas, jungiamieji laidai.

VI tarptautinė fizikos olimpiada, 1972 m. (Rumunija)

Teorinės užduotys

25. Trys vienodų masių, ilgių ir išorinių spindulių cilindrai padėti ant nuožulniosios plokštumos. Iš pradžių jie nejudėjo. Šliaužimo nuožulniąja plokštuma trinties koeficientas μ žinomas ir yra vienodas visiems cilindrams.

Pirmasis cilindras tuščiaviduris (vamzdžio pavidalo), antrasis – vienalytis pilnaviduris, o trečiajame yra tokia pat ertmė, kaip ir pirmajame, tik ji pripilta tokio pat tankio, kaip ir sienelės, skysčio ir galuose uždaryta labai mažos masės dangteliais. Į trintį tarp skysčio ir sienelių atsižvelgti nereikia.

Pirmojo cilindro medžiagos tankis yra n kartų didesnis negu antrojo ar trečiojo cilindro. Apskaičiuokite:

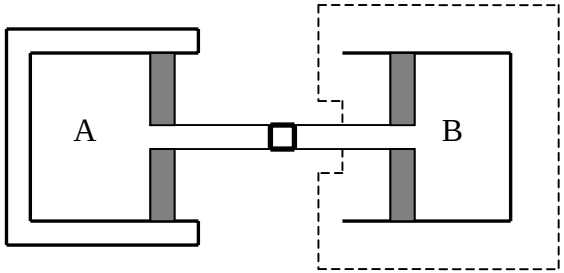
1) Cilindrų ašių linijinius pagreičius tuo atveju, kai jie neslysta. Palyginkite šiuos pagreičius.

2) Kokiam nuožulniosios plokštumos polinkio kampui α esant neslys nė vienas cilindras?

3) Visų cilindrų kampinių pagreičių tarpusavio santykius, kai jie visi rieda slysdami. Palyginkite šiuos pagreičius.

4) Sąveikos tarp trečiojo cilindro skysčio ir sienelių jėgą, kai tas cilindras slysta. Skysčio masė m yra žinoma.

26. Du vienodų skersmenų cilindrai A ir B turi mažos masės galinčius laisvai slankioti stūmoklius, sujungtus trumpu vamzdeliu su čiaupu. Iš pradžių čiaupas buvo uždarytas. Cilindras A kartu su stūmokliu yra termiškai izoliuotas, o cilindras B įdėtas termostatą, kurio temperatūra t = 27 ^{0}C (9 pav.).



9 pav.

Pradiniu momentu cilindro A stūmoklis buvo pritvirtintas, o cilindro viduje buvo m = 32 kg argono, kurio slėgis didesnis už atmosferinį. Cilindre B, kurio tūris V_B =

= 5,54 m^3, yra tam tikras kiekis deguonies.

Atleidus cilindro A stūmoklį, jis juda lėtai (kvazinuostoviai). Pasiekus pusiausvyrą argono tūris padidėjo 8 kartus, o cilindre B deguonies tūris padidėjo 2 kartus. Be to, yra žinoma, kad termostatui buvo perduotas Q = 747,9·10^4 J šilumos kiekis. Argono molio masė M = 40·10^{-3} kg/mol.

1) Remdamiesi kinetine dujų teorija ir atsižvelgdami į tamprius molekulių smūgius į stūmoklį įrodykite, kad cilindre A procesas aprašomas lygtimi $TV^{2/3}$ = const.

2) Apskaičiuokite argono parametrus P, V ir T esant pradinei ir galinei būsenai.

3) Apskaičiuokite dujų mišinio galinį slėgį, kuris susidarė atsukus cilindrus jungiantį čiaupą.

27. Įelektrintas plokščiasis kondensatorius, kurio plokštelės stačiakampės, įtaisytas vertikaliai. Jo plokštelės liečia dielektrinį skystį. Atstumas tarp plokštelių yra daug mažesnis už jų matmenis. Duota: pradinis lauko stipris kondensatoriuje E, skysčio tankis ρ, skysčio dielektrinė skvarba ε, kondensatoriaus plokštelių aukštis H.

Apskaičiuokite skysčio tarp plokštelių pakilimo aukštį ir paaiškinkite reiškinį. Į kapiliarumą neatsižvelkite.

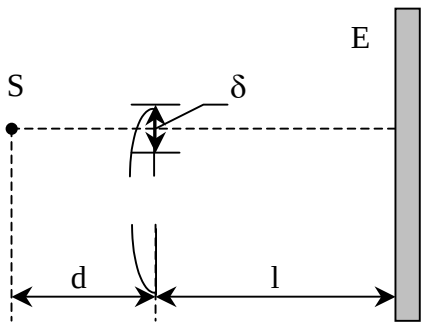
28. Plokščiai iškilojo lęšio, kurio skersmuo 2r, kreivumo spindulys R, lūžio rodiklis n_0, kairėje pusėje yra oras (n_1 = 1), o dešinėje –

skaidri aplinka, kurios lūžio rodiklis $n_2 \neq 1$ (oras yra prie iškilosios pusės). Ore atstumu d nuo lęšio pagrindinėje optinėje ašyje yra taškinis monochromatorinės šviesos šaltinis.

1) Apsiribodami gretaašio pluošto artutinumu įrodykite, kad

$$\frac{F_1}{d} + \frac{F_2}{f} = 1,$$

jei f – atstumas tarp šaltinio atvaizdo ir lęšio, F_1 ir F_2 – lęšio židinio nuotoliai atitinkamai ore ir esant iš vienos pusės yra aplinkai, kurios lūžio rodiklis n_2.



10 pav.

2) Statmenai plokščiajam paviršiui lęšis perpjaunamas į dvi vienodas dalis, kurios po to atitolinamos iki atstumo $\delta << r$ (Bijė bilęšis). Šios sistemos simetrijos ašyje $d > F_1$ atstumu nuo lęšio (žr. 10 pav.) yra taškinis šaltinis S. Dešinėje l nuotoliu nuo lęšio esančiame lygiagrečiame su lęšiu ekrane E atsiranda N interferencijos juostų (į dešinę nuo lęšio irgi esant orui).

Nustatykite interferencijos juostų skaičiaus N priklausomybę nuo bangos ilgio λ.

Nurodymas: Visi lūžio rodikliai yra absoliutinai.

Eksperimentinės užduotys

29. Eksperimentiškai nustatykite ir teoriškai pagrįskite:

1) santykinį kūnų tankį (vandens atžvilgiu),
2) cilindro formos ertmės spindulį,
3) atstumą tarp ašies ir cilindro formos kūno ašies.

Nurodykite matavimo paklaidų šaltinius ir įvertinkite, kurie iš jų daro didžiausią įtaką rezultatams.

Pabandykite nustatyti paklaidas (pavyzdžiui, vidutines kvadratines) kiekybiškai.

Aprašykite visus jūsų sugalvotus uždavinio sprendimo variantus naudodamiesi tik jums duotomis priemonėmis.

Priemonės: du cilindro formos kūnai (iš akies ir pagal formą vienodi), pagaminti iš tos pačios medžiagos, bet vienas jų yra vienalytis, o kito viduje yra ertmė, kurios forma cilindrinė, ašis lygiagreti su kūno ašimi, ertmės ilgis praktiškai lygus kūno ilgiui, taip pat liniuotė su padalomis, medinis tašelis, indas su vandeniu.

VII tarptautinė fizikos olimpiada, 1974 m. (Lenkija)

Teorinės užduotys

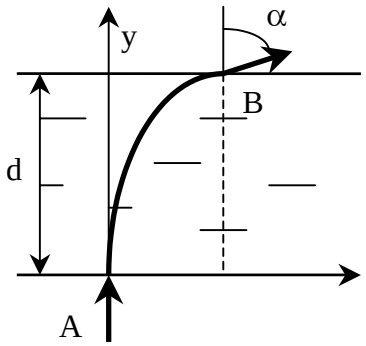
30. Į nejudantį vandenilio atomą, kurio energinė būsena yra pagrindinė, smogia toks pat kitas vandenilio atomas, judantis greičiu v. Pasinaudodami Boro modeliu ir žinodami, kad vandenilio atomo jonizacijos energija lygi E_j, o masė m, apskaičiuokite ribinį greitį v_0, žemiau kurio atomų susidūrimas esti tamprusis.

Kai atomai pasiekia greitį v_0, jų susidūrimai gali būti netamprūs ir atsirasti spinduliuotė. Apskaičiuokite spinduliuotės, išspinduliuojamos smogiančiojo atomo judėjimo kryptimi ir priešinga kryptimi, dažnių skirtumo procentinį santykį su šių dažnių aritmetiniu vidurkiu. $E_j = 13{,}6$ eV $= 2{,}18 \cdot 10^{-18}$ J, $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg.

31. Į gretasienis plokštelės (11 pav.) tašką A, kurio koordinatė x = 0, statmenai šitai plokštelei krinta siauras šviesos pluoštelis. Plokštelės medžiagos lūžio rodiklis kinta taip:

$$n_x = \frac{n_0}{1 - x/R},$$

čia n_0 ir R – pastovūs dydžiai. Pluoštelis išeina iš plokšteles taške B, nukrypęs nuo kritimo krypties kampu α.



11 pav.

1) Apskaičiuokite lūžio rodiklį taške B n_B.
2) Apskaičiuokite taško B koordinatę x_B.
3) Apskaičiuokite plokštelės storį d.

Imkite šias skaitines vertes: $n_0 = 1{,}2$, R = 13 cm, $\alpha = 30^0$.

32. Mokslinė ekspedicija, dirbdama negyvenamoje saloje, išeikvojo visus turimus energijos šaltinius. Šioje saloje nesti vėjų, neteka upės, dangus aptrauktas storu debesų sluoksniu, atmosferos slėgis pastovus, o oro ir apskritai ramaus salą skalaujančio vandenyno vandens temperatūra esti pastovi dieną ir naktį. Saloje buvo aptiktas chemiškai neutralių dujų telkinys. Dujos eina iš urvo pastoviu greičiu esant atmosferos slėgiui ir aplinkos temperatūrai. Ekspedicijos dalyviai turi dvi pusiau pralaidžias plėveles. Viena iš jų gerai praleidžia aptiktas dujas, bet visai nepraleidžia oro, o kita – atvirkščiai, praleidžia orą, bet nepraleidžia dujų. Be to, ekspedicijos dalyviai turi galimybę pasidaryti paprastus mechaninius įrenginius, pavyzdžiui, cilindrus su stūmokliais ir ventiliais, tad buvo nuspręsta pasidaryti variklį.

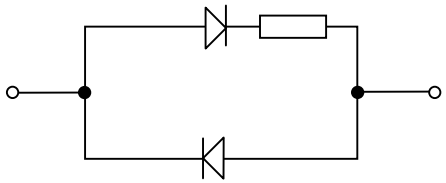
Įrodykite, kad galima padaryti tokį idealų šias dujas naudojantį variklį ir kad teoriškai šio variklio galia nėra ribojama.

Eksperimentinės užduotys

33. Uždaroje „juodoje dėžėje“ yra du vienodi puslaidininkiniai diodai ir rezistorius, nežinomu būdu sujungti į du išvadus turinčią grandinę. Nustatykite rezistoriaus varžą.

Priemonės: „juodoji dėžė“, du universalūs srovės stiprio ir įtampos matavimo prietaisai, akumuliatorių baterija, reostatas, laidai, milimetrinis popierius.

Pastaba: Dėžėje buvo elektros grandinė, kurios schema parodyta 12 pav.



12 pav.

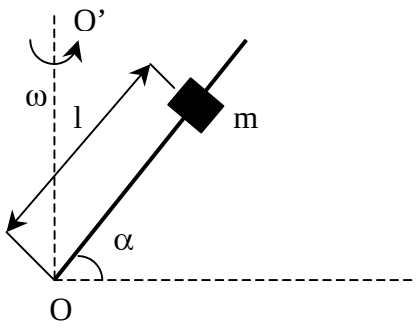
VIII tarptautinė fizikos olimpiada, 1975 m. (Vokietija)

Teorinės užduotys

34. Strypas pritvirtintas $\pi/2 - \alpha$ kampu su vertikalia ašimi OO’ (13 pav.).Šis įrenginys gali kampiniu greičiu ω suktis apie tą ašį. Ant strypo užmautas galintis su trintimi slankioti m masės kūnas, kurio rimties trinties koeficientas lygus μ.

a) Kokiems kampams α esant kūnas nejuda ir kokiems juda, kai $\omega = 0$?

b) Kokioms sąlygoms esant kūnas nejudės, įrenginiui sukantis pastoviu kampiniu greičiu ω? Sukantis įrenginiui kampas α nekinta.



13 pav.

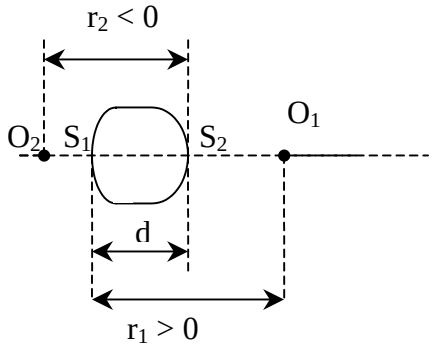
35. Storas stiklinis lęšis, kurio kreivumo spinduliai r_1 ir r_2 ir storis d (14 pav.), yra ore. Jo židinio nuotolis išreiškiamas formule

$$F = \frac{n r_1 r_2}{(n-1)[n(r_2 - r_1) + d(n-1)]}.$$

Čia n – lūžio rodiklis (oras – stiklas).

Nurodymas. $r_i > 0$ reiškia, kad kreivumo centras O_i yra dešinėje nuo taško S_i, $r_i < 0$ reiškia, kad kreivumo centras O_i yra kairėje nuo taško S_i (i = 1, 2).

Kartais pageidautina, kad židinio nuotolis nepriklausytų nuo bangos ilgio λ.



14 pav.

a) Keliams skirtingiems bangų ilgiams galima pasiekti, kad židinio nuotolis būtų toks pat?

b) Suraskite sąryšį tarp r_i, d ir lūžio rodiklių, kai židinio nuotolis nepriklauso nuo šviesos bangos ilgio (žr. a) klausimą), ir aptarkite jį. Nupieškite galimas lęšių formas. Nurodykite kreivumo centrų O_1 ir O_2 padėtis.

c) Įrodykite, kad lęčiui esant plokščiai iškilam norimą židinio nuotolį galima gauti tik vienam šviesos bangos ilgiui.

d) Nurodykite, kokiais dar atvejais norimą židinio nuotolį tik vienam šviesos bangos ilgiui galima gauti esant tikriems storo lęšio parametrams.

36. Iš taško Q vienoje ir toje pačioje plokštumoje sklinda vienakrūvių teigiamų +e krūvio vienodos pastovios masės m jonų pluoštelis. Pagreitinti įtampa U jonai atlenkiami vienalyčiu magnetiniu lauku, statmenu jonų sklidimo plokštumai. Magnetinio lauko srauto tankis lygus $\vec{B}$. Magnetinio lauko srities ribos turi būti tokios, kad visi pluoštelio jonai eitų per vieną tašką A (QA = 2a). Jonų trajektorijos

turi būti simetriškos linijos, statmenos atkarpai QA ir einančios per jos vidurį, atžvilgiu. Iš galimų magnetinio lauko sričių ribų pasirinkti tokias, kurios yra linijos, statmenos QA viduriui, aplinkoje, bet neapima taškų Q ir A. Sritis turi būti vientisa, t.y. be skylių ir trūkių.

a) Dalelių trajektorijų magnetiniame lauke kreivumo spindulį išreikškite kaip įtampos U ir magnetinio lauko srauto tankio B funkciją.

b) Nurodykite dalelių trajektorijų tokiame įrenginyje būdingąsias savybes.

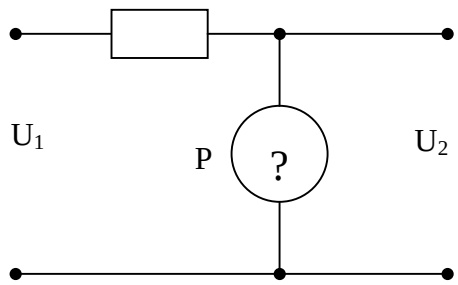
c) Geometrinės braižybos būdu nustatykite magnetinio lauko sričių ribas šiais atvejais: R < a, R = a, R > a.

d) Suraskite magnetinio lauko sričių ribų matematines išraiškas.

Eksperimentinės užduotys

37. a) Sudarykite elektros grandinę puslaidininkinio prietaiso voltamperinei charakteristikai matuoti. Matuojant didžiausia galia niekada neturi viršyti didžiausios leistinos galios, kuri lygi 250 W.

Matavimo rezultatus surašykite į lentelę ir nubraižykite voltamperinę charakteristiką. Prieš pradėdami matuoti pagalvokite, kaip galima patikimai apsaugoti puslaidininkinį prietaisą nuo perkrovų, ir savo samprotavimus aprašykite. Nubraižykite matavimo grandinės elektrinę schemą ir išnagrinėkite sistemines paklaidas, atsirandančias matuojant pagal schemą.



15 pav.

b) Apskaičiuokite puslaidininkinio prietaiso vidines varžas (dinamines varžas) tekant 25 mA stiprio srovėms.

c) Pasinaudodami 15 pav. parodyta schema ištirkite išėjimo įtampos U_2 priklausomybę nuo įėjimo įtampos U_1. Rezultatus pateikite lentelėje ir grafike. Įėjimo įtampą U_1 keiskite nuo 0 iki 9 V. Matuojant puslaidininkinis prietai-

sas turi būti įjungtas taip, kad U_2 vertės būtų kiek galima didesnės. Nubraižykite prietaisų sujungimo išsamią schemą ir aptarkite matavimų rezultatus.

d) Kokio tipo puslaidininkiniams prietaisams priklauso eksperimente naudojamas prietaisas? Pateikite 15 pav. parodytos schemos praktinio pritaikymo pavyzdį.

Priemonės: puslaidininkinis prietaisas, reostatas (140 Ω), rezistorius (300Ω), įtampos šaltinis (0 – 9 V), du universalieji elektrinių matavimų prietaisai (be ometro), jungiamieji laidai.

Pastaba. Šiame darbe naudotas puslaidininkinis prietaisas – stabilitronas.

IX tarptautinė fizikos olimpiada, 1976 m. (Vengrija)

Teorinės užduotys

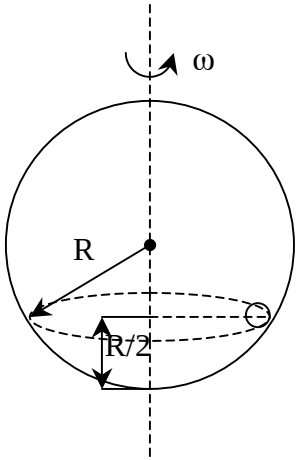
38. R = 0,5 m spindulio sfera pastoviu ω=5 rad/s kampiniu greičiu sukasi apie savo vertikalų skersmenį (16 pav.).

Kartu su sfera prie jos vidinio paviršiaus sukasi nedidelis kūnas, esantis pusės sferos spindulio aukštyje.

1) Apskaičiuokite, kokiam mažiausiam trinties koeficientui esant galima tokia būsena.

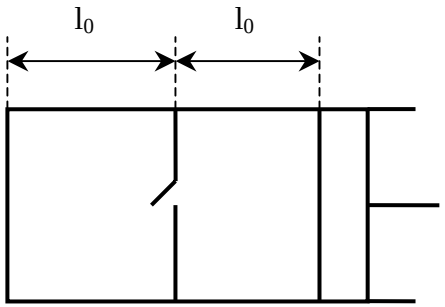
2) Apskaičiuokite mažiausio trinties koeficiento vertę, jei sferos kampinis greitis ω = 8 rad/s.

3) Išnagrinėkite sistemos būsenos pastovumą esant ankščiau paskaičiuotoms trinties koeficiento vertėms, jei: a) sferos sukimosi greitis neženkliai pakistų, b) neženkliai pakistų kūno padėtis.



16 pav.

39. Cilindro sienelės, stūmoklis ir vidinė 1 dm^2 ploto pertvara pagaminti iš šilumos izoliatoriaus (17 pav.). Pertvaros sklendė atsidaro tada, kai slėgis dešinėje jos pusėje esti didesnis negu kairėje.



17 pav.

Iš pradžių kairiojoje cilindro l_0=11,2 dm ilgio dalyje yra 12 g helio, dešiniojoje tokio pat ilgio dalyje – 12 g helio, temperatūra abiejose dalyse lygi 0^0C. Slėgis išorėje lygus 10^5 Pa. Savitoji helio šiluma esant pastoviam tūriui c_v = $3{,}15\cdot10^3$ J/(kg·K), o esant pastoviam slėgiui c_p= $5{,}25\cdot10^3$ J/(kg·K).

Lėtai stumiame stūmoklį pertvaros link (trumpam stabtelėdami sklendės atidarymo momentu), kol pamažu ją pasiekiame. Kam lygus mūsų atliktas darbas?

40. Stikliniame rutulyje yra nedidelis oro burbuliukas. Sugalvokite, kokiais būdais būtų galima išmatuoti to burbuliuko skersmenį, ir kiek galima smulkiau aprašykite tuos būdus. Rutulys turi išlikti nepažeistas.

Eksperimentinės užduotys

41. Ištirkite medžiagos X šilumines savybes kintant temperatūrai nuo kambario iki 80^0C ir nustatykite jos būdingąsias šilumines konstantas. Matavimų rezultatus pateikite lentelėse ir grafikuose.

Priemonės: laikrodis, termometras, 12 V kaitinimo elementas, du mėgintuvėliai su skysčiu. Kurio savitoji šiluma c_0 = $2{,}1\cdot10^3$ J/(kg·K), tiriamoji kristalinė medžiaga X. Skysčio kiekis mėgintuvėliuose, taip pat medžiagos X masė yra žinomi. Medžiaga X skystyje netirpsta.

Pastaba: Skystis buvo žibalas, o kristalinė medžiaga – naftalinas.

X tarptautinė fizikos olimpiada, 1977 m. (Čekoslovakija)

Teorinės užduotys

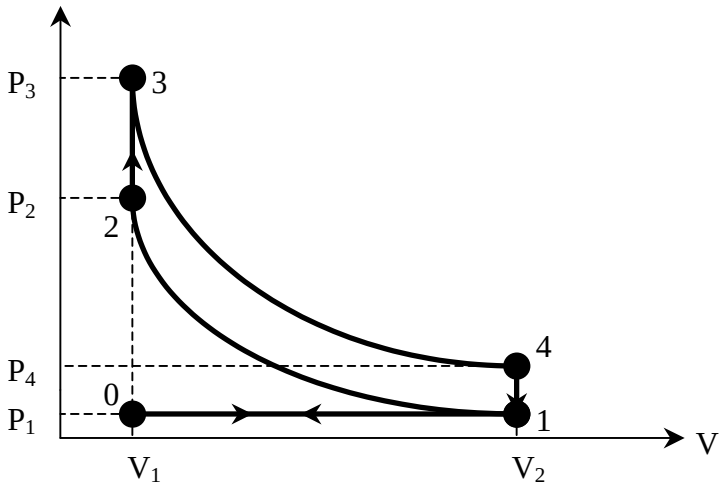
42. Keturtakčio variklio cilindro didžiausio ir mažiausio tūrių santykis $\varepsilon = 9{,}5$. Variklio darbo PV diagrama parodyta 18 pav. Išorės oras į variklį patenka esant $t_1 = 27^0$C temperatūrai ir $P_1 = 10^5$ Pa slėgiui. Degaus mišinio užsidegimo momentu slėgis cilindre padidėja du kartus.

a) Kokie procesai vyksta dujose tarp taškų 0 – 1, 2 – 3, 4 – 1 ir 1 – 0 ? Procesai 1 – 2 ir 3 – 4 – adiabatiniai.

b) Nustatykite dujų parametrus P ir T taškuose 1, 2, 3 ir 4.

c) Apskaičiuokite variklio ciklo naudingumo koeficientą.

d) Įvertinkite, kiek realūs gautieji rezultatai.



18 pav.

43. Stačiakampis vielinis rėmelis, kurio kraštinės a = 0,020 m ir b = 0,30 m, įmerkiamas į muiluotą vandenį, ir jame susidaro muilo plėvelė. Stebint atspindžio šviesoje, kai kritimo kampas $\alpha = 30^0$, plėvelė atrodo žalia (λ_0 = 500 nm).

1) Ar galima nustatyti šios plėvelės masę svarstyklėmis, kurių jautris 0,1 mg ? Muilo tirpalo tankis $\rho = 10^3$ kg / m^3, plėvelės lūžio rodiklis n = 1,33.

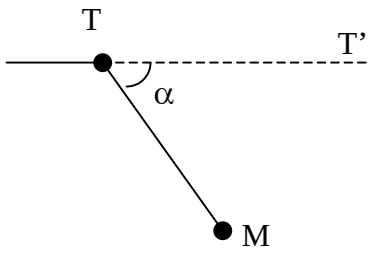
2) Kokios spalvos atrodytų pati ploniausia plėvelė, tenkinanti uždavimo sąlygą, jei į ją kristų šviesa, kuri paskui atsispindėtų statmenai plėvelei ?

44. Elektronų prožektoriuje elektronai pagreitinami $U = 10^3$ V įtampa. Išlėkę iš prožektoriaus taške T elektronai juda tiese TT' (19 pav.). Taške M d = 5,0 cm nuotoliu nuo taško T yra taikinys. Kampas tarp TM ir TT' $\alpha = 60^0$.

1) Kokio srauto tankio $\vec{B}$ turi būti vienalytis statmenas brėžinio plokštumai magnetinis laukas, kad išlėkę iš prožektoriaus elektronai patektų į taikinį?

2) Kokio srauto tankio $\vec{B}_1$ turi būti vienalytis lygiagretus su TM magnetinis laukas, kad elektronai patektų į taikinį?

Manykite, kad $\vec{B}$ ir $\vec{B}_1$ vektorių moduliai neviršija 0,03 T.

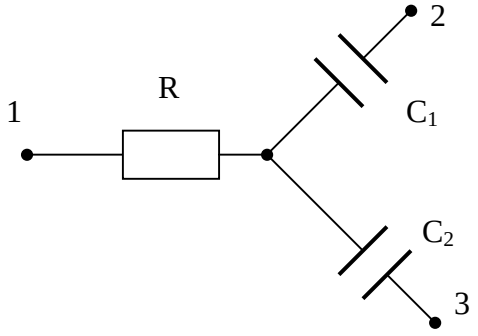


19 pav.

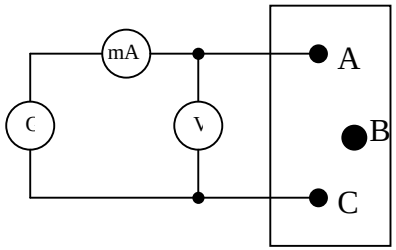
Eksperimentinės užduotys

45. Atskleiskite „juodosios dėžės“ su trimis išvadais A, B ir C paslaptį. Dėžėje yra du kondensatoriai ir vienas rezistorius, sujungti žvaigžde (20 pav.).

1) Pagal 21 pav. schemą sujunkite grandinę, susidedančią iš harmoninių virpesių generatoriaus (G), srovės stiprio ir įtampos matavimo prietaisų ir „juodosios dėžės“ ABC. Atlikite reikalingus matavimus ir pagal jų rezultatus apskaičiuokite impedansus Z_{AB}, Z_{AC} ir Z_{BC} dažnių intervale nuo 0,1 iki 10 kHz.



20 pav.



21 pav.

2) Logaritminiame popieriuje nubraižykite impedansų priklausomybės nuo dažnio grafikus.

3) Teoriškai įrodykite, kad žinant impedansus ir dažnius galima nustatyti rezistoriaus varžą R ir kondensatorių talpas C_1 ir C_2.

4) Remdamiesi gautais rezultatais nustatykite, prie kurių gnybtų prijungtas rezistorius ir prie kurių – kondensatoriai.

5) Apskaičiuokite varžą R ir talpas C_1 ir C_2, naudodamiesi impedansų, išmatuotų esant 1 kHz ir 10 kHz dažniams, vertėmis.

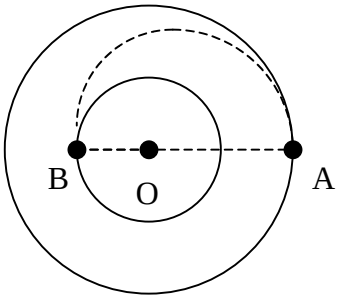
6) Nurodykite, koks bus poveikis matavimo tikslumui, jei neatsižvelgsime į srovę, kuri teka voltmetru.

Priemonės: harmoninių virpesių generatorius, du matavimo prietaisai (kintamosios srovės ampermetras ir voltmetras) ir „juodoji dėžė“.

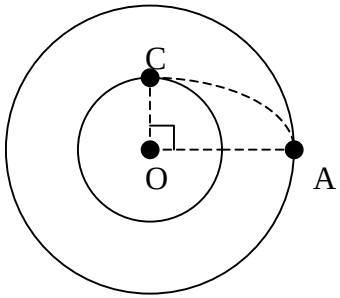
XI tarptautinė fizikos olimpiada, 1979 m. (Sovietų Sąjunga)

Teorinės užduotys

46. M = 12 t masės kosminis laivas h = 100 km aukštyje apskrita orbita skrieja aplink Mėnulį. Ruošiantis nusileisti ant Mėnulio trumpam įjungiamas variklis. Iš raketos tūtos išlekiančių dujų greitis u = 10^4 m/s. Mėnulio spindulys R_M = $1{,}7\cdot10^3$km, laisvojo kritimo pagreitis Mėnulio paviršiuje g_M = 1,7 m/s^2.



22 pav.



23 pav.

1) Kiek kuro reikia sunaudoti, kad įjungus stabdymo variklį taške A laivas nusileistų ant Mėnulio taške B (22 pav.)?

2) Kitame nusileidimo ant Mėnulio variante taške A laivui suteikiamas impulsas, nukreiptas į Mėnulio centrą, ir laivas pervedamas į orbitą, liečiančią Mėnulį taške C (23 pav.). Kiek kuro reikia sunaudoti šiuo atveju?

47. Aliumininė detalė sveriama analizinėmis svarstyklėmis, naudojant žalvarinius svarelius. Vieną kartą sveriama sausame ore, kitą kartą – drėgname, esant vandens garų slėgiui P_v = $2\cdot10^3$ Pa. Suminis atmosferos slėgis (P = 10^5 Pa) ir temperatūra (t== 20^0C) abiem atvejais vienodi.

Kokiai detalės masei esant galima pastebėti svarstyklių parodymų skirtumą, jei jų jautris m_0 = 0,1 mg? Aliuminio tankis ρ_1 = 2700 kg/m^3, žalvario - ρ_2 = 8500 kg/m^3.

48. Sovietų Sąjungos ir Prancūzijos atliktame Mėnulio optinės lokacijos eksperimente λ = 0,69 μm bangos ilgio rubino lazerio spinduliuotės impulsai buvo nukreipiami į Mėnulio paviršių, panaudojant D = 2,6 m skersmens teleskopo veidrodį. Mėnulyje buvo įrengtas at-

švaitas, veikiantis kaip idealus d = 20 cm skersmens veidrodis, kuris atspindėdavo šviesą tiksliai atgal. Atspindėta šviesa patekdavo į tą patį teleskopą ir būdavo fokusuojama į imtuvą.

1) Kokiu tikslumu turėjo būti nustatyta optinė teleskopo ašis šiame eksperimente?

2) Neatsižvelgdami į šviesos nuostolius Žemės atmosferoje ir teleskope įvertinkite, kokią nuo Mėnulio atsispindėjusią lazerio šviesos energijos dalį registruodavo imtuvas.

3) Ar galima atsispindėjusį šviesos impulsą matyti plika akimi, jei akies slenkstinis jautris būtų n = 100 šviesos kvantų, o vieno impulso metu išspinduliuojama energija E = 1 J?

4) Įvertinkite, kokią naudą duoda atšvaitas. Manykite, kad Mėnulio paviršius tolygiai išsklaido α = 10% krintančios šviesos 2π sr erdviniame kampe.

Atstumas tarp Žemės ir Mėnulio L=380000 km. Akies lęšiuko skersmuo d_1= 5 mm. Planko konstanta h = $6{,}62\cdot10^{-34}$ J·s.

Eksperimentinės užduotys

49. Nubraižykite „juodosios dėžės“ elektrinės grandinės schemą ir nustatykite jos elementų parametrus.

Priemonės: „juodoji dėžė“, 4,5 V nuolatinės įtampos šaltinis, 50 Hz 30 V kintamosios įtampos šaltinis, du universalieji nuolatinės ir kintamosios srovės stiprio ir įtampos matavimo prietaisai, reguliuojamasis rezistorius, jungiamieji laidai.

Pastaba: „Juodojoje dėžėje“ buvo transformatorius.

XII tarptautinė fizikos olimpiada, 1981 m. (Bulgarija)

Teorinės užduotys

50. M masės mėgintuvėlis yra vakuume. Labai plona m masės pertvara mėgintuvėlio tūrį dalija į dvi lygias dalis. Uždarojoje mėgintuvėlio dalyje yra n moliu vienatomių dujų, kurių molio masė M_0 ir temperatūra T. Pertvara paleidžiama ir judėdama be trinties išlekia iš mėgintuvėlio. Paskui išeina ir dujos. Koks mėgintuvėlio galinis greitis, jei pertvaros judėjimo pradžios momentu mėgintuvėlis nejudėjo?

Dujų konstanta R yra žinoma. Į dujų impulsą iki išlekiant pertvarai, taip pat į šilumos mainus tarp dujų ir mėgintuvėlio su pertvara galima neatsižvelgti. Taip pat nepaisykite dujų temperatūros pokyčio išlėkus pertvarai ir Žemės traukos.

51. R_0 = 2 Ω varžos U_0 = 4,5 V vardinės įtampos lemputė maitinama iš ε = 6 V ev akumuliatoriaus, į kurio vidinę varžą galima neatsižvelgti.

1) Tarkite, kad vardinė įtampa sudaroma panaudojant reostatą, įjungtą kaip potenciometras. Kokia turi būti reostato varža R ir kokiai didžiausiai srovei I_{max} jis turi būti apskaičiuotas, kad sistemos naudingumo koeficientas būtų ne mažesnis kaip η_0 = 0,6 ?

2) Kam lygus didžiausias galimas grandinės „lemputė – akumuliatorius“ naudingumo koeficientas esant vardinei lemputės įtampai ir kaip tą grandinę reikia sujungti panaudojant reostatą?

52. Radioastronomijos observatorijos radijo bangų imtuvas įrengtas ant jūros kranto h = 2 m aukštyje virš jūros lygio. Patekėjus žvaigždei, spinduliuojančiai λ = 21 cm ilgio elektromagnetines bangas, imtuvas registruoja besikaitaliojančius signalo maksimumus ir minimumus. Registruojamasis signalas tiesiogiai proporcingas į imtuvą krintančių elektromagnetinių bangų, kurių elektrinis vektorius lygiagretus su vandens paviršiumi, intensyvumui.

1) Nustatykite dangaus sferos kampais išreikštus žvaigždės aukščius virš horizonto, kuriems esant registruojami maksimumai ir minimumai.

2) Didėja ar mažėja signalas ką tik patekėjus žvaigždei?

3) Apskaičiuokite signalų santykį esant pirmajam maksimumui ir po jo einančiam minimumui. Atsispindėjusios nuo vandens elektromagnetinės bangos elektrinio vektoriaus (E_a) ir kritusios (E_k) santykis išreiškiamas taip:

$$\frac{E_a}{E_k} = \frac{n - \cos\varphi}{n + \cos\varphi}.$$

Čia n – lūžio rodiklis, φ - elektromagnetinės bangos kritimo kampas. Kai λ = 21 cm, aplinkų „oras – vanduo“ ribai n = 9.

4) Mažės ar didės maksimumų ir gretimų po jų einančių minimumų signalų santykis žvaigždei kylant aukštyn virš horizonto?

Nurodymas. Spręsdami šį uždavinį manykite, kad jūros vandens paviršius lygus.

Eksperimentinės užduotys

53. Atlikite tokius tyrimus:

1) Guminį raištį apkraudami svareliais, kurių masės yra nuo 15 iki 105 g, ištirkite pailgėjimo Δl priklausomybę nuo įtempimo jėgos F. Matavimų rezultatus surašykite į lentelę ir parinkę tinkamą mastelį pavaizduokite grafiškai Δl priklausomybę nuo F.

2) Panaudodami matavimų rezultatus apskaičiuokite ir į lentelę surašykite raiščio tūrius, esant apkrovoms nuo 35 iki 95 g. Skaičiuokite nuosekliai imdami kiekvienas dvi gretimas apkrovos vertes iš ankščiau nurodyto intervalo. Užrašykite, kokiomis formulėmis naudojotės skaičiuodami. Jūsų padarytą prielaidą dėl tūrio priklausomybės nuo apkrovos išreikškite formule.

Tarkite, kad Jungo modulis yra pastovus ir lygus $E = 2\cdot10^6$ Pa. Aptariant rezultatus reikia atsižvelgti į faktą, kad gumai, esant ankščiau nurodytoms apkrovoms, Huko dėsnis $\Delta l / l = F / (ES)$ tinka tik apytikriai, todėl nukrypimai nuo jo gali siekti 10 %.

3) Nustatykite guminio raiščio tūrį naudodamiesi sekundometru ir padėję ant svarsčių lėkštelės 60 g svarelį. Nurodykite skaičiavimams panaudotas formules.

Priemonės: ant stovo vertikaliai pakabintas guminis raištis (jo pradinis ilgis l_0=150 mm, svarsčių masė 5 g), svarelių nuo 10 iki

100g rinkinys, sekundometras, liniuotė, lekalas ir milimetrinis popierius.

Nurodymas. Laisvojo kritimo pagreitį tarkite esant lygų 10 m/s^2. Į raiščio masę neatsižvelkite.

XIII tarptautinė fizikos olimpiada, 1982 m. (Vokietija)

Teorinės užduotys

54. Liuminescencinė lempa įjungta pagal 24 pav. schemą. Kintamosios įtampos dažnis 50 Hz. Buvo išmatuoti šie dydžiai: tinklo įtampa U = 228,5 V, srovės stipris I = 0,60 A, lempos įtampa U’ = 84 V, droselio aktyvioji varža R_d = 26,3 Ω. Manydami, kad liuminescencinės lempos varža yra aktyvioji, apskaičiuokite:

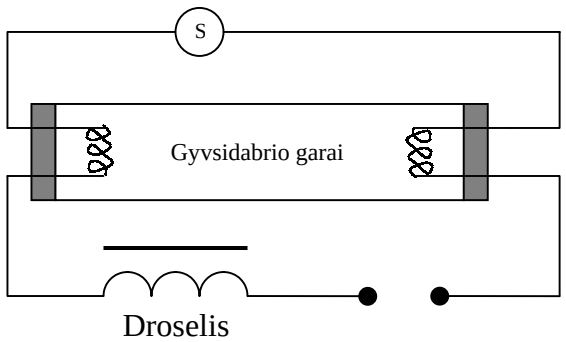
a) Droselio induktyvumą L.

b) Fazių skirtumą tarp įtampos ir srovės φ.

c) Grandinės aktyviąją galią P.

d) Be srovės ribojimo droselis atlieka dar vieną svarbią funkciją. Paaiškinkite kokią.

Nurodymas. Starteryje S yra kontaktas, kuris, įjungus jungiklį, tuoj sujungiamas, paskui atjungiamas ir toliau lieka atjungtas.



24 pav.

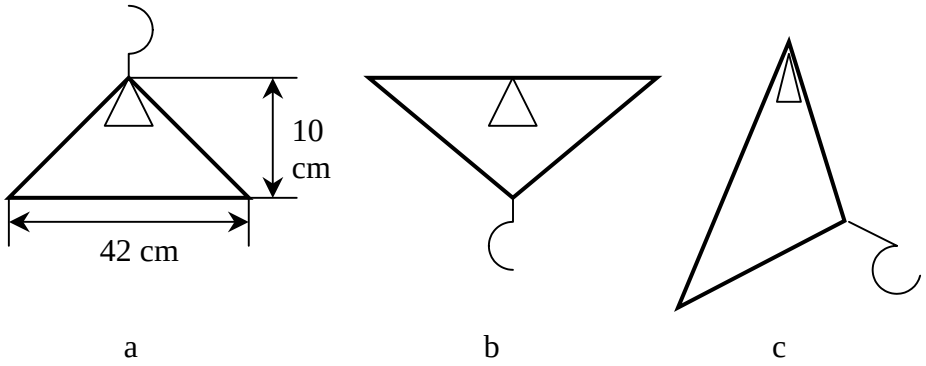
e) Nubraižykite lempos spinduliuojamos šviesos srauto priklausomybės nuo laiko grafiką (laiko skalė kiekybinė).

f) Kodėl lempa dega visą laiką, nors jos įtampa tam tikrais laiko momentais būna lygi nuliui?

g) Naudojant šio tipo liuminescencines lempas nuosekliai su droseliu gali būti įjungiamas apie 4,7 μF talpos kondensatorius. Kokia būtų jo įtaka lempos veikimui ir kokiam tikslui jis kartais esti jungiamas?

h) Pro spektroskopą pažvelkite į abi įrengtos demonstracinės lempos puses. Paaiškinkite abiejų pusių spektrų skirtumus.

55. Vielinė pakaba maža amplitude svyruoja brėžinio plokštumoje apie pusiausvyros padėtis (25 pav.). A ir b atvejais ilgoji kraštinė yra horizontali. Kitos dvi kraštinės yra lygios viena kitai. Visais trimis atvejais (a – c) svyravimų periodai vienodi. Kur yra masių centras ir koks svyravimo periodas?



25 pav.

56. Oro baliono tūris pastovus ir lygus $V = 1{,}10\ m^3$. Apvalkalo masė $m_0 = 0{,}187$ kg. (Į apvalkalo tūrį neatsižvelkite). Balionas turi startuoti esant aplinkos oro temperatūrai $t_1 = 20^0C$ ir normaliam atmosferos slėgiui $P_0 = 1{,}013\cdot10^5$ Pa. Oro tankis šiomis sąlygomis $\rho_1 = 1{,}2\ kg/m^3$.

a) Apskaičiuokite, kokia turi būti baliono viduje esančio oro temperatūra t_2, kad balionas būtų laisvai pakibęs ore.

b) Esant lynu pririštam balionui oras jo viduje įkaitinamas iki $t_3=110^0C$. Apskaičiuokite lyną veikiančią jėgą.

c) Tarkime, kad baliono apačioje esanti skylė užrišta (tada oro tankis balione išlieka pastovus). Balionas, kurio viduje esančio oro temperatūra pastovi ir lygi $t_3=110^0C$, kyla esant pastoviai 20^0C aplinkinio oro temperatūrai ir slėgiui prie žemės paviršiaus $P_0=1{,}013\cdot10^5$ Pa. Kokį aukštį h balionas pasiektų šiomis sąlygomis?

d) h aukštyje esantis balionas (žr. klausimą c) pakeliamas iš pusiausvyros padėties į viršų maždaug per $\Delta h = 10$ m, o paskui paleidžiamas. Kokybiškai aprašykite, kaip jis po to judės.

Eksperimentinės užduotys

57. 1) Nustatykite lęšio židinio nuotolį. Paklaida neturi viršyti $\pm 1\%$.

2) Nustatykite stiklo, iš kurio padarytas lęšis, lūžio rodiklį. Vandens lūžio rodiklis $n_v = 1{,}33$.

Ore esančio plono lęšio židinio nuotoliui F tinka formulė

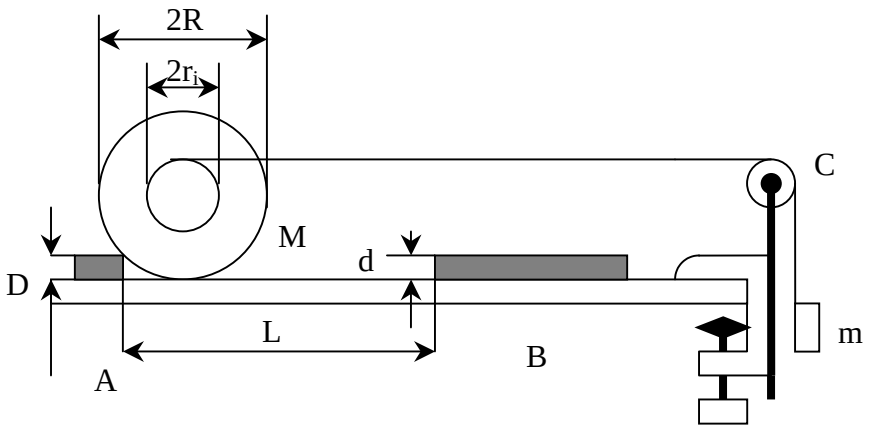
$$\frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

Čia n – stiklo, iš kurio padarytas lęšis, lūžio rodiklis, r_1 ir r_2 – abiejų laužiančiųjų paviršių kreivumo spinduliai.

Simetriškam abipus iškilam lęšiui $r_1 = - r_2 = r$, o simetriškam abipus įgaubtam lęšiui $r_1= - r_2 = - r$.

Priemonės: simetriškas abipus iškilas lęšis, plokščiasis veidrodis, liniuotė, pieštukas ir stovas su mova.

58. Riedančio cilindro judėjimas susideda iš sukimosi apie ašį ir horizontalaus slenkamojo judėjimo. Šiame bandyme nustatomas tik slenkamojo judėjimo pagreitis ir jį sąlygojančios jėgos. R spindulio M masės ant horizontalaus paviršiaus gulinčio cilindro tašką, nutolusį nuo ašies atstumu r_i (i = 1,...,6) veikia jėga (žr. 26 pav.). Paleistas cilindras rieda pastoviu greičiu.



26 pav.

Prieš bandymą padėję kartono lakštus pasiekite, kad plokščiasis paviršius būtų horizontalus. Šiam bandymui pakanka, kad nuokrypis nuo horizontalumo neviršytų ± 1 mm vienam ilgio metrui.

a) Eksperimentiškai išmatuokite linijinius cilindro ašies pagreičius a_i (i = 1,...,6).

b) Panaudodami išmatuotus pagreičius a_i, apskaičiuokite horizontaliąsias reakcijos jėgas F_i, veikiančias tarp cilindro ir horizontalaus paviršiaus.

c) Grafiškai pavaizduokite F_i priklausomybę nuo r_i. Aptarkite gautuosius rezultatus.

d) Kokią įtaką turėtų paviršiaus, kuriuo rieda cilindras, nehorizontalumas?

e) Aprašykite, kaip būtų galima nustatyti pagalbinius dydžius ir kaip būtų galima papildomai sureguliuoti įrenginį. Nurodykite, kokią įtaką tie dydžiai galėtų daryti eksperimento rezultatams.

Duotos šios vertės:

R = 5,00 cm, M = 3,275 kg, m = 2× 50,0 g, D = 1,50 cm, d = 0,10 mm, r_1 = 0,75 cm, r_2 = 1,50 cm, r_3 = 2,25 cm, r_4 = 3,00 cm, r_5 = 3,74 cm, r_6 = 4,50 cm.

Skaičiuodami neatsižvelkite į trintį ir skridinėlio masę. Trosai su mazgais galuose tvirtinami cilindro išdrožose. Juos reikia įstumti į

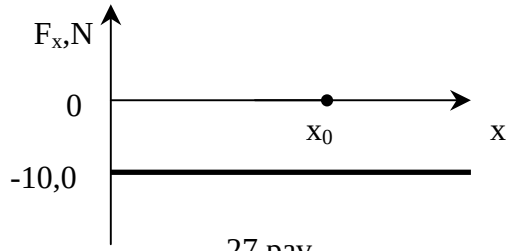
skyles kiek galima giliau. Tam panaudokite kanceliarines sąvaržėles. Atstumai matuojami liniuote, laikas – elektroniniu sekundometru.

XIV tarptautinė fizikos olimpiada, 1983 m. (Rumunija)

Teorinės užduotys

59. dalelė juda išilgai teigiamos pusašis Ox veikiama jėgos $\vec{F}$, kurios projekcija F_x į ašį Ox pateikta 27 pav. ($F_y = F_z = 0$).

Kartu dalelę veikia trinties jėga, kurios modulis F_{tr}=1,00 N. Koordinačių pradžioje yra idealiai atspindinti sienelė, statmena ašiai Ox. Dalelė startuoja iš taško x_0=1,00 m turėdama E_k=10,0 J kinetinės energijos.



27 pav.

1) Apskaičiuokite dalelės nueitą kelią iki visiško jos sustojimo.

2) Grafiškai pavaizduokite dalelės potencinės energijos priklausomybę nuo koordinatės x jėgos lauke F_x.

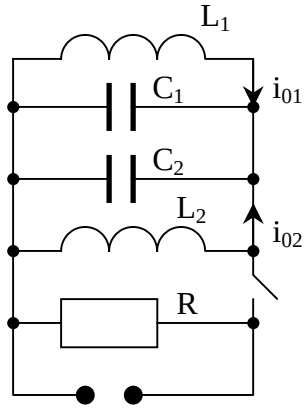
3) Nubraižykite kokybinį greičio projekcijos v_x priklausomybės nuo koordinatės x grafiką.

60. Kintamosios srovės grandinė (28 pav.) susideda iš idealių L_1 = 10 mH ir L_2 = = 20 mH induktyvumo ričių, C_1 = 10 nF ir C_2 = 5 nF talpos kondensatorių ir R = 100 kΩ varžos rezistoriaus. Kai grandinė esti sujungta, kintamosios srovės stiprio amplitudė nekinta keičiant minusinės įtampos generatoriaus dažnį (pastovios srovės amplitudės generatorius).

Nustatykite:

a) dažnio ν_m, kuriam esant: grandinėje išsiskirianti aktyvioji galia P_{max} yra didžiausia, santykį su skirtumu dažnių $\Delta\nu = \nu_+ - \nu_-$, kuriems esant aktyvioji galia lygi pusei didžiausios galios P_{max}.

Grandinė išjungiama. Žinoma, kad praėjus laikui t_0 po išjungimo srovės stipriai ritėse L_1 ir L_2 esti lygūs $i_{01} = 0{,}1$ A ir $i_{02} = 0{,}2$ A (žr. 28 pav., kuriame parodytos srovių kryptys), o kondensatoriaus C_1 įtampa $U_0 = 40$ V.



28 pav.

Nustatykite:

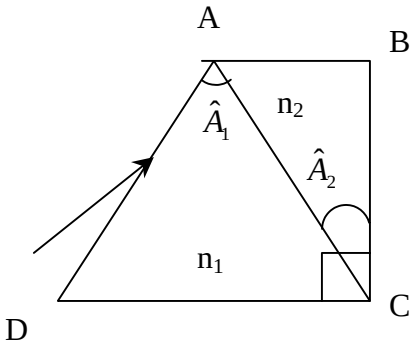
b) laisvųjų elektromagnetinių virpesių $L_1C_1C_2L_2$ grandinėje dažnį,

c) srovės stiprį kontūro dalyje AB,

d) virpesių srovės stiprio ritėje L_1 amplitudę.

Nurodymas. Į ričių L_1 ir L_2 abipusį induktyvumą neatsižvelkite.

61. Dvi prizmės, kurių laužiamieji kampai $\hat{A}_1 = 60^0, \hat{A}_2 = 30^0$, sukli-juotos taip, kaip parodyta 29 pav. (kampas $C = 90^0$).



29 pav.

Prizmių lūžio rodikliai išreiškiami taip:

$$n_1 = a_1 + \frac{b_1}{\lambda^2},$$

$$n_2 = a_2 + \frac{b_2}{\lambda^2}.$$

Čia $a_1 = 1{,}1$, $b_1 = 10^5$ nm^2, $a_2 = 1{,}3$, $b_2 = 5\cdot10^4$ nm^2.

1) Koks šviesos bangos ilgis turi būti, kad spinduliai ribą AC pereitų nelūždami esant bet kokiam jų kritimo į sieną AD kampui? Taip pat nustatykite lūžio rodiklių n_1 ir n_2 vertes tam bangos ilgiui.

2) Nubraižykite spindulių eigą prizmių sistemoje trijų bangų ilgių atvejais: $\lambda_r >> \lambda_0$, λ_0 ir $\lambda_v < \lambda_0$, jei kritimo į sieną AD kampas visais atvejais yra toks pat.

3) Apskaičiuokite sistemos mažiausio nuokrypio kampą esant šviesos bangos ilgiui λ_0.

4) Kokiam bangos ilgiui esant spindulys, krintantis į prizmių sistemą lygiagrečiai su pagrindu DC, išeis iš sistemos taip pat lygiagrečiai su pagrindu DC?

62. Fotonas, kurio bangos ilgis λ_i, buvo išsklaidytas judančio elektrono. Po šio akto elektronas sustojo, o fotonas, kurio bangos ilgis λ_0, nukrypo nuo ankstesnio fotono judėjimo krypties kampu $\Theta = 60^0$ kampu. Išsklaidytasis fotonas, susidūręs su kitu nejudančiu elektronu, dar kartą buvo išsklaidytas. Po šio sklaidos akto fotonas, kurio bangos ilgis $\lambda_f = 1{,}25\cdot10^{-10}$ m, nukrypo nuo fotono su bangos ilgiu λ_0 judėjimo krypties irgi $\Theta = 60^0$ kampu.

Apskaičiuokite pirmojo elektrono de Broilio bangos ilgį. Žinomi dydžiai: Planko konstanta $h = 6{,}6\cdot10^{-34}$ J·s, elektrono rimties masė $m = 9{,}31\cdot10^{-31}$ kg, šviesos greitis $c=3{,}0\cdot10^8$ m/s.

Eksperimentinės užduotys

63. a) Naudodami kiek galint mažiau elektrinių schemų dviem voltmetrais (be varžyno) nustatykite srovės šaltinio elektrovarą (ev).

b) Pasinaudodami voltmetru ir varžynu nustatykite srovės šaltinio ev, jo vidinę varžą ir voltmetro varžą. Patartina tam tikslui pagal eksperimento duomenis nubrėžti du grafikus, atitinkančius teorines tiesines lygtis, ir iš tų grafikų nustatyti ieškomus dydžius.

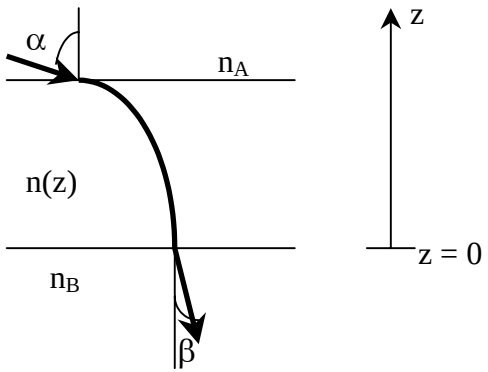
c) Nurodykite matavimo paklaidų šaltinius. Kurie iš jų turi didžiausios įtakos rezultatų tikslumui?

Priemonės: nuolatinės srovės šaltinis, du voltmetrai ir varžynas.

XV tarptautinė fizikos olimpiada, 1984 m. (Švedija)

Teorinės užduotys

64. a) 30 pav. parodyta šviesos spindulio eiga skaidrioje gretasienyje plokštelėje, kurios lūžio rodiklis keičiasi kintant atstumui z. Įrodykite, kad $n_A \sin\alpha = n_B \sin\beta$.



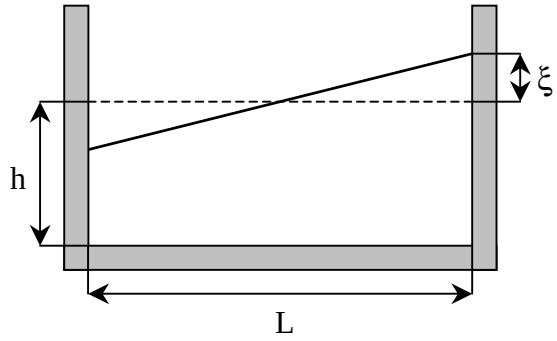
30 pav.

b) Įsivaizduokite, kad jūs stovite didelės plokščios dykumos viduryje. Tolumoje matote kažką panašaus į vandens paviršių. Tačiau kai artinatės prie šio „vandens“, jis vis tolsta nuo jūsų, o atstumas iki „jo“ lieka 250 m. Paaiškinkite šį nepaprastą reiškinį!

c) Apskaičiuokite temperatūrą prie žemės paviršiaus T b) atveju, tarę, kad jūsų galva yra 1,6 m aukštyje virš to paviršiaus. Žinoma, kad oro lūžio rodiklis n_0 esant temperatūrai $T_0 = 15^0$C ir normaliam atmosferos slėgiui lygus 1,000276. Manykite, kad didesniame negu 1 m aukštyje oro temperatūra yra pastovi ir lygi $T_1 = 30^0$C. Slėgis normalus ir lygus 0,1013 MPa. Tarkite, kad (n – 1) yra proporcingas dujų dalelių skaičiaus tankiui.

65. Kai kuriuose (dažniausiai ilguose ir siauruose) ežeruose kartais pastebimas gana neįprastas reiškinys, vadinamas seiša (stovinčiąja banga). Vanduo juose svyruoja lyg arbata stiklinėje, kai ją nešate savo svečiui, esančiam kitame kambario gale.

Seišai sumodeliuoti panaudojama stačiakampė vonelė. Vandens sluoksnio vonelėje aukštis lygus h. Horizontalus vonelės ilgis L. Tarkite, kad iš pradžių vandens paviršius su horizontalia plokštuma sudaro nedidelį kampą. Tada vanduo ims svyruoti, t. y. vandens paviršius išlieka lygus, bet jis svyruoja horizontalaus paviršiaus atžvilgiu. Sumodeliuokite skysčio judėjimą ir išveskite geišos svyravimų periodo išraišką. Pradinės sąlygos duotos 31 pav.



31 pav.

Manykite, kad ξ<< h. Žemiau esančiose lentelėse pateikti vandens svyravimo periodai esant įvairiems jo sluoksnio storiams dviejose skirtingų ilgių vonelėse. Kokiu nors būdu išsiaiškinkite, kiek jūsų išvesta formulė dera su eksperimento duomenimis, ir įvertinkite savo modeliavimo tinkamumą.

32 a, b pav. pateiktos vandens paviršiaus aukščio kitimo priklausomybės nuo laiko t diagramos, išmatuotos dviejose gyvenvietėse, kurios yra priešinguose (pagal ilgį) Vatterno ežero, esančio Švedijoje, krantuose. Ežero ilgis 123km, vidutinis gylis 50 m.
Diagramose nustatykite laiko ašies mastelį ir apskaičiuokite vandens svyravimų periodą.

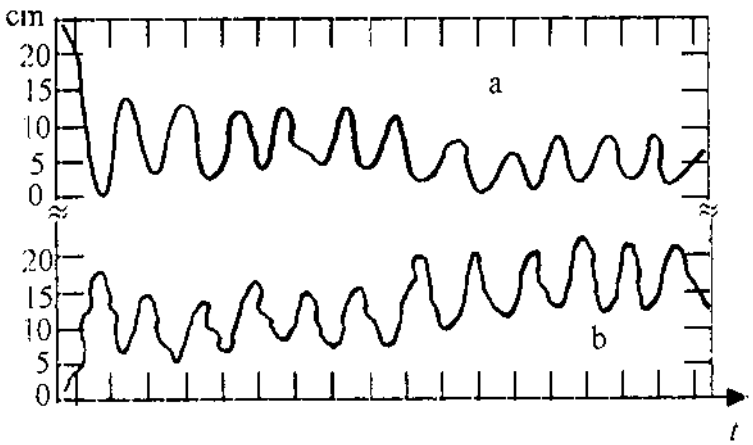
Eksperimento su vonelėmis rezultatai

L = 479 mm

h, mm	30	50	69	88	107	124	142
T, s	1,78	1,40	1,18	1,08	1,00	0,91	0,82

L = 143 mm

h, mm	31	38	58	67	124
T, s	0,52	0,48	0,43	0,35	0,28

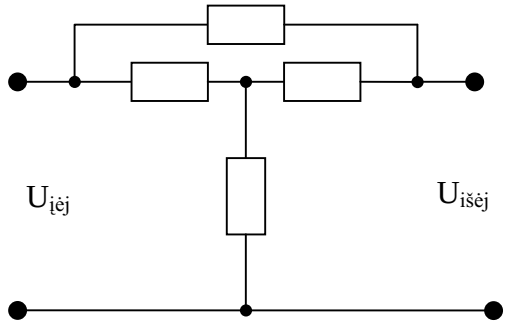


32 pav.

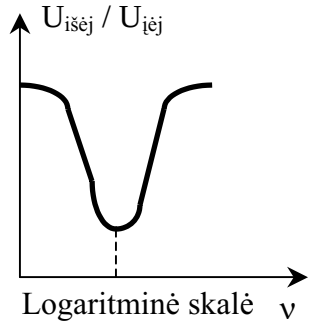
66. Elektrinis filtras turi susidėti iš keturių detalių, sujungtų taip, kaip parodyta 33 pav. Į įtampos šaltinio impedansą galima neatsižvelgti, o apkrovos varžą tarti esant begaline. Filtras turi būti toks, kad santykis $U_{išėj}$ / $U_{įėj}$ nuo srovės dažnio priklausytų taip, kaip parodyta 34 pav. grafike. Esant dažniui ν_0 fazių skirtumas tarp $U_{išėj}$ ir $U_{įėj}$ turi būti lygus nuliui.

Konstruodami filtrą galite pasirinkti keturias iš šių detalių: du 100 kΩ varžos rezistoriai, du 10 nF talpos kondensatoriai, dvi 160 mH induktyvumo ritės (be geležinių šerdžių, o į jų aktyviąsias varžas galima neatsižvelgti).

Nustatykite dažnį ν_0 ir santykį $U_{išėj}$ / $U_{įėj}$ esant šiam dažniui visoms galimoms detalių kombinacijoms.



33 pav.

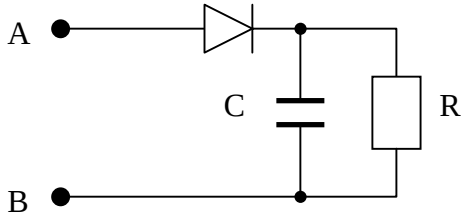


34 pav.

Eksperimentinės užduotys

67. Sumontuokite elektros grandinę pagal 35 pav. schemą.

Eksperimentiškai nustatykite rezistoriuje R išsiskiriančią vidutinę galią, kai prie taškų A ir B prijungtas 0,20 kHz dažnio 2,0 V amplitudinės įtampos (t.y. 4,0 V tarp minimumo ir maksimumo) kintamosios srovės generatorius.



35 pav.

Priemonės: 0,20 kHz dažniui suderintas sinusinių virpesių generatorius, dviejų spindulių oscilografas, milimetrinis popierius, diodas, 0,10 μF talpos kondensatorius, nežinomos varžo rezistorius, montavimo plokštė su gnybtais, jungiamieji laidai.

68. Neoninės lempos spektro geltonoje – oranžinėje – raudonoje srityje matyti keletas linijų. Viena geltona linija yra ypač ryški. Nustatykite šios linijos bangos ilgį. Įvertinkite savo skaičiavimo paklaidą.

Priemonės: neoninė lempa, prijungta prie 220 V kintamosios įtampos šaltinio, lazeris (kurio bangos ilgis nežinomas), difrakcinė gardelė (kurios konstanta nežinoma), optinis mikrometras (stiklinė plokštelė su 1 mm ilgio skale centre, padalyta į 100 dalių), medinė metrinė liniuotė, stovas, spaustukai.

UŽDUOČIŲ SPRENDIMAI

I tarptautinė fizikos olimpiada, 1967 m. (Lenkija)

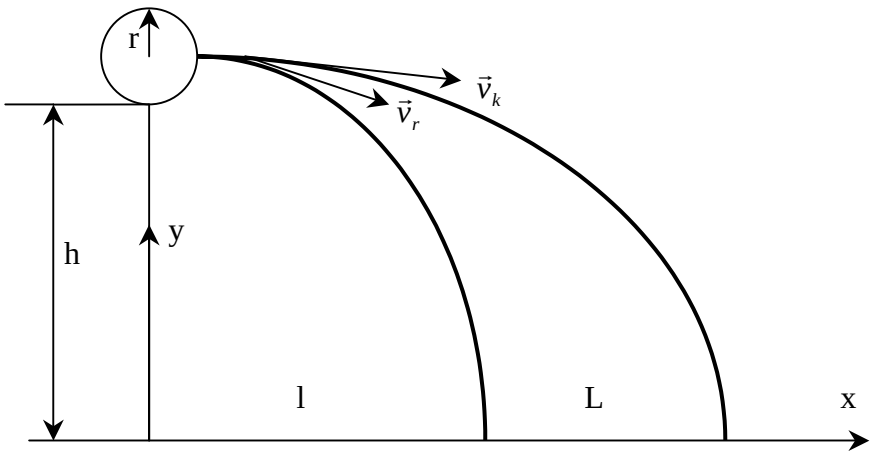
Teorinių užduočių sprendimai

1. Tegul ašis x yra horizontali ir nukreipta lygiagrečiai pradiniam kulkos greičiui. Pažymime, kad v_r yra rutulio įgytas greitis, o v_k – kulkos greitis, kai ji išlekia iš rutulio. Kinematinės lygtys

$$x_r = v_r t, \qquad (1)$$

$$x_k = v_k t, \qquad (2)$$

$$y = h - \frac{1}{2} g t^2. \qquad (3)$$



1 pav.

Kulkos ir rutulio nukritimo laikas τ yra tas pats. Iš (3), imdami y = 0, gauname

$$\tau = \sqrt{\frac{2h}{g}}. \qquad (4)$$

Per tą laiką rutulys x ašies kryptimi nulekia atstumą l. Įrašę τ į (1) lygtį gauname:

$$v_r = l\sqrt{\frac{g}{2h}}. \qquad (5)$$

Rutulio ir kulkos atsiskyrimo momentu judesio kiekio tvermės dėsnio projekcijai į pradinio kulkos greičio kryptį turime

$$mv = mv_k + Mv_r, \qquad (6)$$

o iš energijos tvermės dėsnio

$$\frac{1}{2}mv^2 = Q + \frac{1}{2}mv_k^2 + \frac{1}{2}Mv_r^2, \qquad (7)$$

čia Q pažymėta smūgio metu išsiskyręs šilumos kiekis. Iš (6) formulės, pasinaudoję (5), apskaičiuojame v_k:

$$v_k = v - \frac{M}{m} l\sqrt{\frac{g}{2h}}. \qquad (8)$$

Įrašę (8) formulę į (2), nustatome, kad kulka po susidūrimo iki nukris dar nulekia kelią, kurio projekcijos į ašį x ilgis yra

$$L = v\sqrt{\frac{2h}{g}} - \frac{M}{m} l. \qquad (9)$$

Padaliję (7) lygtį iš $mv^2/2$, turime

$$1 = \alpha + \frac{v_k^2}{v^2} + \frac{Mv_r^2}{mv^2}, \qquad (10)$$

čia $\alpha = \frac{2Q}{mv^2}$ nusakoma, kokia dalis kulkos pradinės energijos virsta šiluma. Dabar (5) ir (8) išraiškas įrašę į (10), gauname

$$\alpha = \frac{Mv_r}{mv}(2 - \frac{M+m}{m}\frac{v_r}{v}). \qquad (11)$$

Šis skaičiavimas galioja, jeigu rutulys momentaliai atsiskiria nuo atramos. Taip bus, jeigu bet kuriuo laiko momentu t, praėjusiu nuo tada, kai rutulio apatinis taškas pereina atramos briauną, visi rutulio taškai bus šalia atramos, tai yra

$$r - \sqrt{r^2 - (v_r t)^2} \geq \frac{gt^2}{2}, \qquad (12)$$

čia r – rutulio spindulys. Šios nelygybės sprendinys

$$v_r \geq \sqrt{gr - \frac{g^2 t^2}{4}}. \qquad (13)$$

Iš (13) formulės matyti, kad rutulio greičiui tenkinant griežtesnę sąlygą

$$v_r \geq \sqrt{gr}, \qquad (14)$$

nelygybė (13) juo labiau patenkinama ir atskirai nagrinėti vyksmo, kaip rutulys atsiskiria nuo atramos, nereikia. Tarkime, kad rutulys aliuminis. Žinodami tai ir dar rutulio masę apskaičiuojame, kad rutulio spindulys

$$r = (\frac{3m}{4\pi\rho})^{\frac{1}{3}}, \qquad (15)$$

čia ρ - aliuminio tankis (aliuminiui $\rho = 2{,}71 \cdot 10^3$ kg/m^3). Formulės (5), (9) ir (11) leidžia apskaičiuoti užduotyje reikalaujamus dydžius. Įrašę skaitines vertes gauname:

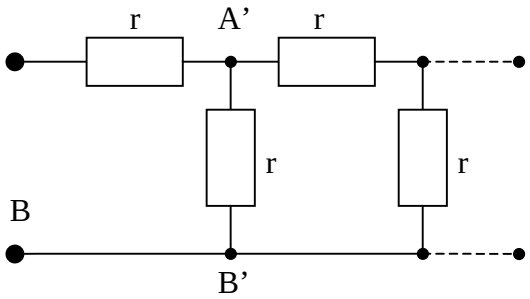
v_r = 19,8091 m/s,
L = 104,819 m,
α = 0,925495.

Iš (14) ir (15) gauname, kad kritinis greitis, kada reikia atsižvelgti į rutulio ir atramos briaunos sąveiką, yra v_{kr} = 0,505239 m/s, tad (14) sąlyga patenkinta ir nėra reikalo nagrinėti rutulio atsiskyrimo nuo atramos vyksmo.

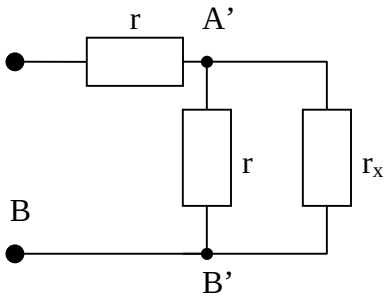
2. n grandžių varžą tarp taškų A ir B pažymėkime R_n, o (n +1) grandžių – R_{n+1}. Tada

$$R_{n+1} = r + \frac{rR_n}{r + R_n}.$$

Vienos grandies varža R_1 = 2r. Akivaizdu, kad $r \leq R_n \leq 2r$ ir $R_{n+1} < R_n$ esant bet kokiam n, nes prijungiant kiekvieną naują grandį varža tarp tų taškų tik mažėja.



2a pav.



2b pav.

Taigi R_n seka monotoniškai mažėja ir yra aprėžta iš apačios: $R_n \geq r$. Visos grandinės varžą pažymėkime r_x. Kadangi grandinė begalinė, varža už taškų A' ir B' (2a pav.) taip pat lygi r_x. Iš čia aiškėja, kad visa grandinė yra lygiavertė 2b pav. pavaizduotai grandinei. Jos varža

$$r_{AB} = r_x = r + \frac{rr_x}{r + r_x},$$

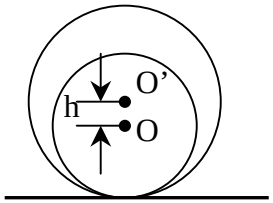
$$r_x^2 - rr_x - r^2 = 0,$$

$$r_x = \frac{r \pm \sqrt{r^2 + 4r^2}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} r.$$

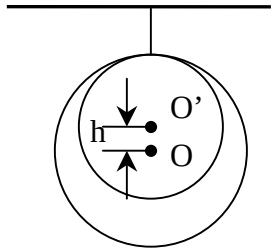
Kadangi $r_x > 0$, vienas iš sprendinių neturi fizikinės prasmės, tad

$$r_x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} r \approx 1{,}62r.$$

3. Rutulių temperatūros bus skirtingos, nes nevienodai pasislinks jų masių centrai. Rutuliai kaitinami plečiasi, todėl ant horizontalios plokštumos padėto rutulio masės centras kyla, o pakabinto ant siūlo – leidžiasi, kaip parodyta brėžiniuose 3a ir 3b.



3a pav.



3b pav.

Pagal pirmąjį termodinamikos dėsnį:

a) $Q = cm\Delta T_1 + mgh$, iš čia $\Delta T_1 = (Q - mgh) / cm$,

b) $Q = cm\Delta T_2 - mgh$, iš čia $\Delta T_2 = (Q + mgh) / cm$,

kur Q – suteiktas šilumos kiekis, c – rutulio medžiagos savitoji šiluma, m – jo masė.

Iš pateiktų formulių matyti, kad $\Delta T_2 > \Delta T_1$, t.y. kabančio rutulio temperatūra bus didesnė nei gulinčio ant horizontalios plokštumos.

Įvertinkime gautą efektą. Tarkime, kad rutulio spindulys yra lygus R, jo medžiagos tiesinis plėtros koeficientas - β, o ΔT – rutulio temperatūros pokytis, gaunamas nejudant jo masės centrui suteikus šilumos kiekį Q. Realus temperatūros pokytis nuo ΔT skirsis dydžiu ΔT', kurio santykis su ΔT lygus:

$$\frac{\Delta T'}{\Delta T} = \frac{mgh}{cm\Delta T} = \frac{mgR\beta\Delta T}{cm\Delta T} = \frac{g}{c}\beta R.$$

Pavyzdžiui, įvertinę šį santykį geležiniam (c=450 J/(kg K), $\beta = 11{,}7 \cdot 10^{-6}$ K^{-1}) R=0,1 m spindulio rutuliui, gauname $\Delta T'/\Delta T = 2{,}6 \cdot 10^{-8}$.

Kaip matome, šiame uždavinyje nagrinėjamas efektas yra labai mažas ir dėl to jo nepavyksta aptikti eksperimentiškai.

4. Pritaikę Saltono dėsnį, slėgį p inde galime išreikšti oro dalinio slėgio p_1 ir vandens garų dalinio slėgio p_2 suma:

$$p = p_1 + p_2.$$

Oro slėgio išraiška izochoriniam procesui (indo tūris nekito):

$$p_1 = p_0 \frac{T}{T_0}; \qquad p_1 = 1{,}27 \cdot 10^5 \text{ Pa},$$

čia $T = t + 273$ K, $T_0 = t_0 + 273$ K. Vandens garų slėgis negali būti didesnis už sočiųjų garų slėgį 100^0C temperatūroje ($p_s = 10^5$ Pa). Jei nustatysime, kad išgaravo visas vanduo, slėgį p_2 galėsime rasti iš Mendelejevo – Klapeirono lygties:

$$p_2 V = \frac{m}{M} RT,$$

kur M – vandens molio masė, o R – dujų pastovioji.

$$p_2 = \frac{mRT}{MV}; \qquad p_2 = 0{,}52\cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

$p_2 < p_s$, todėl galime teigti, kad išgaravo visas inde buvęs vanduo. Ieškomasis slėgis

$$p = p_1 + p_2 = 1{,}79\cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

Eksperimentinių užduočių sprendimai

5. Nežinomo m_1 masės skysčio savitąją šilumą c_x galima nustatyti pagal jo temperatūros pokytį ΔT, kaitinant jį elektrine spirale kalorimetre, jei yra žinomi: elektros srovės galia P, kaitinimo trukmė t_1, kalorimetro savitoji šiluma c_k ir jo masė m_k. Tam galima pasinaudoti energijos tvermės dėsniu:

$$Pt_1 = c_x m_1 \Delta T + c_k m_k \Delta T. \qquad (1)$$

Šiame uždavinyje nėra nei ampermetro, nei voltmetro srovės galiai nustatyti, taip pat nėra žinomos kalorimetro medžiagos savitoji šiluma ir jo masė, todėl, negalėdami tiesiogiai pasinaudoti (1) sąryšiu, užduotį išspręsime kitu būdu.

Pakeičiame kalorimetre žibalą masės m_2 vandeniu, kurio savitąją šilumą c_v žinome. Nekeisdami spiralės kaitinimo galios, išmatuojame kaitinimo trukmę t_2, reikalingą vandens temperatūrai pakelti dydžiu ΔT, kurį buvome nustatę kaitindami žibalą.

Šiai eksperimento daliai energijos tvermės dėsnį galime užrašyti taip:

$$Pt_2 = c_v m_2 \Delta T + c_k m_k \Delta T. \qquad (2)$$

Įpilame dvigubai daugiau vandens ir matuojame kaitinimo trukmę t_3 reikalingą temperatūrai pakelti dydžiu ΔT. Kalorimetrui suteiktą šilumos kiekį šiuo atveju rasime užrašę energijos tvermės dėsnį ir panaudoję (2) lygtį:

$$Pt_3 = c_v 2m_2 \Delta T + c_k m_k \Delta T. \qquad (3)$$

$$2Pt_2 - Pt_3 = c_k m_k \Delta T \text{ ir } P(t_3 - t_2) = c_v m_2 \Delta T. \qquad (4)$$

Skaičiavimai supaprastėja, jei $m_1 = m_2$. Tada

$$c_x = \frac{t_1 - 2t_2 + t_3}{t_3 - t_2}.$$

Toks eksperimentas su žibalu yra pavojingas, nes kaitinamas elektrine spirale jis gali užsidegti, todėl geriau naudoti toliau aprašytą būdą.

Į kalorimetrą maždaug iki pusės pripilame žibalo ir nustatome jo masę m_1. Į stiklinį indą pripylę panašų kiekį vandens, išmatuojame jo masę m_2. Jei naudosime pakankamai dideles šių skysčių mases, į kalorimetro šiluminę talpą galėsime neatsižvelgti.

Elektrine spirale kaitiname vandenį iki temperatūros T_2 ir įpilame į kalorimetrą su žibalu. Išmatuojame nusistovėjusią temperatūrą Θ. Žinodami pradinę žibalo temperatūrą T_1, galime užrašyti šilumos balanso lygtį:

$$c_v m_2 (T_2 - \Theta) = c_x m_1 (\Theta - T_1),$$

iš čia

$$c_x = c_v \frac{m_2 (T_2 - \Theta)}{m_1 (\Theta - T_1)}.$$

II tarptautinė fizikos olimpiada, 1968 m. (Vengrija)

Teorinių užduočių sprendimai

6. Tegul užduotyje nurodyta kūnų sistema ima judėti ir pereina į naują padėtį, esančią dydžiu h žemiau, negu pradinė padėtis, o

cilindras to vyksmo metu rieda neslysdamas. Cilindro kinetinė energija

$$T = \frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} I\omega^2, \qquad (1)$$

čia v – cilindro masės centro slenkamojo judėjimo greitis, I – cilindro inercijos momentas simetrijos ašies atžvilgiu, ω - sukimosi momentinis kampinis greitis. Vienalyčio cilindro inercijos momentą nesunku apskaičiuoti. Tegul cilindro ilgis l_0, o tankis ρ. Tada

$$I = \int_0^R l_0 2\pi r dr \rho r^2 = l_0 \pi R^2 \rho \frac{1}{2} R^2 = \frac{1}{2} m_1 R^2. \qquad (2)$$

Kadangi h = l sinα, iš energijos tvermės dėsnio turime

$$\frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 + \frac{1}{2} m_2 v^2 + \mu m_2 g l \cos\alpha = (m_1 + m_2) g l \sin\alpha, \qquad (3)$$

čia l – nueitas kelias. Veikiančios jėgos yra pastovios, todėl ir pagreitis gali būti tik pastovus. Tada galioja kinematiniai sąryšiai

$$v^2 = 2al, \qquad (4)$$

$$v = \omega R, \qquad (5)$$

čia a – judėjimo pagreitis. Iš (4), (5) ir (3) sąryšių eliminuojame ω ir v ir gauname:

$$a = g \frac{(m_1 + m_2)\sin\alpha - \mu m_2 \cos\alpha}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2} m_1}. \qquad (6)$$

Ši formulė galioja, jeigu skaitiklis teigiamas. Priešingu atveju kubą veikianti trinties jėga yra tiek didelė, kad sistema nejudės. Todėl (6) formulė griežčiau rašytina taip:

$$a = \begin{cases} g \dfrac{(m_1 + m_2)\sin\alpha - \mu m_2 \cos\alpha}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2} m_1}, \\ kai\ (m_1 + m_2)\sin\alpha - \mu m_2 \cos\alpha > 0, \\ 0,\ kai\ \ (m_1 + m_2)\sin\alpha - \mu m_2 \cos\alpha \le 0. \end{cases} \qquad (7)$$

Šią formulę galima gauti ir remiantis kitokiais samprotavimais. Kai cilindrui neleidžiama slysti, plokštumos reakcijos jėga $\vec{F}_R$ suteiks cilindrui kampinį pagreitį ε. Jėga $\vec{F}_R$ yra nukreipta priešinga cilindro judėjimo kryptimi ir pridėta prie kurio nors cilindro lietimosi su plokštuma taško. Projektuojame jėgas, veikiančias cilindrą, į ašį, lygiagrečią nuožulniajai plokštumai ir statmeną nuožulniosios ir horizontaliosios plokštumų susikirtimo linijai. Apibrėžtumo dėlei žymėsime šią ašį x. Projektuodami į ašį x cilindrą veikiančias jėgas gauname lygtį

$$m_1 g \sin\alpha - T - F_r = m_1 a. \qquad (8)$$

Kubą veikiančių jėgų projekcijos į ašį x susietos sąryšiu:

$$m_2 g \sin\alpha + T - \mu m_2 g \cos\alpha = m_2 a. \qquad (9)$$

Kadangi

$$F_R R = I \varepsilon, \qquad (10)$$

o kampinį pagreitį su linijiniu, kai cilindras rieda neslysdamas, sieja formulė

$$a = \varepsilon R, \qquad (11)$$

tai sudėję lygybes (8) ir (9) ir panaudodami formules (10) ir (11), eliminuojame F_R ir ε ir gauname pagreičiui vėl (7) formulę. Įrašę skaitines vertes apskaičiuojame

$$a = 2{,}40439\ m/s^2.$$

7. Toluolo tūrius induose 0^0C temperatūroje pažymėkime V_{01} ir V_{02}. Tada tūrius esant kitoms temperatūroms galime išreikšti taip:

$$V_1 = V_{01}(1 + \alpha t_1), \qquad V_2 = V_{02}(1 + \alpha t_2),$$

kur α - tūrio plėtros koeficientas, o atitinkamos toluolo masės m_1 ir m_2 induose:

$$m_1 = \rho_0 V_{01}, \quad m_2 = \rho_0 V_{02},$$

čia ρ_0 – toluolo tankis 0^0C temperatūroje. Užrašome šilumos balanso lygtį sumaišius abiejų indų toluolą:

$$cm_1(\Theta - t_1) = cm_2(t_2 - \Theta),$$

kur Θ - toluolo temperatūra nusistovėjus šiluminei pusiausvyrai, o c – jo savitoji šiluma. Iš šios lygties gauname:

$$\Theta = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2} = \frac{V_{01} t_1 + V_{02} t_2}{V_{01} + V_{02}}.$$

Toluolo tūris V po sumaišymo:

$$V = (V_{01} + V_{02})(1 + \alpha\Theta) = (V_{01} + V_{02})(1 + \alpha \frac{V_{01} t_1 + V_{02} t_2}{V_{01} + V_{02}}) =$$
$$= (V_{01} + V_{02}) + \alpha(V_{01} t_1 + V_{02} t_2) = V_{01}(1 + \alpha t_1) + V_{02}(1 + \alpha t_2) =$$
$$= V_1 + V_2.$$

Kaip matome, toluolo tūris po sumaišymo nepasikeitė ir yra lygus:

$$V = 4{,}1 \cdot 10^{-4}\ m^3.$$

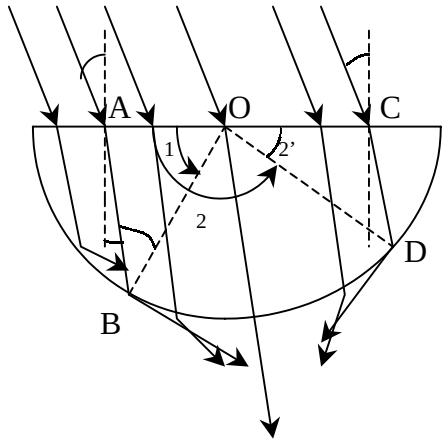
8. Lūžio kampas β (8 pav.) plokščiajame puscilindrio paviršiuje randamas iš šviesos lūžio dėsnio:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n.$$

$$\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n} = \frac{\sin 45^0}{\sqrt{2}} = 0{,}5.$$

Iš čia $\beta = \arcsin 0{,}5 = 30^0$.

Į cilindrinį puscilindrio paviršių spinduliai krinta įvairiais kampais.



8 pav.

Iš cilindrinio paviršiaus išeis tik tie spinduliai, kurie nepatiria visiškojo vidaus atspindžio. Spindulio išėjimo sąlyga yra tokia:

$$\sin\gamma \le \frac{1}{n}.$$

Ribinis spindulio kritimo į cilindrinį paviršių kampas

$$\gamma = \arcsin\frac{1}{n} = \arcsin\frac{1}{\sqrt{2}} = 45^0.$$

Iš cilindrinio paviršiaus išeis tie spinduliai, kurių kritimo taškai į cilindrinį paviršių nusakomi kampais φ, esančiais tarp φ_1 ir φ_2, t.y.

$$\varphi_1 \le \varphi \le \varphi_2 = 180^0 - \varphi_2^{'}.$$

Surasime kampų φ_1 ir φ_2 vertes.

Iš trikampio OAB gaunama:

$$\varphi_1 = 180^0 - \gamma - (90^0 - \beta) = 90^0 - \gamma + \beta = 90^0 - 45^0 + 30^0 = 75^0.$$

Iš trikampio OCD gaunama:

$$\varphi_2' = 180^0 - \gamma - (90^0 + \beta) = 90^0 - \gamma - \beta = 90^0 - 45^0 - 30^0 = 15^0.$$

Bet $\varphi_2' = 180^0 - \varphi_2$. Tuomet $\varphi_2 = 180^0 - \varphi_2' = 180^0 - 15^0 = 165^0$.

Tokiu būdu šviesa išeis iš šoninio cilindro paviršiaus lanko, ribojamo kampais φ tarp 75^0 ir 165^0, BD srityje.

$$75^0 \le \varphi \le 165^0.$$

Pastaba. Spinduliai, kurių kritimas į cilindrinį paviršių nusakomas kampais $\varphi < 75^0$ ir $\varphi > 165^0$, patiria daugkartinį vidaus atspindį ir taip pat išeis iš puscilindrio, bet per plokščiąjį jo paviršių. Pabandykite tai įrodyti.

Eksperimentinių užduočių sprendimai

9. Norint išsiaiškinti dėžių turinį reikia iš pradžių prie kiekvienos dėžės gnybtų prijungti nuolatinės įtampos šaltinį ir užrašyti ampermetro ir voltmetro rodmenis, paskui prijungti kintamosios įtampos šaltinį ir taip pat užrašyti šių prietaisų rodmenis.

Atlikę šiuos matavimus su nuolatinės įtampos šaltiniu apskaičiuojame aktyviąsias varžas

$$R_1 = U_1/I_1, \quad R_2 = U_2/I_2, \quad R_3 = U_3/I_3.$$

Atlikę matavimus su kintamąja įtampa nustatome, kad 1 – osios dėžės pilnutinė varža Z_1 smarkiai viršija R_1. Akivaizdu, kad šioje dėžėje yra ritė, kurios induktyvumą L galime nustatyti pritaikę Omo dėsnį kintamosios srovės grandinei:

$$I_1' = \frac{U_1'}{Z_1} = \frac{U_1'}{\sqrt{R_1^2 + 4\pi^2 \nu^2 L^2}}.$$

Iš šių formulių apskaičiuojame, kad

$$L = \frac{\sqrt{(U_1'/I_1')^2 - (U_1/I_1)^2}}{2\pi\nu}.$$

2 – osios dėžės varžos nuolatinei ir kintamajai srovei vienodos, tad darome išvadą, kad joje yra rezistorius.

3 – osios dėžės varža kintamajai srovei yra baigtinė, o nuolatinei – begalinė. Iš to darome išvadą, kad joje yra kondensatorius. Jo talpą C nustatysime pasinaudoję Omo dėsniu kintamosios srovės grandinei, kurioje yra kondensatorius:

$$I_3' = \frac{U_3'}{Z_3} = \frac{U_3'}{1/2\pi\nu C}.$$

Taigi

$$C = \frac{I_3'}{2\pi\nu U_3'}.$$

Siekiant didesnio matavimų tikslumo reikia atsižvelgti į ampermetro vidinę varžą, nes voltmetras rodo dėžėje esančio elemento ir ampermetro įtampų sumą.

III tarptautinė fizikos olimpiada, 1969 m. (Čekoslovakija)

Teorinių užduočių sprendimai

10. Kai vežimėliai A ir B nejuda vežimėlio C atžvilgiu, tada jie vivi juda su tuo pačiu pagreičiu

$$a = F / (m_A + m_B + m_C). \qquad (1)$$

Apibrėžtumo dėlei horizontalią ašį vadinsime x ašimi, o vertikalią – y ašimi. Susieję koordinačių sistemos pradžią su vežimėliu C, turime neinercinę atskaitos sistemą. Tegul $\vec{T}$ - siūlo įtempimo jėga, $\vec{N}_A$ *ir* $\vec{N}_B$ - vežimėlį A ir B veikiančios atramų reakcijos jėgos. Vežimėliams A ir B galime užrašyti lygtis:

$$- m_B a + T = 0,$$

$$m_B g - N_B = 0,$$
$$- m_A a + N_A = 0, \qquad (2)$$
$$m_A g - T = 0.$$

Iš lygčių (2) gauname, kad

$$T = m_A g,$$
$$a = (m_A/m_B)g, \qquad (3)$$

o iš (1), kad

$$F = (m_A + m_B + m_C)\frac{m_A}{m_B}g. \qquad (4)$$

Įrašę skaitines vertes, gauname

$$T = 2{,}943 \text{ N}, \quad a = 14{,}715 \text{ m/s}^2, \quad F = 29{,}43 \text{ N}.$$

Kai vežimėlis C įtvirtintas ir nejuda, vežimėlių A ir B judėjimo lygtys tokios:

$$m_B a = T,$$
$$m_B g - N_B = 0, \qquad (5)$$
$$N_A = 0,$$
$$m_A g - T = m_A a.$$

Iš čia

$$a = \frac{m_A}{m_A + m_B}g,$$
$$(6)$$
$$T = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B}g.$$

Skaitinės vertės:

$$a = 5{,}886 \text{ m/s}^2, \quad T = 1{,}1772 \text{ N}.$$

11. I. Nustatykime, ar nusistovint šiluminei pusiausvyrai ledas tirps, ar vanduo užšals. Palyginkime kalorimetrui ir vandeniui atšąlant iki $T_0 = 273$ K temperatūros išsiskyrusį šilumos kiekį Q_1 su ledui šylant iki T_0 temperatūros sunaudotu šilumos kiekiu Q_2. Ledas tirps, jei $Q_1 > Q_2$, o dalis ar visas vanduo užšals, jei $Q_1 < Q_2$. galimas ir $Q_1 = Q_2$ atvejis, kai ledo ir vandens masės nepakis ir kalorimetre nusistovės $T_0 = =273$ K temperatūra.

Panagrinėkime galimus variantus:

1. $Q_1 < Q_2$, t.y.: $(c_1 m_1 + c_2 m_2)(T_1 - T_0) < c_3 m_3 (T_0 - T_2)$.

Raskime užšalusio vandens masę Δm_2 iš šilumos balanso lygties:

$$Q_1 - Q_2 = \lambda \Delta m_2.$$
$$\Delta m_2 = \frac{Q_1 - Q_2}{\lambda}.$$

Jeigu taip apskaičiuota masė Δm_2 bus didesnė už m_2, tai reikš, kad visas vanduo kalorimetre užšals ir nusistovės temperatūra $T_3 < T_0$. Tokiu atveju ledo masė m_4 lygi pradinių vandens ir ledo masių sumai: $m_4 = m_2 + m_3$, o vandens nelieka ($m_5 = 0$). Temperatūrai T_3 nustatyti užrašome šilumos balanso lygtį:

$$c_1 m_1 (T_1 - T_3) + c_2 m_2 (T_1 - T_0) + c_3 m_2 (T_0 - T_3) + \lambda m_2 =$$
$$= c_3 m_3 (T_3 - T_2).$$

Iš šios lygties

$$T_3 = \frac{c_1 m_1 T_1 + c_2 m_2 (T_1 - T_0) + c_3 m_2 T_0 + \lambda m_2 + c_3 m_3 T_2}{c_1 m_1 + c_3 m_2 + c_3 m_3}.$$

Jeigu $\Delta m_2 \le m_2$, tai $T_3 = T_0$.

2. $Q_1 > Q_2$ atveju ištirpusio ledo masę Δm_3 apskaičiuojame iš šilumos balanso lygties:

$$Q_2 - Q_1 = \lambda \Delta m_3.$$

$$\Delta m_3 = \frac{Q_2 - Q_1}{\lambda}.$$

Jeigu pagal šią išraišką gauta masė Δm_3 bus didesnė už ledo masę m_3, tai reikš, kad visas ledas ištirpo ir inde nusistovėjo temperatūra $T_3 > T_0$. Tada vandens masė kalorimetre $m_5 = m_2 + m_3$, o ledo nelieka ($m_4 = 0$). Temperatūrai T_3 nustatyti užrašome šilumos balanso lygtį:

$$c_1 m_1 (T_1 - T_3) + c_2 m_2 (T_1 - T_3) = c_3 m_3 (T_0 - T_2) + \lambda m_3 +$$

$$+ c_2 m_2 (T_3 - T_0).$$

Iš šios lygties:

$$T_3 = \frac{c_1 m_1 T_1 + c_3 m_3 (T_0 - T_2) + c_2 m_3 T_0 - \lambda m_3 + c_2 m_2 T_2}{c_1 m_1 + c_3 m_2 + c_3 m_3}.$$

Jeigu $\Delta m_3 < m_3$, tai $T_3 = T_0$.

II. Pagal duotas vertes apskaičiuojame Q_1 ir Q_2:

$$Q_1 = 4{,}59 \cdot 10^4 \text{ J}, \; Q_2 = 8{,}4 \cdot 10^4 \text{ J}.$$

Dalis vandens užšals, nes $Q_1 < Q_2$. Randame šio vandens masę:

$$\Delta m_2 = \frac{Q_2 - Q_1}{\lambda} \approx 0{,}115\, kg.$$

Taigi likusio kalorimetre vandens masė

$$m_5 = m_2 - \Delta m_2 = 0{,}885 \text{ kg},$$

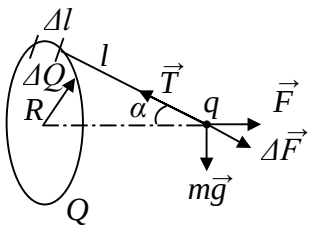
ledo masė:

$$m_4 = m_3 + \Delta m_2 = 2{,}115 \text{ kg},$$

o temperatūra kalorimetre:

$$T_3 = T_0 = 273 \text{ K}.$$

12. Rutuliuką, kurio krūvis q, veikia trys jėgos (12 pav.): siūlo įtempimo jėga $\vec{T}$, sunkio jėga $m\vec{g}$ ir elektrostatinės sąveikos tarp krūvių Q ir q jėga $\vec{F}$. Jėga $\vec{F}$ yra jėgų $\Delta\vec{F}_i$, kuriomis mažų žiedo dalių $\Delta l << l$ krūviai sąveikauja su krūviu q, atstojamoji. Kiekvienos tokios dalies krūvį galima tarti esant taškiniu krūviu ΔQ_i. Jo sąveikos su krūviu q jėga pagal Kulono dėsnį yra



$$\Delta F_i = \frac{\Delta Q_i q}{4\pi\varepsilon_0 l^2},$$

o

$$\Delta Q_i = \frac{Q}{2\pi R} \cdot \Delta l.$$

Kadangi krūvis vienodai pasiskirstęs žiede, iš simetrijos matyti, kad jėgų $\Delta\vec{F}_i$ atstojamoji yra tiesėje, statmenoje žiedo plokštumai ir einančioje per centrą. Todėl jėgos $\vec{F}$ modulis yra lygus visų jėgų $\Delta\vec{F}_i$ projekcijų į statmeną žiedo plokštumai jo ašį sumai:

$$F = \sum_i \Delta F_i \cos\alpha = \frac{Qq}{8\pi^2 \varepsilon_0 R l^2} \cdot \cos\alpha \sum_i \Delta l_i.$$

Kadangi $\sum_i \Delta l_i = 2\pi R$, tai

$$F = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 l^2} \cdot \cos\alpha. \qquad (1)$$

Užrašykime rutuliuko pusiausvyros sąlygas:

$$T \sin\alpha - mg = 0, \quad T \cos\alpha - F = 0. \qquad (2)$$

Iš šių sąlygų nustatome, kad

$$F = mg / tg\alpha. \qquad (3)$$

Iš (1) ir (3) lygybių nustatome:

$$\frac{mg}{tg\alpha} = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 l^2} \cdot \cos\alpha,$$

arba

$$\frac{mg}{\sin\alpha} = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 l^2}. \qquad (4)$$

Čia

$$\sin\alpha = R / l. \qquad (5)$$

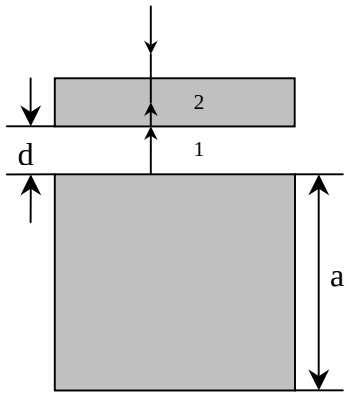
Iš (4) ir (5) galutinai nustatome, kad

$$l = \sqrt[3]{\frac{QqR}{4\pi\varepsilon_0 mg}}.$$

Įrašę skaitines vertes, apskaičiuojame, kad $l = 7{,}2\cdot10^{-2}$ m.

13. Atsispindėjusios šviesos interferencijos maksimumo sąlyga yra

$$\Delta = m\lambda. \qquad (1)$$



13 pav.

Čia m = 1, 2, 3,..., λ - bangos ilgis, Δ - spindulių 1 ir 2 eigos skirtumas (13 pav.). Kai spinduliai krinta statmenai į plokštelės ir kubo paviršius, tuomet spindulys 1, atsispindėjęs nuo viršutinio kubo paviršiaus, nueis 2d didesnį atstumą negu spindulys 2, atsispindėjęs nuo apatinio plokštelės paviršiaus. Be to, spindulys 1 atsispindi

nuo optiškai tankesnės terpės, todėl gaunamas fazės pokytis dydžiu π (pusbangio praradimas). Spindulys 2 atsispindi nuo optiškai retesnės terpės ir jo fazė nepakinta. Taigi sąlyga (1) užrašoma taip:

$$2d + \lambda/2 = m\lambda \text{ arba } 2d = (2m - 1)\lambda/2.$$

Pastaroji sąlyga turi būti tenkinama dviem bangos ilgiams - λ_0 = 400 nm (kai m =
= k + 1) ir λ_1, kurios vertė yra tarp 400 nm ir 1150 nm (kai m = k), t.y.

$$2d = (2k + 1)\lambda_0/2, \quad 2d = (2k - 1)\lambda_1/2.$$

Iš čia gaunama:

$$\lambda_1 = \lambda_0 \frac{2k+1}{2k-1}.$$

Kadangi pagal sąlygą λ_1 < 1150 nm,

$$\frac{2k+1}{2k-1} 400nm < 1150nm.$$

Pastaroji nelygybė tenkinama, kai k > 1.

Trečiasis bangos ilgis λ_2 (kai m = k – 1) turi būti jau didesnis už 1150 nm:

$$\frac{2k+1}{2k-3} 400nm > 1150nm.$$

Pastaroji nelygybė tenkinama, kai k < 3. Vadinasi, 1 < k < 3, t.y. k=2. Tuomet

$$\lambda_1 = \lambda_0 \frac{2k+1}{2k-1} = \frac{5}{3}\lambda_0 = 666{,}7nm,$$

$$d = \frac{2k+1}{4}\lambda_0 = \frac{5}{4}\lambda_0 = 500nm.$$

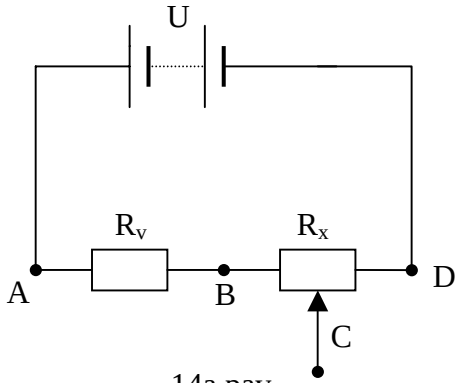
Dabar galima rasti temperatūros pokytį, kuriam esant dėl šiluminės plėtros kubo briauna pailgės tarpelio pločiu d:

$$d = a\,\alpha\,\Delta T.$$

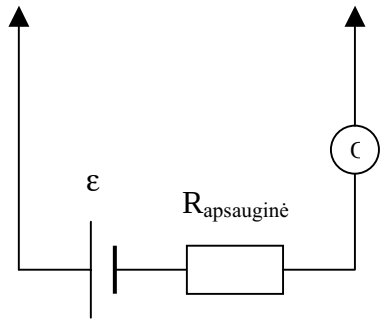
Iš čia $\Delta T = d / (a\,\alpha)$, $\Delta T = 3{,}1$ K.

Eksperimentinių užduočių sprendimai

14. a) ir b) grandinių schemos pavaizduotos atitinkamai 14a ir 14b pav. b) grandinėje srovės stipris bus lygus nuliui, jei jos gnybtų įtampos modulis bus lygus elektrovarai ε, bet jų ženklai priešingi. Ši sąlyga gali būti patenkinama, jei U > ε. Tada reikalingą įtampą galima



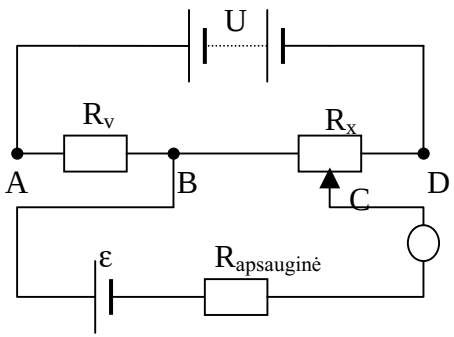
14a pav.



14b pav.

sudaryti tarp taškų A ir C, B ir C ar C ir D keičiant varžyno varžą R_v bei stumdant slankųjį reochordo kontaktą C.

Panagrinėkime tą atvejį, kai b) grandinė prijungta prie taškų B ir C (14c pav.). Tada norint patenkinti sąlygą $U_{BC} = \varepsilon$ reikia taip parinkti varžyno varžą R_1 ir reochordo BC dalies varžą R_a, kad būtų patenkinama lygybė



14c pav.

$$U_{BC} = IR_a = UR_a / (R_1 + R_x) = \varepsilon.$$

Čia U – akumuliatoriaus gnybtų įtampa.

Reochordo BC dalies varža

$$R_a = R_x\, a / l.$$

Čia a – BD dalies ilgis, l – viso reochordo ilgis, R_x – viso reochordo varža. Tada pirmąją lygybę galima užrašyti taip:

$$Ua\, R_x / (l\,(R_1 + R_x)).$$

Pakeitus reochordo BC dalies ilgį, tarkime, į b, keičiant varžyno varžą galima vėl pasiekti, kad būtų tenkinama sąlyga $U_{BC} = \varepsilon$. Tad varžyno varžą R_2 parenkame tokią, kad galvanometru tekanti srovė vėl būtų lygi nuliui. Tada galios tokia lygybė:

$$\varepsilon = U \cdot \frac{bR_x}{l(R_1 + R_x)}.$$

Turint eksperimentines R_1, R_2, a, b ir l vertes iš dviejų lygčių su trimis nežinomaisiais ε, U ir R_x galima nustatyti reochordo varžą R_x ir santykį U/ε:

$$R_x = \frac{aR_2 - bR_1}{b - a}, \qquad \frac{U}{\varepsilon} = \frac{(R_2 - R_1)l}{aR_2 - bR_1}.$$

Šios formulės išvestos manant, kad įtampa U išlieka pastovi keičiant a) grandinės varžyno varžą, t.y. tariant, kad akumuliatorių vidinė varža labai maža.

Norint, kad matavimų paklaida būtų kiek galima mažesnė, reikia pasirinkti tokius reochordo BC dalies ilgius, kad tų ilgių matavimo santykinė paklaida būtų kuo mažiausia, o skirtumas b – a – kuo didžiausias. Todėl pirmame bandyme patartina parinkti a = l/2, o antrame b = l. Šiuo atveju R_x ir U/ε apskaičiavimo formulės tampa paprastesnės:

$$R_x = R_2 - 2R_1, \qquad \frac{U}{\varepsilon} = \frac{2(R_2 - R_1)}{R_2 - 2R_1}.$$

Jei akumuliatorių vidinė varža r būtų nelabai maža palyginti su reochordo varža R_x, tada eksperimentą reikėtų atlikti taip, kad a) grandinę jungiant prie b) grandinės abiem atvejais srovės stipris akumuliatorių grandinėje būtų toks pat. Tam reikia, kad varžyno varža atliekant abu matavimus būtų ta pati. Tą varžą R_v reikia parinkti taip, kad keičiant slankaus kontakto C padėtį būtų galima panaikinti srovę b) grandinėje, iš pradžių ją jungiant prie taškų B ir C, o paskui prie taškų A ir C. Šiais atvejais galima užrašyti tokias lygtis:

$$\varepsilon = IR_a = I \cdot \frac{a}{l} \cdot R_x, \qquad \varepsilon = I(R_v + R_b) = I(R_v + \frac{b}{l} R_x).$$

Iš šios lygčių sistemos nustatome, kad

$$R_x = \frac{lR_v}{a-b},$$

t.y. reochordo varža turi būti didesnė už varžyno varžą arba bent jai lygi:$R_x \geq R_v$.

Dabar panagrinėsime, kokią sąlygą turi tenkinti varžyno varža R_v matuojant pirmuoju būdu. Kadangi $U = I\,(R_v + R_x)$, santykis

$$\frac{U}{\varepsilon} = \frac{R_v + R_x}{R_a}.$$

Iš šios lygybės nustatome, kad

$$R_v = \frac{U}{\varepsilon} \cdot R_a - R_x = \frac{U}{\varepsilon} \cdot R_x \cdot \frac{a}{l} - R_x = R_x(\frac{U}{\varepsilon} \cdot \frac{a}{l} - 1).$$

Matome, kad didžiausia galima R_v vertė esti, kada a = l, t.y.

$$R_{v\,\max} = R_x(\frac{U}{\varepsilon} - 1).$$

Jei $U = \varepsilon$, $R_{v\,\max} = 0$.

IV tarptautinė fizikos olimpiada, 1970 m. (Sovietų Sąjunga)

Teorinių užduočių sprendimai

15. Kai vežimėlis siūlu sujungtas su atrama, sistema nėra uždara. Vežimėliui judant tašelį veikia trinties jėga, kurios dydis

$$f = \mu mg. \qquad (1)$$

Veikiant šiai jėgai tašelio pagreitis

$$a = \mu mg / M. \qquad (2)$$

Kai tašelio ir vežimėlio greičiai susilygina, trinties jėga nustoja veikusi ir toliau vežimėlis ir tašelis juda tuo pačiu greičiu – vežimėlio greičiu pagrindo atžvilgiu v_0. Tokį greitį tašelis pasiekia per laiką τ

$$v_0 = a\tau. \qquad (3)$$

Iš (2) ir (3) formulių gauname, kad

$$\tau = \frac{Mv_0}{\mu mg}. \qquad (4)$$

Vežimėlio greitis v tašelio atžvilgiu bus

$$v = \begin{cases} v_0 - at, & 0 \leq t \leq \tau, \\ 0, & t > \tau. \end{cases} \qquad (5)$$

Per laiko tarpą τ vežimėlis tašelio atžvilgiu pasislinks judėjimo greičio v_0 kryptimi dydžiu s:

$$s = v_0\tau - \frac{1}{2}a\tau^2. \qquad (6)$$

Įrašę (2) ir (4) formules į (6), gauname

$$s = \frac{1}{2}\frac{Mv_0^2}{\mu mg}. \qquad (7)$$

Kai vežimėlis siūlu sujungtas su atrama, pritvirtinta prie tašelio, trinties jėga, kuria vežimėlis veikia tašelį, pasidaro vidinė. Tada sis-

temos judesio kiekio projekcija į vežimėlio greičio kryptį yra konstanta

$$mv + Mu = mv_0, \qquad (8)$$

čia u – tašelio greitis pagrindo atžvilgiu, v – vežimėlio greitis pagrindo atžvilgiu. Vežimėlio greitis pagrindo atžvilgiu susideda iš tašelio greičio pagrindo atžvilgiu u ir vežimėlio greičio tašelio atžvilgiu v_0

$$v = u + v_0. \qquad (9)$$

Įrašę (9) formulę į (8) gauname, kad

$$u = 0. \qquad (10)$$

Tuomet iš (9) formulės

$$v = v_0, \qquad (11)$$

o vežimėlis tašelio kraštą pasieks per laiką τ_1

$$\tau_1 = l / v_0. \qquad (12)$$

Tad šiuo atveju tašelis nejuda. Apibrėžtumo dėlei nukreipiame ašį x vežimėlio judėjimo kryptimi. Vežimėlio judėjimo dėsnis nejudančios atskaitos sistemos atžvilgiu

$$x = v_0 t \qquad (13)$$

ir nepriklauso nuo to, kur pritvirtintas laisvas siūlo galas. Tašelio vidurinio taško judėjimo dėsnis

$$x_t = 0. \qquad (14)$$

Kai siūlas pritvirtintas prie atramos šali tašelio, tašelio judėjimo dėsnis

$$x_t = \begin{cases} \frac{1}{2}at^2, \ t \le \tau, \\ \frac{1}{2}a\tau^2 + (t-\tau)v_0, \ t > \tau. \end{cases} \qquad (15)$$

Įrašę skaitines vertes gauname:

$$s = 0{,}254842 \text{ m}, \qquad \tau_1 = 5 \text{ s}.$$

Pirmu atveju vežimėlis tašelio nepasiekia, o praėjus laikui τ = 5,09684 s juda kartu su tašeliu. Vežimėlis tašelio atžvilgiu sustoja, nuvažiavęs tašeliu atstumą s = 0,254842m. Tašelio pagreitis a = 0,01962 m/s^2.

16. Suskaičiuokime natrio atomų skaičių n_1 ir chloro atomų skaičių n_2 elementariajame narvelyje.

Narvelio centre esantis natrio atomas priklauso tik vienam narveliui kiekvienas iš 12 natrio atomų, esančių narvelio kraštinėse, priklauso 4 elementariesiems narveliams, todėl:

$$n_1 = 1 + 12\cdot(1/4) = 4.$$

Kiekvienas iš 8 chloro atomų, esančių elementariojo narvelio kampuose, priklauso 8 narveliams, o kiekvienas iš 16 chloro atomų, esančių šonuose, priklauso 2 narveliams, todėl:

$$n_2 = 8/8 + 6\cdot(1/2) = 4.$$

Narvelio masė m yra lygi jam priklausančių atomų masių sumai:

$$m = n_1m_1 + n_2m_2,$$

kur m_1 ir m_2 – natrio ir chloro atomų masės. Vandenilio atomo masė m_3 yra apytiksliai lygi vienam atominės masės vienetui, todėl sąlygoje nurodytos santykinės atominės masės gali būti išreikštos taip:

$$23 = \frac{m_1}{m_3} \quad ir \quad 35{,}5 = \frac{m_2}{m_3}.$$

Perrašome narvelio masės išraišką išnaudodami duotus masių santykius:

$$m = (n_1 \frac{m_1}{m_3} + n_2 \frac{m_2}{m_3}) m_3 .$$

Narvelio masę m taip pat galime išreikšti tankio ir tūrio sandauga:

$$m = \rho\, a^3.$$

Sulyginę dešines išraiškų puses gauname:

$$m_3 = \frac{\rho a^3}{(n_1 \frac{m_1}{m_3} + n_2 \frac{m_2}{m_3})} \approx 1{,}67 \cdot 10^{-27}\, kg.$$

17. Jei rutulyje nebūtų krūvio, sferos potencialas būtų lygus

$$\varphi_{0s} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} = 450\ V.$$

Sferos viduje esantį rutulį sujungus su žeme, rutulio potencialas esti lygus nuliui, tarp rutulio ir sferos atsiranda elektrinis laukas, kuriam veikiant iš žemės į rutulį atiteka tam tikras krūvis q. Vienodai sferos paviršiuje pasiskirstęs krūvis Q jos viduje lauko nesukuria, tad sferos viduje esti tik krūvio q kuriamas laukas, o potencialų skirtumas tarp rutulio ir sferos lygus

$$\Delta\varphi = \varphi_r - \varphi_s = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{q}{r} - \frac{q}{R}). \qquad (1)$$

Lauką už sferos galime skaičiuoti tardami, kad visi krūviai yra sferos centre. Taigi sferos potencialas φ_s, kai rutulys sujungtas su žeme,

$$\varphi_s = \frac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 R}. \qquad (2)$$

Tad rutulio potencialas

$$\varphi_r = \varphi_s + \Delta\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{q+Q}{R} + \frac{q}{r} - \frac{q}{R}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{Q}{R} + \frac{q}{r}) = 0. \qquad (3)$$

Iš (3) nustatome, kad

$$q = -Q \cdot \frac{r}{R}. \qquad (4)$$

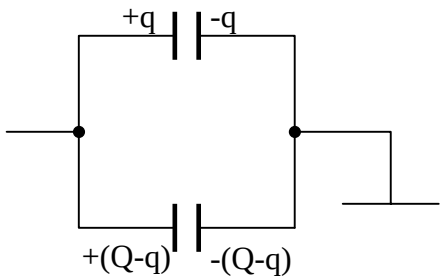
Įrašę (4) į (2), nustatysime sferos potencialo galutinę išraišką:

$$\varphi_s = \frac{Q - Q \cdot \frac{r}{R}}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{Q(R-r)}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = 225\ V.$$

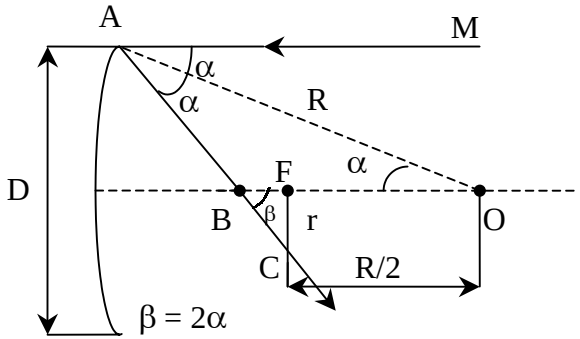
Šios laidininkų sistemos elektrinė talpa lygi

$$C = \frac{Q}{\varphi_s} = \frac{4\pi\varepsilon_0 R^2}{R-r} = 4{,}4 \cdot 10^{-11} F = 44\ pF.$$

Lygiavertė elektrinė schema susideda iš dviejų lygiagrečiai sujungtų kondensatorių: 1) sferinio, kurio elektrodų krūviai yra +q ir – q, ir 2) kondensatoriaus, kurį sudaro „sfera – žemė“, o jo elektrodų krūviai lygūs +(Q-q) ir -(Q-q) (17 pav.).



17 pav.



18 pav.

18. Kaip žinoma, lygiagretūs pagrindine sferinio veidrodžio ašimi spinduliai, einantys nedideliais atstumais nuo jos, atsispindėję susirenka pagrindiniame veidrodžio židinyje F, nutolusiame nuo sferinio paviršiaus O atstumu

R/2.

Panagrinėkime nuo didelio skersmens D sferinio veidrodžio krašto atsispindėjusio (18 pav.) spindulio eigą. Kritimo kampas α į veidrodžio paviršių yra lygus atspindžio kampui. Todėl kampas OAB tarp sferos radiuso OA ir atsispindėjusiojo spindulio AB bei pagrindinės optinės ašies atkarpos BO yra lygus α. Kampai BOA ir MAO lygūs, t.y. kampas BOA yra α. Vadinasi, trikampis AOB yra lygiašonis (AB = BO). Kadangi bet kokių dviejų trikampio kraštinių suma yra didesnė už trečiosios kraštinės ilgį, t.y. AB + BO > OA = R, tai BO > R/2. Tai reiškia, kad lygiagretus su sferinio veidrodžio pagrindine optine ašimi spindulys, einantis nearti nuo jos, atsispindėjęs kirs optinę ašį taške B, esančiame tarp židinio F ir veidrodžio. Židinio plokštumą šis spindulys kirs taške C, nutolusiame nuo židinio atstumu CF = r.

Tokiu būdu, atsispindint lygiagrečiųjų spindulių pluošteliui nuo sferinio baigtinių matmenų veidrodžio, jis nesusirenka veidrodžio židinyje, o sudaro židinio plokštumoje radiuso r skrituliuką.

Iš trikampio BFC gaunama:

$$r = BF\ \mathrm{tg}\beta = BF\ \mathrm{tg}2\alpha.$$

Čia α yra didžiausias kraštinio lygiagretaus su optine ašimi pluoštelio spindulio kritimo kampas į veidrodį. Be to, sinα = D/2R.

$$BF = BO - FO = \frac{R}{2}\frac{1-\cos\alpha}{\cos\alpha}.$$

Tada

$$r = \frac{R}{2}\frac{1-\cos\alpha}{\cos\alpha}\frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}.$$

Panaudosime trigonometrines išraiškas manydami, kad kampas α yra mažas.

$$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} \approx 1 - \frac{\sin^2\alpha}{2},$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha,$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha.$$

Tada

$$r = \frac{R}{2}\frac{\sin^2\alpha}{1-2\sin^2\alpha} \approx \frac{R}{2}\sin^2\alpha \approx \frac{D^3}{16R^2}.$$

Įrašę skaitines vertes gauname r ≈ 2 mm.

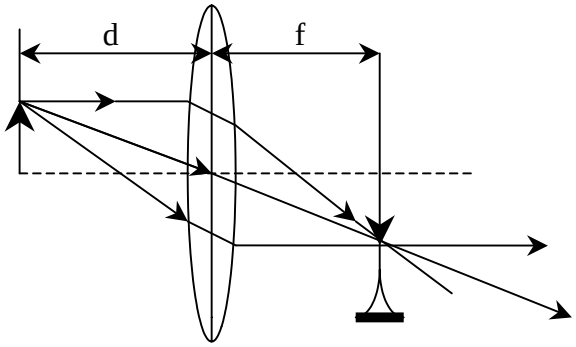
Iš išraiškos $D = \sqrt[3]{16R^2 r}$ matome, kad, jei imtuvo radiusas sumažinamas ? kartus, veidrodžio skersmuo D', nuo kurio atsispindi šviesa į imtuvą, sumažės 2 kartus ir „veiklusis“ veidrodžio plotas sumažės 4 kartus. Tiek pat kartų sumažės ir spinduliuotės srautas, patenkantis į veidrodį ir imtuvą, nes Φ ~ S.

Eksperimentinių užduočių sprendimai

19. Žiūrint į daiktus pro lęšį, nesunku nustatyti, kuris yra glaudžiamasis, o kuris sklaidomasis. Glaudžiamojo lęšio židinio nuotolis gali būti nustatomas tokiais būdais:

1. Ekrane gaunamas tikrasis tolimo šviečiančio objekto, pvz., per langą matomo namo, atvaizdas. Šiuo atveju židinio nuotolis apytikriai bus lygus atstumui nuo lęšio iki ekrano.

2. Lęšiu gaunamas tikrasis geometrinės figūros, pavaizduotos ekrane, atvaizdas.



19a pav.

Tikrojo atvaizdo padėtis fiksuojama paralakso metodu: jei taške, kuriame gaunamas atvaizdas, yra vertikali vielutė (19a pav.), tai, neženkliai pasislinkus akiai nuo optinės lęšio ašies, daikto atvaizdas ir vielutė vienas nuo kito neatsiskiria.

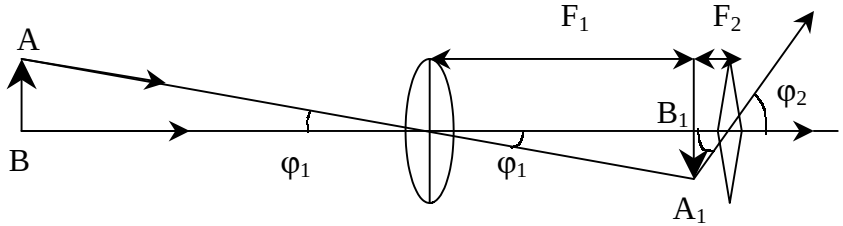
Išmatavę atstumus d ir f, iš plono lęšio formulės gausime židinio nuotolio vertę:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}; \qquad F = \frac{fd}{f+d}.$$

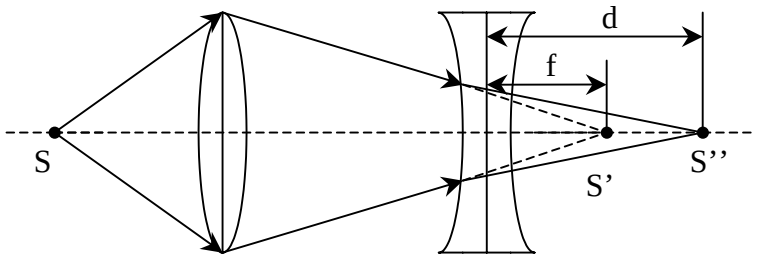
Šio metodo tikslumas yra didžiausias, kai f = d. (Tai nustatoma nagrinėjant židinio nuotolio matavimo santykinės paklaidos minimumo ribą).

Gautų verčių F_1 ir F_2 teisingumą galima patikrinti, jei surinksime Keplerio vamzdį (19b pav.). Suskaičiuojamas jo didinimas iš formulės:

$$k = \frac{tg\varphi_2}{tg\varphi_1} \approx \frac{F_1}{F_2}$$



19b pav.



19c pav.

ir gautoji vertė palyginama su bandymo rezultatu, stebint liniuotės padalas viena akimi pro Keplerio vamzdį, o antrąja akimi – tiesiogiai.

Sklaidomojo lęšio židinio nuotolis gali būti nustatomas kompensaciniu metodu. Tam tikslui reikia gauti tikrąjį daikto S atvaizdą S', naudojant glaudžiamąjį lęšį (19c pav.). Atvaizdo padėtis užfiksuojama paralakso metodu. Tarp glaudžiamojo lęšio ir gauto atvaizdo pastačius sklaidomąjį lęšį, atvaizdas pasislenka. Randama naujoji atvaizdo padėtis S''. Panaudojus šviesos spindulių apgrąžos savybę galima manyti, kad spinduliai sklinda iš taško S'', ir tada taškas S'

yra menamas taško S'' atvaizdas, o atstumai nuo sklaidomojo lęšio optinio centro iki taškų S' ir S'' yra atitinkamai f iki atvaizdo ir d iki daikto. Panaudojus plonojo lęšio formulę gaunama:

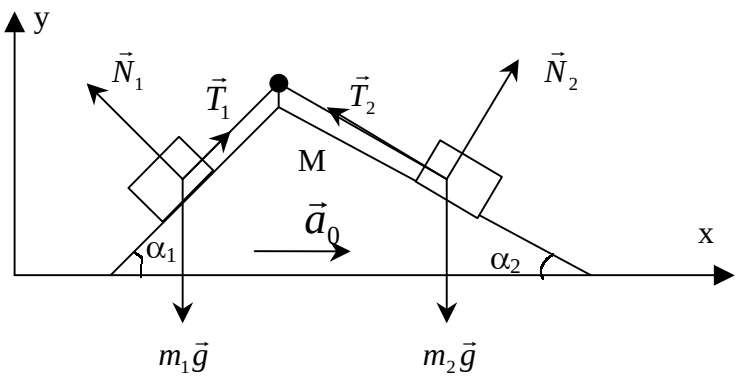
$$-\frac{1}{F_3} = -\frac{1}{f} + \frac{1}{d}, \qquad F_3 = \frac{fd}{d-f}.$$

Apskaičiuotas židinio nuotolių vertes galima patikrinti, surinkus Galilėjaus vamzdį. Palyginama suskaičiuota vamzdžio didinimo vertė su eksperimentine verte.

V tarptautinė fizikos olimpiada, 1971 m. (Bulgarija)

Teorinių užduočių sprendimai

20. Uždavinį spręsime naudodamiesi tvermės dėsniais. Pažymime,



20 pav.

kad a – krovinių pagreičio modulis pleišto atžvilgiu, o a_0 – pleišto pagreičio modulis pagrindo atžvilgiu. Sistemą veikia išorinės sunkio

ir atramos reakcijos jėgos, kurios neturi horizontalios dedamosios. Vidinės jėgos, veikiančios tarp krovinių ir tarp krovinių ir pleišto sistemos, judesio kiekio pakeisti negali. Todėl judesio kiekio projekcija į horizontalią ašį x išliks pastovi. Kadangi pradiniu laiko momentu kroviniai ir pleištas nejuda, tai

$$m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} + M v_x = 0, \qquad (1)$$

čia v_x – pleišto greičio x komponentė, v_{1x} – antro krovinio greičio x komponentė. Krovinių pagreičių komponentės nejudančios koordinačių sistemos atžvilgiu

$$a_{1x} = a_0 - a\cos\alpha_1,$$
$$a_{2x} = a_0 - a\cos\alpha_2,$$

$$a_x = a_0,$$
$$a_{1y} = -a\sin\alpha_1, \qquad (2)$$
$$a_{2y} = -a\sin\alpha_2.$$

Čia priimta, kad ašis y nukreipta vertikaliai aukštyn, kaip parodyta brėžinyje. Apibrėžtumo dėlei tariame, kad pleišto pagreitis nukreiptas x ašies kryptimi, o krovinių – į priešingą pusę. Tikras vertes gauname apskaičiavę. Greičių x komponentės laiko momentu $t \geq 0$ bus

$$v_{1x} = a_{1x}t,$$
$$v_{2x} = a_{2x}t, \qquad (3)$$
$$v_x = a_x t.$$

Tokį pat pavidalą turi ir greičių projekcijos į y ašį. Įrašę šias išraiškas į (1) ir pasinaudoję (2) formulėmis, gauname pagreičius susiejančią lygtį

$$m_1(a_0 - a\cos\alpha_1) + m_2(a_0 - a\cos\alpha_2) + Ma_0 = 0.$$

Ją išsprendžiame pagreičio a atžvilgiu ir gauname

$$a = \frac{M + m_1 + m_2}{m_1 \cos\alpha_1 + m_2 \cos\alpha_2} a_0. \qquad (4)$$

Iš energijos tvermės dėsnio gauname:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \frac{1}{2} M v^2 = -\Delta U. \qquad (5)$$

Krovinių potencinės energijos

$$U_1 = m_1 g y_{01} + m_1 g \Delta h_1,$$

$$U_2 = m_2 g y_{02} + m_2 g \Delta h_2.$$

Čia y_{01} ir y_{02} krovinių pradinės padėtys y ašies atžvilgiu.

Potencinės energijos pokytis bus

$$\Delta U = m_1 g \Delta h_1 + m_2 g \Delta h_2, \qquad (6)$$

čia Δh_1 ir Δh_2 yra krovinių y koordinatės pokyčiai

$$\Delta h_1 = \frac{1}{2} a_{1y} t^2,$$

$$\Delta h_2 = \frac{1}{2} a_{2y} t^2. \qquad (7)$$

Kadangi

$$v_1^2 = v_{1y}^2 + v_{1x}^2,$$

$$v_2^2 = v_{2y}^2 + v_{2x}^2, \qquad (8)$$

$$v^2 = v_y^2 + v_x^2,$$

įrašę į (5) formulę išraiškas (8) ir (6) ir panaudoję formules (3) ir (7), gauname lygtį

$$m_1\{(a_0 - a\cos\alpha_1)^2 + (-a\sin\alpha_1)^2\}t^2 +$$
$$+ m_2\{(a_0 - a\cos\alpha_2)^2 + (a\sin\alpha_2)^2\}t^2 +$$
$$+ Ma_0^2 t^2 = a\sin\alpha_1 g m_1 t^2 - a\sin\alpha_2 g m_2 t^2.$$

Panaudoję (4) formulę, eliminuojame krovinių pagreitį a ir apskaičiuojame a_0:

$$a_0 = \frac{(m_1 \sin\alpha_1 - m_2 \sin\alpha_2)(m_1 \cos\alpha_1 + m_2 \cos\alpha_2)}{(m_1 + m_2 + M)(m_1 + m_2) - (m_1 \cos\alpha_1 + m_2 \cos\alpha_2)^2} g. \qquad (9)$$

Iš čia matyti, kad $a_0 = 0$ gali būti tik tada, kai

$$m_1 \sin\alpha_1 - m_2 \sin\alpha_2 = 0, \qquad (10)$$

nes pleištui $\alpha_1 \in (0, \pi/2)$, $\alpha_2 \in (0, \pi/2)$. Esant patenkintai (10) sąlygai, pleišto pagreitis bus lygus nuliui, bet iš (4) aišku, kad tada ir krovinių pagreitis bus lygus nuliui. Tad realizuoti tokį judėjimą iš rimties būsenos negalima. Kroviniai galėtų judėti be pagreičio, jeigu jų pradinis greitis nebūtų lygus nuliui.

21. Pažymėkime virš gyvsidabrio iškilusios vamzdelio dalies aukštį raide H (H =
= const.), o gyvsidabrio stulpelio vamzdelio viduje aukštį – h_i, kaip parodyta 21a pav.

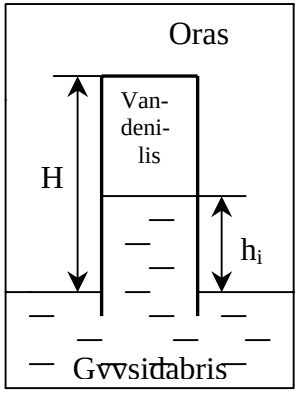
Vandenilio slėgis p_v yra mažesnis už oro slėgį p_i* vamzdelyje gyvsidabrio stulpelio sukuriamo slėgio dydžiu:

$$p_v = p_i^* - \rho g h_i,$$

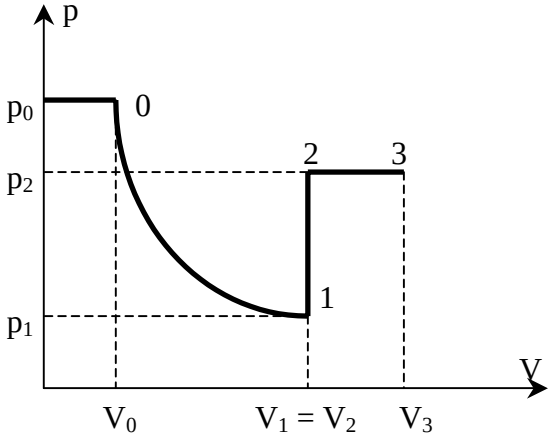
kur ρ - gyvsidabrio tankis esant temperatūrai t:

$$\rho = \rho_0 (1 - \alpha t),$$

ρ_0 – gyvsidabrio tankis T_0 = 273 K temperatūroje, $t = T - T_0$, T – temperatūra, α - gyvsidabrio tūrinis plėtros koeficientas.



21a pav.



21b pav.

Vandenilio tūris gali būti išreikštas taip:

$$V_i = S\,(H - h_i),$$

čia S – vamzdelio skerspjūvio plotas.

Užrašykime Mendelejevo – Klapeirono lygtį vandeniliui 21b pav. pavaizduotos pV diagramos taškams 0, 1, 2, 3:

$$0:\ (p_0 - \rho_0 g h_0)S(H - h_0) = \frac{m}{M}RT_0, \qquad (1)$$

$$1:\ (p_1 - \rho_1 g h_1)S(H - h_1) = \frac{m}{M}RT_1, \qquad (2)$$

$$2:\ (p_2 - \rho_2 g h_2)S(H - h_2) = \frac{m}{M}RT_2, \qquad (3)$$

čia

$$p_2 = p_1\frac{T_2}{T_0}, \qquad \rho_1 = \frac{\rho_0}{1+\alpha(T_2 - T_0)} \approx \rho_0(1-\alpha(T_2 - T_0)). \qquad (4)$$

Izochoriniam procesui galime užrašyti:

$$3:\ (p_2 - \rho_2 g h_3)S(H - h_3) = \frac{m}{M}RT_3, \qquad (5)$$

kur

$$\rho_2 = \rho_0(1-\alpha(T_3 - T_0)), \quad o \quad T_3 = T_2\frac{V_3}{V_2} = T_2\frac{H - h_3}{H - h_2}, \qquad (6)$$

nes procesas izobarinis.

Gavome lygčių sistemą su nežinomaisiais H, m, T_2, T_3, p_2.

Iš lygčių (1) ir (2) randame H ir m:

$$\frac{p_0 - \rho_0 g h_0}{p_1 - \rho_1 g h_1} = \frac{H - h_1}{H - h_0},$$

$$H = \frac{h_0(p_0 - \rho_0 g h_0) - h_1(p_1 - \rho_0 g h_1)}{p_0 - p_1 - \rho_0 g(h_0 - h_1)} \approx 1{,}3\ m,$$

$$m = \frac{M}{RT}(p_0 - \rho_0 g h_0)S(H - h_0) \approx 2{,}11\cdot 10^{-6}\ kg.$$

Iš (3) ir (4) lygčių rasime T_2 ir p_2.

Jeigu pirmu artėjimu neatsižvelgsime į gyvsidabrio tankio mažą kitimą jį šildant, gausime:

$$T_2 = \frac{\rho_0 g h_2 S(H - h_2)}{\dfrac{p_1 S(H - h_2)}{T_0} - \dfrac{m}{M}R} \approx 364\ K, \qquad p_2 = p_1\frac{T_2}{T_0} \approx 1{,}067\cdot 10^5\ Pa.$$

Sprendimas gerokai pasunkėja, kai atsižvelgiame į gyvsidabrio tankio kitimą. Šiuo atveju iš (3) ir (4) lygčių gauname:

$$\{p_1\frac{T_2}{T_0} - \rho_0 g h_2[1-\alpha(T_3 - T_0]\}S(H - h_2) = \frac{m}{M}RT_2,$$

iš kur gauname

$$T_2 = \frac{\rho_0 g h_2 S(H - h_2)(1+\alpha T_0)}{\dfrac{p_1}{T_0}S(H - h_2) + \alpha\rho_0 g h_2 S(H - h_2) - \dfrac{m}{M}R} \approx 359\ K.$$

Slėgis p_2 pasikeis neženkliai:

$$p_2 = p_1\frac{T_2}{T_0} \approx 1{,}05\cdot 10^5\ Pa.$$

Kad galėtume nustatyti vandenilio slėgį p galinėje būsenoje

$$p = p_2 - \rho_0 g h_0 (1 - \alpha(T_3 - T_0)),$$

turime nustatyti temperatūrą T_3. Tam tikslui pasinaudosime (5) ir (6) lygtimis:

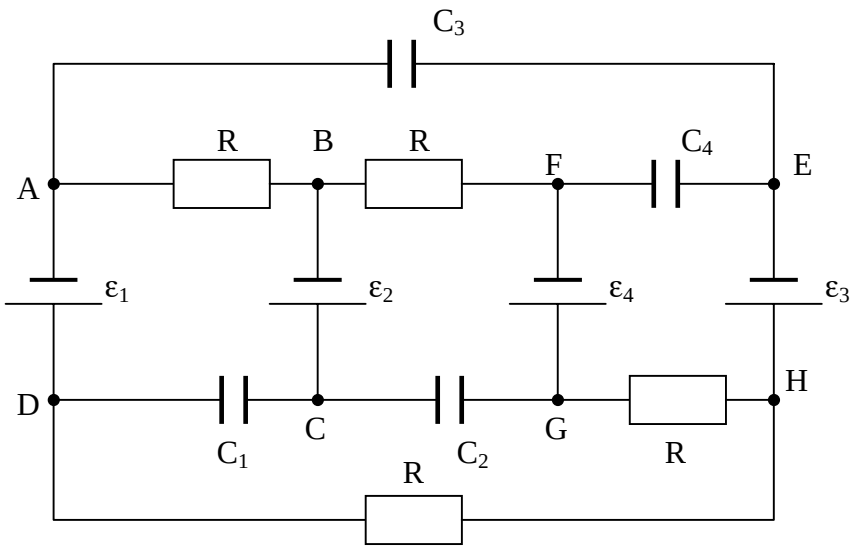
$$\{p_2 - \rho_0 g h_3 [1 - \alpha(T_3 - T_0)]\} S(H - h_3) = \frac{m}{M} R T_2 \frac{H - h_3}{H - h_2},$$

$$T_3 = \frac{\frac{m}{M} R T_2 \frac{1}{H - h_2} - p_2 + \rho_0 g h_3 S + \rho_0 g h_3 S \alpha T_0}{\rho_0 g h_3 \alpha S} \approx 546\ K.$$

Įrašę gautą T_3 vertę į (7) išraišką, randame $p \approx 4{,}8 \cdot 10^4$ Pa.

Taigi pirmasis artėjimas, kai buvo neatsižvelgta į gyvsidabrio tankio pokytį, yra pakankamai korektiškas, nes patikslintos T_2 ir p vertės skiriasi 1 – 2 %.

22. 8 pav. lygiavertė elektrinė schema pavaizduota 22 pav. Iš jos paaiškėja, kad per šaltinius ε_2 ir ε_3 srovė neteka, nes taškuose C ir E



22 pav.

prie šių šaltinių prijungti tik kondensatoriai.

Srovė gali tekėti tik kontūru ABFGHDA. Srovės stipris šiame kontūre

$$I = \frac{\varepsilon_4 - \varepsilon_1}{4R}.$$

Čia R – vieno rezistoriaus varža. Kiekvieno rezistoriaus įtampa

$$U_R = IR = \frac{\varepsilon_4 - \varepsilon_1}{4R} \cdot R = \frac{\varepsilon_4 - \varepsilon_1}{4}.$$

Visų kondensatorių elektrinio lauko energija

$$W = \frac{C_1 U_{C1}^2}{2} + \frac{C_2 U_{C2}^2}{2} + \frac{C_3 U_{C3}^2}{2} + \frac{C_4 U_{C4}^2}{2} = \frac{C}{2}(U_{C1}^2 + U_{C2}^2 + U_{C3}^2 + U_{C4}^2).$$

Įtampas U_{C1}, U_{C2}, U_{C3}, U_{C4} nustatysime pasinaudodami Kirchhofo taisyklėmis uždaroms grandinėms ABCDA, BFGCB, AC_3EHDRA, FEHGF:

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = U_R + U_{C1} \Rightarrow U_{C1} = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_4 - \varepsilon_1}{4},$$

$$\varepsilon_4 - \varepsilon_2 = U_R + U_{C2} \Rightarrow U_{C2} = \varepsilon_4 - \varepsilon_2 - \frac{\varepsilon_4 - \varepsilon_1}{4},$$

$$\varepsilon_3 - \varepsilon_1 = U_R + U_{C3} \Rightarrow U_{C3} = \varepsilon_3 - \varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_4 - \varepsilon_1}{4},$$

$$\varepsilon_4 - \varepsilon_3 = U_R + U_{C4} \Rightarrow U_{C4} = \varepsilon_4 - \varepsilon_3 - \frac{\varepsilon_4 - \varepsilon_1}{4}.$$

Įrašę skaitines vertes apskaičiuojame, kad U_{C1}=1 V, U_{C2}=5 V, U_{C3}=5 V, U_{C4}=1 V, W=$2{,}6 \cdot 10^{-5}$ J.

H ir B taškus sujungus trumpai, grandinės dalimi BFGH tekės srovė

$$I' = \frac{\varepsilon_4}{2R}.$$

Kondensatoriaus C_2 krūvis

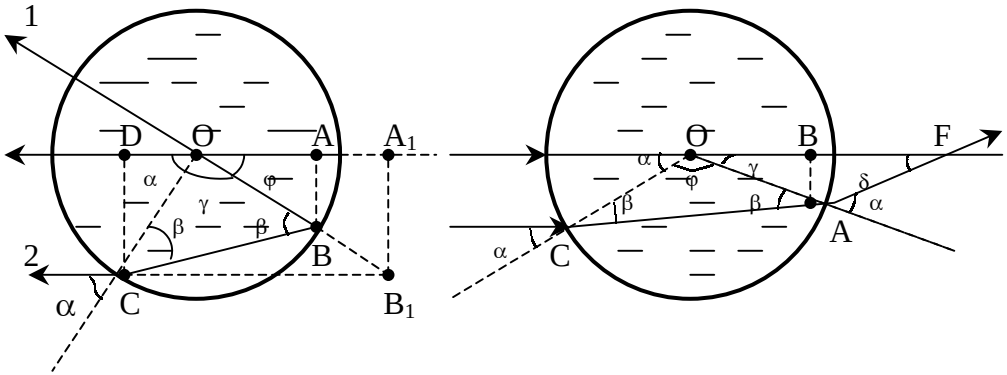
$$q_2 = C_2 U_{C2}'.$$

Čia $U_{C2}' = \varepsilon_2 - I'R = \varepsilon_2 - \varepsilon_4/2$, $q_2 = C_2(\varepsilon_2 - \varepsilon_4/2)$. Įrašę skaitines vertes apskaičiuojame, kad $q_2 = 0$, t.y. kondensatoriaus C_2 krūvis šiuo atveju lygus nuliui.

23. Žiūrint į žuvytę bus matomi du jos atvaizdai. Pirmasis atvaizdas gaunamas šviesos spinduliais, sklindančiais nuo žuvytės į stebėtoją per vieną laužiamąjį paviršių „vanduo – oras“ (į lūžį stikle neatsižvelgiame). Antrasis atvaizdas gaunamas šviesos spinduliais, atsispindėjusiais nuo plokščiojo veidrodžio ir sklindančiais per akvariumą. Šiuo atveju akvariumas yra rutulinis lęšis, pro kurį žiūrima į plokščiojo veidrodžio sukurtą žuvytės atvaizdą.

Surasime pirmojo žuvytės atvaizdo slinkimo greitį.

Tegul žuvytė per mažą laiko tarpą Δt pasislinko palei akvariumo sienelę iš taško A į tašką B (23a pav.). Surasime jos atvaizdo poslinkį. Tam tikslui rasime žuvytės atvaizdo padėtį, pasirinkę 2 spin-



23a pav.

23b pav.

dulius.

Šviesos spindulys 1, sklindantis iš taško B ir einantis per sferinio akvariumo centrą O, išeis iš akvariumo nelūžęs. Spindulys 2 lūžta riboje „akvariumas – oras“ ir išeina lygiagrečiai su tiese, einančia per taškus A ir O. Kai žuvytė yra taške B, tai jos atvaizdas gaunamas spindulių 1 ir 2 tęsinių susikirtimo taške B_1. Žuvytės atvaizdo slinkimo greitis iš taško A_1 į tašką B_1

$$v_1 = A_1B_1 / \Delta t.$$

Atvaizdo poslinkį A_1B_1 galima išreikšti tikruoju žuvytės poslinkiu AB, ir tuomet jos tikrasis greitis $v = AB / \Delta t$ ir santykinis greitis $v_1 / v = A_1B_1 / AB$.

Kai kampai φ ir α yra maži, tada $AB \approx R\varphi$, $A_1B_1 = DC \approx R\alpha$. Čia R – sferinio akvariumo radiusas. Tada

$$v_1 / v = A_1B_1 / AB = \alpha / \varphi.$$

Kadangi kampas $\gamma = 180^0 - 2\beta = 180^0 - \alpha - \varphi$, tai $\varphi = 2\beta - \alpha$ ir

$$\frac{v_1}{v} = \frac{\alpha}{2\beta - \alpha} = \frac{\alpha / \beta}{2 - \alpha / \beta}.$$

Mažoms kampų α ir β vertėms $\alpha / \beta \approx \sin\alpha / \sin\beta = n$. Tada

$$\frac{v_1}{v} = \frac{n}{2 - n}.$$

Kai n = 4/3, gaunama: $v_1 / v = 2$. Žuvytės atvaizdo slinkimo greičio vektorius $\vec{v}_1$ nukreiptas ta pačia linkme kaip ir žuvytės greičio vektorius $\vec{v}$.

Toliau surasime antrojo atvaizdo slinkimo greitį v_2. Iš pradžių nustatysime akvariumo kaip rutulinio lęšio židinio nuotolį. Tam tikslui į sferinį akvariumą nukreipsime du spindulius (23b pav.). Vienas spindulys sklinda per centrą O nepakeisdamas krypties. Antrasis spindulys, krintantis lygiagrečiai su pirmuoju kampu α į akvariumo paviršių, lūžta kampu β tarp dviejų terpių „oras – vanduo“ (taške C) ir „vanduo – oras“ (taške A). Nukrypęs nuo pirminės linkmės, antrasis spindulys, išėjęs iš akvariumo, susikerta su pirmuoju taške F, kuris yra šio rutulinio lęšio židinys. Surasime židinio nuotolį f = BF.

Kai kampai γ ir δ maži, tai AB ≈ BF δ ir AB ≈ OB γ. Kadangi OB ≈ R, tai f δ = Rγ ir f = Rγ / δ. Iš trikampio AOF turime: δ = α - γ. Kadangi γ = 2β - α, tai δ = 2α - 2β. Tada

$$f = R\frac{2\beta - \alpha}{2\alpha - 2\beta} = R\frac{2 - \alpha/\beta}{2(\alpha/\beta - 1)}$$

Kampai α ir β yra atitinkamai spindulio kritimo ir lūžio kampai ties riba "oras – vanduo". Mažoms α ir β vertėms $\alpha/\beta \approx sin\alpha/sin\beta = n$. Tada

$$f = R\frac{2 - n}{2(n - 1)}.$$

Įrašius vandens lūžio rodiklio vertę n = 4/3, gaunama f = R.

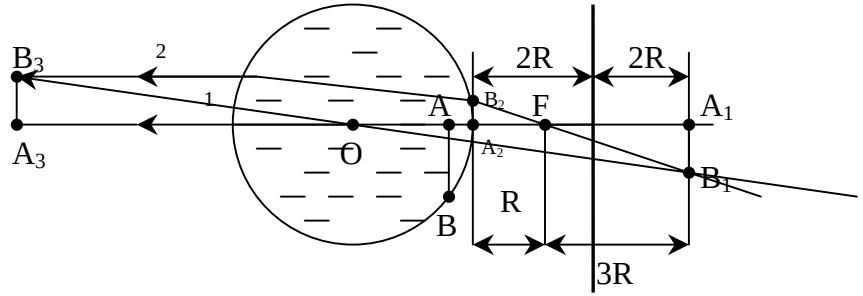
Taigi rutulinio akvariumo su vandeniu židinys yra atstumu R nuo jo paviršiaus arba atstumu 2R nuo jo centro.

Nagrinėjant žuvytės atvaizdą, gaunamą plokščiuoju veidrodžiu kaip tikrąjį objektą, surasime jo atvaizdą spinduliams perėjus akvariumą.

Taško B_1 atvaizdui gauti panaudosime du spindulius, kurių vienas sklinda per sferos centrą O, o antrasis – per židinį F (23c pav.). Spindulys 1 pereina per akvariumą nepakeitęs linkmės, o spindulys 2 išeina iš akvariumo lygiagrečiai su pirmuoju spinduliu. Taško B_1 atvaizdas gaunamas šių spindulių sankirtos taške B_3.

Panaudojant 23c pav. galima nustatyti sąsają tarp tikrojo žuvytės slinkimo AB akvariume ir jos atvaizdo prieš akvariumą slinkimo A_3B_3.

Atsispindint šviesai plokščiajame veidrodyje, galioja lygybė A_1B_1 = AB. Iš trikampių FA_2B_2 ir FA_1B_1 panašumo gaunama:



23c pav.

$$\frac{A_2B_2}{A_1B_1} = \frac{R}{3R} = \frac{1}{3}.$$

$$A_2B_2 = \frac{A_1B_1}{3} = \frac{AB}{3}.$$

Skaičiavimai, analogiški pirmajam atvejui, rodo, kad A_3B_3 / A_2B_2 = 2. Todėl A_3B_3=
= 2 A_2B_2 = 2 AB / 3. Tokiu būdu antrojo žuvytės atvaizdo slinkimo greitis

$$v_2 = \frac{A_3B_3}{\Delta t} = \frac{2}{3}\frac{v\Delta t}{\Delta t} = \frac{2}{3}v$$

yra priešingos linkmės, negu žuvytės slinkimo greitis

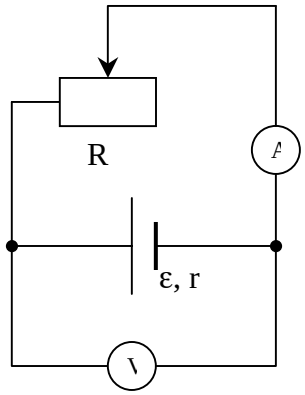
$$v_2 = -\frac{2}{3}v.$$

Santykinis greitis, kuriuo tols abu žuvytės atvaizdai vienas nuo kito, bus lygus:

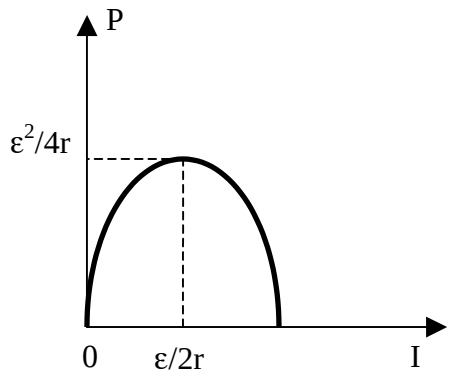
$$v_{sant} = v_1 - v_2 = 2v + \frac{2}{3}v = \frac{8}{3}v.$$

24. Eksperimento užduotis atlikti galima sujungus grandinę pagal 24a pav. schemą ir reostatu keičiant išorinės grandinės varžą R. Srovės stiprio I, įtampos U ir naudingosios galios P = UI matavimo rezultatai surašomi į lentelę. Naudingoji galia šiuo atveju susideda iš reostate ir ampermetre sunaudojamos galios. Teorinė P = f(I) priklausomybė grafiškai gali būti pavaizduota parabole (24b pav.), nes naudingosios galios priklausomybė nuo srovės stiprio išreiškiama formule

$$P = IU = I(\varepsilon - Ir) = I\varepsilon - I^2 r.$$



24a pav.



24b pav.

Nustatysime, kokiai srovės stiprio vertei esant ši funkcija yra ekstremali: $P_I' = \varepsilon - 2Ir = 0$,

t.y. $I = \varepsilon / 2r$,

o $P_I'' = -2r < 0$

rodo, kad tai funkcijos maksimumas. Taigi didžiausia galia pasiekiama, kai srovės stipris I = ε / 2r. Galia šiuo atveju esti lygi

$$P_{max} = \frac{\varepsilon}{2r}\left(\varepsilon - \frac{\varepsilon}{2}\right) = \frac{\varepsilon^2}{4r}.$$

Naudingoji galia esti didžiausia, kai išorinės grandinės varža lygi šaltinio vidinei varžai: R = r. Tuomet srovės stipris

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{\varepsilon}{2r}.$$

Pagal grafiką nustatę didžiausią naudingąją galią P_{max} ir ją atitinkančios srovės stiprį I, galime apskaičiuoti srovės šaltinio vidinę varžą r ir elektrovarą:

$$P_{max} = I_{max}^2 r, \qquad r = P_{max} / I_{max}^2;$$

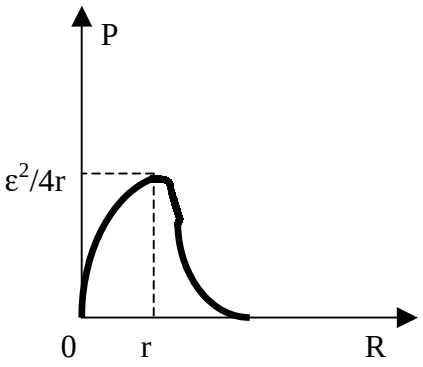
$$\varepsilon = 2I_{max} r = 2I_{max} P_{max} / I_{max}^2 = 2P_{max} / I_{max}.$$

Pasinaudojant P = f(I) grafiku nesunku nubraižyti ir kitus užduotyje reikalaujamus grafikus.

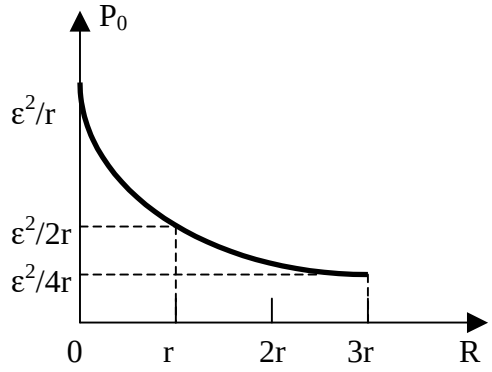
a) Naudingosios galios priklausomybės nuo išorinės grandinės varžos grafikas pateiktas 24c pav. Ši priklausomybė gali būti apskaičiuota taip:

$$P = I^2 R = \frac{\varepsilon^2 R}{(R+r)^2} = \frac{\varepsilon^2}{R+r} \cdot \frac{R}{R+r} = \frac{\varepsilon^2}{R+r} \cdot \frac{1}{1+r/R}.$$

Didžiausia galia pasirenkama, kai R = r ir ji lygi $P_{max} = \varepsilon^2/4r$.



24c pav.



24d pav.

b) Suminės galios P_0 priklausomybė nuo išorinės varžos R pavaizduota 24d pav. Ji išreiškiama taip:

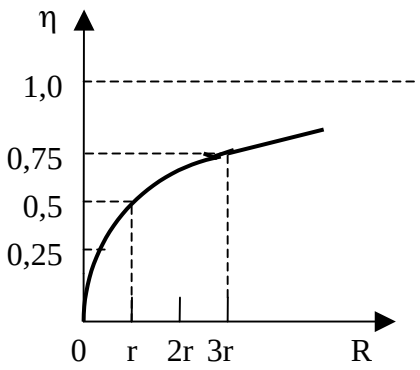
$$P_0 = I\varepsilon = \frac{\varepsilon}{R+r}\cdot\varepsilon = \frac{\varepsilon^2}{R+r}.$$

Didžiausią vertę suminė galia pasieks esant R = 0. Ji mažėja didėjant R.

c) Šaltinio naudingumo koeficientas η taip priklauso nuo išorinės grandinės varžos R:

$$\eta = \frac{P}{P_0} = \frac{\varepsilon^2 R(R+r)}{(R+r)^2\varepsilon^2} = \frac{R}{R+r} = \frac{1}{1+r/R}.$$

R didėjant nuo 0 iki verčių, daug didesnių už r, naudingumo koeficientas didėja nuo 0 iki 1 (24e pav.).



24e pav.

Reikia nepamiršti, kad naudojant įprastines baterijas negalima matuoti esant didelėms srovėms (kelių amperų dydžio), nes baterijų parametrai tekant jomis didelėms srovėms greitai kinta. (Be kitų priežasčių, tai susiję su baterijų šilimu).

VI tarptautinė fizikos olimpiada, 1972 m. (Rumunija)

Teorinių užduočių sprendimai

25. Pažymime cilindro ilgį l, masę m, išorinį spindulį R, antrojo ir trečiojo cilindro medžiagos tankį ρ, vidinio paviršiaus spindulį R_1.

Apskaičiuojame cilindrų inercijos momentus. Antrojo (vienalyčio) cilindro inercijos momentas

$$I_2 = l\rho\int_0^R 2\pi r\, r^2 dr = \frac{1}{2}l\rho\pi R^4 = \frac{1}{2}mR^2. \qquad (1)$$

Pirmojo cilindro inercijos momentas

$$I_1 = l\rho n\int_{R_1}^R 2\pi r\, r^2 dr = \frac{1}{2}l\rho n\pi(R^4 - R_1^4) =$$
$$= \frac{1}{2}l\rho\pi n(R^2 - R_1^2)(R^2 + R_1^2) = \frac{1}{2}m(R^2 + R_1^2). \qquad (2)$$

Bet cilindrų masės lygios

$$l\rho\pi n(R^2 - R_1^2) = l\rho\pi R^2, \qquad (3)$$

todėl

$$R_1^2 = \frac{n-1}{n}R^2. \qquad (4)$$

(4) išraišką įrašę į (2), gauname

$$I_1 = \frac{1}{2}m\frac{2n-1}{n}R^2. \qquad (5)$$

Jeigu trinties tarp skysčio ir sienelių nėra, skysčiu užpildyta cilindro dalis nesisuka. Tokiu pat būdu

$$I_3 = \frac{1}{2}m\frac{1}{n}\frac{2n-1}{n}R^2. \qquad (6)$$

Apskaičiuojame pagreitį. Iš energijos tvermės dėsnio, kai cilindras pradiniu momentu nejuda

$$\frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2 = mgh, \qquad (7)$$

čia I – cilindro inercijos momentas, v – cilindro linijinis greitis, ω - cilindro kampinis greitis, h – cilindro padėties aukščio pokytis. Iš kinematikos

$$h = \frac{1}{2} a \sin\alpha t^2,$$
$$a = \varepsilon R, \qquad (8)$$
$$\varepsilon t = \omega,$$
$$v = \omega R.$$

Čia ε - kampinis pagreitis. Eliminavę h, ε, ω ir v, iš (7) formulės gauname išraišką pagreičiui, kai cilindras rieda nuo nuožulniosios plokštumos neslysdamas

$$a = \frac{R^2 mg \sin\alpha}{I + mR^2}. \qquad (9)$$

Mūsų atveju

$$a_j = \frac{R^2 mg \sin\alpha}{I_j + mR^2}, \quad j = 1, 2, 3. \qquad (10)$$

Iš uždavinio sąlygos aišku, kad $n \geq 1$, todėl $I_1 \geq I_2 \geq I_3$. Iš to aiškėja, kad $a_3 \geq a_2 \geq a_1$.

Cilindras rieda neslysdamas, jeigu

$$a \leq \varepsilon_{\max} R. \qquad (11)$$

Kadangi maksimalus kampinis pagreitis su rimties trinties jėga susietas taip

$$\varepsilon_{\max} I = \mu mgR \cos\alpha, \qquad (12)$$

tai iš (8), (9) ir (12) formulių aišku, kad cilindras riedėdamas nuo nuožulniosios plokštumos neslysta, jeigu

$$tg\alpha \leq \mu(1 + \frac{mR^2}{I}). \qquad (13)$$

Kiekvienu atveju kritimo kampo vertę nusakys lygybė

$$\alpha_j = arctg\{\mu(1 + \frac{mR^2}{I_j})\}, \quad j = 1, 2, 3. \qquad (14)$$

Mažiausia iš α_j ir bus ieškomoji plokštumos pasvirimo kampo vertė, kurios neviršijus kiekvienas cilindras riedės neslysdamas. Kadangi didžiausią inercijos momentą turi pirmasis cilindras, maksimalus pasvirimo kampas, kai dar neslysta nė vienas iš cilindrų, yra

$$\alpha_1 = arctg\{\mu(1 + \frac{mR^2}{I_1})\}. \qquad (15)$$

Iš (12) formulės aišku, kad kampiniai pagreičiai, kai visi cilindrai rieda neslysdami,

$$\varepsilon_j = \frac{\mu mgR \cos\alpha_1}{I_j}, \quad j = 1, 2, 3. \qquad (16)$$

Kampinių pagreičių santykiai

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{n}{2n-1}, \quad \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} = \frac{1}{n}\frac{2n-1}{n}, \quad \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3} = n. \qquad (17)$$

Skysčio masė trečiame cilindre

$$m_s = \pi R^2 l \rho = \frac{n-1}{n} m. \qquad (18)$$

Kai šis cilindras slysta plokštuma nesisukdamas,

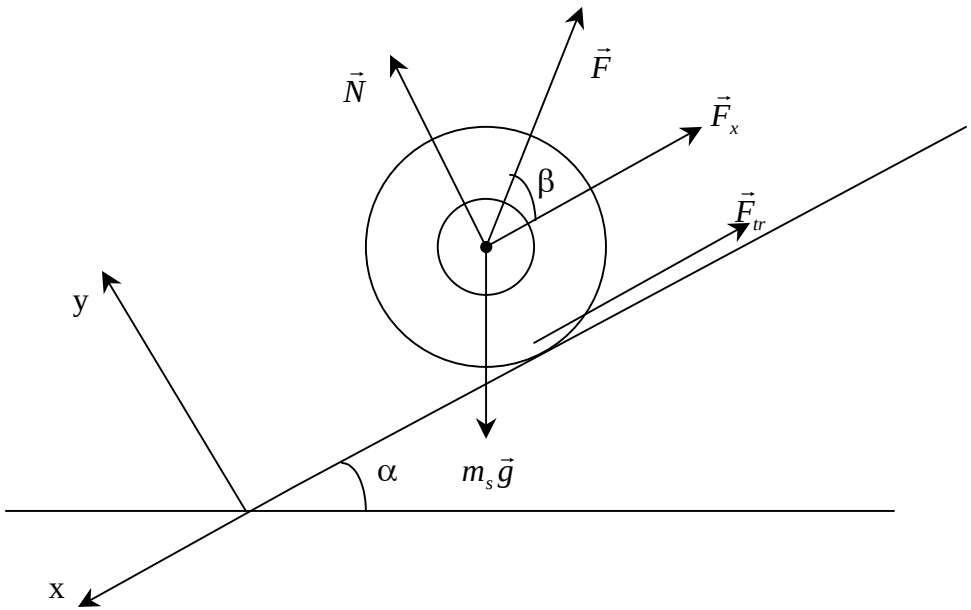
$$m_s g \sin\alpha - F_x = ma, \qquad (19)$$

$$N_y - m_s g \cos\alpha = 0. \qquad (20)$$

kaip matyti iš brėžinio, vektorius $\vec{N}$ neturi x komponentės

$$F = \sqrt{N_y^2 + F_x^2} \qquad (20)$$

ir



25 pav.

$F_x = \mu m_s g \cos\alpha$, $N_y = m_s g \cos\alpha$. (21)

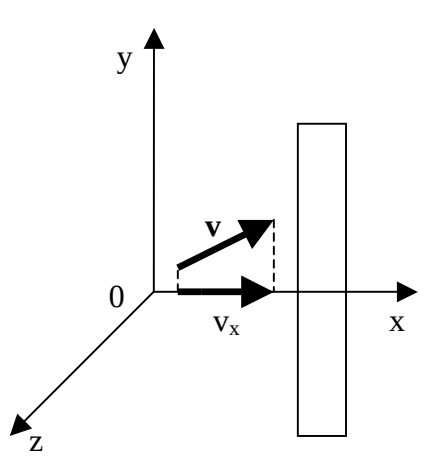
Iš (18), (20) ir (21) aišku, kad skysčio ir sienelių sąveikos jėgos didumas

$$F = m_s g\sqrt{1+\mu^2}\cos\alpha = \frac{n-1}{n} mg\sqrt{1+\mu^2}\cos\alpha. \qquad (22)$$

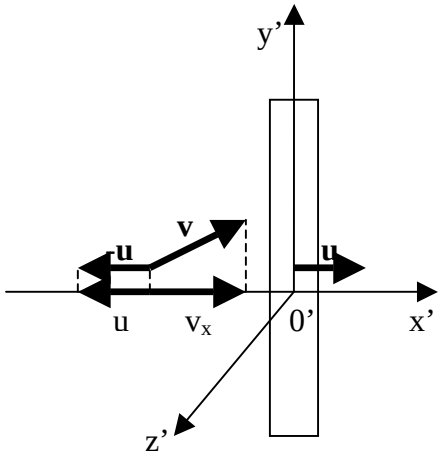
kampas, kurį sudaro vektorius $\vec{F}$ su x ašimi, yra $\gamma = \pi - \beta$, o kaip aiškėja iš brėžinio,

$$\beta = arcctg\mu. \qquad (23)$$

26. 1. Pažymėkime v molekulės greitį xyz koordinačių sistemoje, o v_x – greičio projekciją į Ox ašį, kuri statmena stūmokliui (26a pav.).



26a pav.



26b pav.

x'y'z' sistemoje, judančioje stūmoklio greičiu **u**, kaip parodyta 26b pav., molekulės greitis lygus **v' = v – u**. Molekulės greičio projekcija į ašį O'x' yra $v_x' = v_x - u$, o po tampraus smūgio į stūmoklį:

$$v_{x'}'' = -(v_x - u) = u - v_x.$$

Tuo tarpu nejudančioje koordinačių sistemoje xyz atšokusios molekulės greičio projekcija

$$v_x'' = 2u - v_x.$$

Prie stūmoklio artėjančių molekulių greičio kvadratas išreiškiamas taip: $v_0^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$,

o atšokusių nuo stūmoklio:

$$v^2 = (v_x'')^2 + v_y^2 + v_z^2.$$

Molekulės kinetinės energijos pokytis dėl susidūrimo su stūmokliu:

$$\Delta E_k = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \frac{m}{2}[(2u - v_x) + 2v_x^2 - 3v_x^2] = \qquad (1)$$
$$= 2mu^2 - 2muv_x.$$

Molekulių šiluminio judėjimo greitis v yra daug didesnis nei stūmoklio judėjimo greitis u ($v_x >> u$), todėl $\Delta E_K \approx -2muv_x$.

Per laiko tarpą Δt su stūmokliu, kurio plotas S, susidurs Z molekulių:

$$Z = \frac{1}{2} n \left| v_x - u \right|_{vid} \Delta t S,$$

kur n – molekulių koncentracija, $\left| v_x - u \right|_{vid}$ - greičių v_x ir u skirtumo vidutinė vertė.

Iš to aiškėja, kad per laiko tarpą Δt dujų vidutinė energija pakis dydžiu

$$\Delta U = \Delta E_K Z = -2muv_x \frac{1}{2} n \left| v_x - u \right|_{vid} S\Delta t = -nmS\overline{v_x^2} u\Delta t = -\frac{1}{3} nmS\overline{v^2} u\Delta t. \quad (3)$$

Dėl v_x, v_y ir v_z lygiavertiškumo $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = 3v_x^2$.

Tūrio V dujų pilnoji energija

$$U = nV \frac{m\overline{v^2}}{2}. \quad (4)$$

Iš (3) ir (4) lygybių gauname:

$$\frac{\Delta U}{U} = -\frac{2}{3} \frac{Su\Delta t}{V}.$$

Kadangi tūrio pokytis ΔV = SuΔt, tai

$$\frac{\Delta U}{U} + \frac{2}{3} \frac{\Delta V}{V} = 0. \quad (5)$$

Perėję prie nykstamai mažų pokyčių ir suintegravę (5) išraišką, gauname:

$$\ln U + \frac{2}{3} \ln V = const, \ arba \ UV^{2/3} = const.$$

Kadangi idealiųjų dujų vidinė energija yra tiesiai proporcinga jų temperatūrai:

$$U = \frac{2}{3} \frac{m}{M} RT, \ tai \ ir \ TV^{2/3} = const,$$

ką ir reikėjo įrodyti.

2. Pažymėkime pradinius argono slėgį, tūrį ir temperatūrą p_1, V_1, T_1, o galinius – p_2, V_2 ir T_2. Pagal sąlygą $V_2 = 8V_1$. Jeigu deguonies tankis padidėjo 2 kartus, jo tūris sumažėjo 2 kartus, t.y. $V = V_B / 2$, nes cilindro B temperatūra buvo pastovi.

Dujų tūrių abiejuose cilindruose suma lieka pastovi ($V_A + V_B$ = const.), todėl

$$V_1 + V_B = V_2 + V_B/2 = 8V_1 + V_B/2,$$

o iš čia

$$V_1 = V_B / 14, \quad V_1 = 0{,}396 \text{ m}^3,$$
$$V_2 = 8V_1, \quad V_2 = 3{,}166 \text{ m}^3.$$

Pagal pirmoje uždavinio sprendimo dalyje gautą sąryšį:

$$T_1 V_1^{2/3} = T_2 V_2^{2/3},$$

o iš čia

$$T_1 / T_2 = (V_2 / V_1)^{2/3} = (8V_1 / V_1)^{2/3} = 4,$$

t.y. adiabatiškai padidėjus tūriui 8 kartus, temperatūra sumažėjo 4 kartus. Kadangi šilumos mainai su aplinka nevyksta, vidinė dujų energija mažėja tik atliekant darbą:

$$A = -\Delta U = \frac{2}{3} \frac{m}{M} R(T_1 - T_2).$$

Tuo pat metu cilindre B išsiskiria ir yra perduodamas termostatui šilumos kiekis Q=A (dujų vidinė energija nekinta, nes nekinta jų temperatūra), todėl

$$Q = -\Delta U = \frac{2}{3} \frac{m}{M} R(T_1 - T_2).$$

Pagal sąlygą $T_1 = 4T_2$, todėl:

$$T_1 = \frac{8}{9}\frac{QM}{mR}, \quad T_2 = \frac{2}{9}\frac{QM}{mR}.$$

Įrašę reikšmes gauname $T_1 = 1000$ K, $T_2 = 250$ K.

Pagal Mendelejevo – Klapeirono lygtį rasime ieškomus slėgius p_1 ir p_2:

$$p_1 = \frac{mRT_1}{V_1 M} = \frac{8Q}{9V_1} = \frac{112Q}{9V_B} = 16{,}8 \cdot 10^6\, Pa;$$

$$p_2 = \frac{mRT_2}{V_2 M} = \frac{2Q}{9V_2} = \frac{7Q}{18V_B} = 5{,}25 \cdot 10^5\, Pa.$$

3) Atsukus čiaupą abiejuose cilindruose nusistovės T = 300 K temperatūra. Pagal Daltono dėsnį dujų mišinio slėgis bus lygus argono ir deguonies dalinių slėgių sumai:

$$p = p_{Ar} + p_{O2},$$

$$p_{Ar} = \frac{mrT}{M(V_1 + V_B)} = \frac{mRT}{M(V_1/14 + V_B)} = \frac{14}{15}\frac{mRT}{MV_B} \approx 3{,}36 \cdot 10^5\, Pa.$$

Deguonis plečiasi, tačiau jo temperatūra proceso pradžioje ir pabaigoje yra vienoda, todėl:

$$p_2 \frac{V_B}{2} = p_{O2}(V_1 + V_B) = p_{O2}(V_B + V_B/14) = \frac{15}{14} V_B p_{O2}.$$

Nusistovėjus pusiausvyrai pradinis deguonies slėgis buvo lygus galiniam argono slėgiui p_2:

$$p_{O2} = \frac{7}{15} p_2 = 2{,}45 \cdot 10^5\, Pa.$$

Galutinai:

$$p = p_{Ar} + p_{O2} = 5{,}81 \cdot 10^5\, Pa.$$

27. Jėga, priverčianti skystį tarp kondensatoriaus plokštelių pakilti į tam tikrą aukštį, atsiranda dėl elektrinio lauko nevienalytiškumo ties kondensatoriaus plokštelių kraštais.

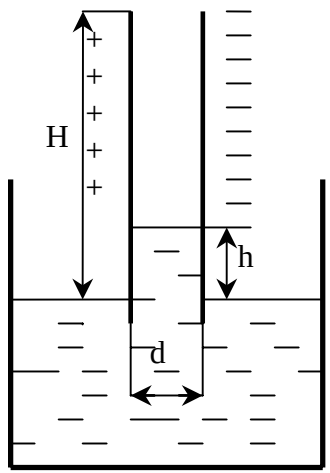
Skystis poliarizuojasi, o kiekvieną bipolį veikia jėga, kuri nukreipta lauko stiprėjimo kryptimi, t.y. į kondensatoriaus vidų. Kondensatoriaus plokštelių krūvis

$$Q_0 = C_0 U_0$$

šiuo atveju nekinta, nes kondensatorius yra atjungtas nuo srovės šaltinio.

Skysčiui pakilus į aukštį h tarp plokštelių (27 pav.), suminis plokštelių krūvis išlieka nepakitęs, o elektrinė talpa tampa lygi

$$C = C_1 + C_2 = C_0 \varepsilon \cdot \frac{h}{H} + C_0 \cdot \frac{H-h}{H},$$



27 pav.

jei H – kondensatoriaus plokštelių aukštis. Tokio kondensatoriaus elektrinio lauko energija kartu su pakilusio skysčio potencine energija lygi

$$W = \frac{Q_0^2}{2C} + \frac{mgh}{2} = \frac{Q_0^2}{2C_0[\varepsilon h/H + (H-h)/H]} + \frac{\rho lhdgh}{2} = \frac{Q_0^2 H}{2C_0[H + h(\varepsilon - 1)]} + \frac{\rho gldh^2}{2}.$$

Čia d – atstumas tarp plokštelių, l – plokštelių ilgis statmena brėžinio plokštumai kryptimi.

Nusistovėjus pusiausvyrai sistemos energija W(h) turi būti mažiausia.

Norėdami nustatyti funkcijos W(h) minimumą, apskaičiuosime išvestinę W'(h) ir prilyginsime ją nuliui:

$$W'(h) = -\frac{Q_0^2 H(\varepsilon - 1)}{2C_0[H + h(\varepsilon - 1)]^2} + \rho gldh = 0,$$

arba

$$h[H + h(\varepsilon - 1)]^2 = \frac{Q_0^2 H(\varepsilon - 1)}{2C_0 \rho dgl}.$$

Pažymėkime h/H = α ir

$$\frac{Q_0^2(\varepsilon - 1)}{2C_0 \rho g} \cdot \frac{1}{dH^2 l} = \frac{W_0(\varepsilon - 1)}{\rho g d H^2 l} = \frac{W_0}{W_{\max}} \cdot \frac{\varepsilon - 1}{2} = A.$$

Čia $W_0 = Q_0^2 / 2C_0$, $W_{\max} = \rho g d l H^2 / 2$ - visą kondensatorių užpildančio skysčio potencinė energija.

Šiuos pažymėjimus įrašę į pastarąją lygybę, gauname kubinę lygtį α atžvilgiu:

$$\alpha[1 + \alpha(\varepsilon - 1)]^2 = A.$$

Esant nedidelėms α ir ε vertėms, apytikslis šios lygties sprendinys yra

$$\alpha = A.$$

Iš čia galutinai nustatome, kad

$$h = H \cdot \frac{W_0}{W_{\max}} \cdot \frac{\varepsilon - 1}{2} = \frac{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)E_0^2}{2\rho g}.$$

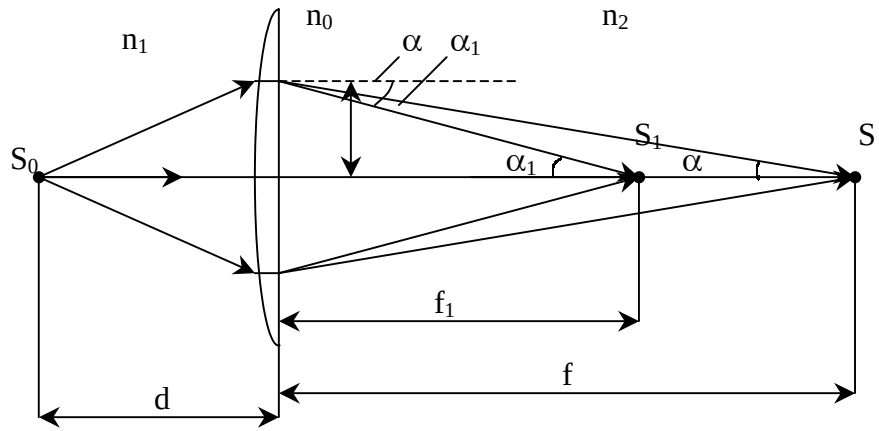
Tikslesnio sprendinio ieškoti nėra prasmės, nes netgi vandeniui, kurio ε = 81, tarę, kad $E_0 = 10^4$ V/m, apskaičiuojame:

$$h = \frac{(81 - 1) \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^8}{2 \cdot 10^3 \cdot 10} = 4 \cdot 10^{-6}\ m.$$

Matome, kad h vertė yra kur kas mažesnė negu skysčio pakilimo aukštis, sąlygojamas ir kitokių reiškinių. Taip pat aišku, kad visas kondensatorius neprisipildys skysčio.

28. 1) Jei dešinėje lęšio pusėje būtų oras, iš spinduolio S_0 sklindantys spinduliai, lūžę lęšyje, susikirstų taške S_1 atstumu f_1 nuo lęšio (28a pav.). Iš lęšio formulės

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F_1}$$



28a pav.

gaunama

$$\frac{F}{d} + \frac{F_1}{f_1} = 1. \qquad (1)$$

Kai dešinėje lęšio pusėje yra terpė, kurios lūžio rodiklis n_2, spinduolio S_0 atvaizdas pasislinks į tašką S, nutolusį nuo lęšio atstumu f.

Kad įrodytume užduoties sąlygoje pateiktą lygybę, reikia parodyti, jog

$$\frac{F_1}{f_1} = \frac{F_2}{f}.$$

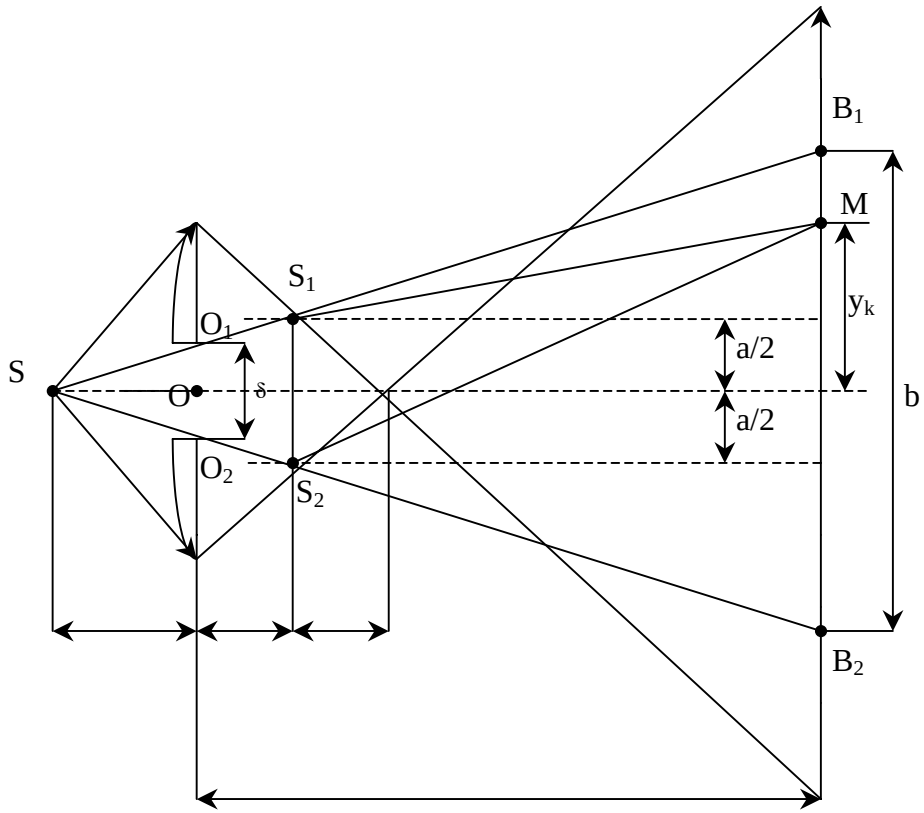
Užrašykime lūžio dėsnį abiem atvejais.

$$\frac{\sin\alpha_0}{\sin\alpha_1} = \frac{1}{n_0};\ \frac{\sin\alpha_0}{\sin\alpha} = \frac{n_2}{n_0}. \qquad (2)$$

Čia α_0 yra spindulio kritimo kampas į sandūrą „lęšis – oras“. Kai kampų α_0, α_1, α vertės yra mažos, $\sin\alpha \approx \alpha$. Tada išraiškos (2) užrašomos taip: $\alpha_1 = n_0\alpha_0;\ \alpha = \frac{n_0}{n_2}\alpha_0.$

Iš čia gaunama: $\alpha_1 = n_2\alpha.$ Kadangi $\alpha_1 = x/f_1,\ \alpha = x/f$, tai $f = n_2 f_1$.

Nagrinėjant spindulius, sklindančius lygiagrečiai su pagrindine optine ašimi, tokiu pat būdu įrodoma, kad $F_2=n_2F_1$. Tada $F_1/f_1=F_2/f$. Pastarąją išraišką įrašius į lygtį (1), gaunama:



28b pav.

$$\frac{F_1}{d} + \frac{F_2}{f} = 1.$$

Tai ir reikėjo įrodyti.

2) Perpjautu lęšiu gaunami du spinduolio S atvaizdai S_1 ir S_2 atstumu f nuo lęšio (28b pav.). Šie spinduoliai yra koherentiniai ir ekrane sukuria interferencijos vaizdą.

Atstumas $a = S_1S_2$ tarp spinduolio atvaizdų randamas iš trikampių SO_1O_2 ir SS_1S_2 panašumo.

$$\frac{a}{\delta} = \frac{d+f}{d};\quad a = \delta(1+\frac{f}{d}). \qquad (3)$$

Interferencijos vaizdas susidaro dėl sklindančiųjų iš S_1 ir S_2 koherentinių bangų užsiklojimo. Matomo interferencijos vaizdo plotis $b = B_1B_2$ nustatomas atsižvelgiant į trikampių SO_1O_2 ir SB_1B_2 panašumą.

$$\frac{b}{\delta} = \frac{l+d}{d};\ b = \delta(1+\frac{l}{d}). \qquad (4)$$

Surasime k – ojo maksimumo koordinatę y_k. Šiam maksimumui, susidariusiam ekrano taške M, galioja sąryšis:

$$S_2M - S_1M = k\lambda.$$

Čia λ yra šviesos bangos ilgis. Pažymėjus $S_1M = l_1$ ir $S_2M = l_2$ gaunama:

$$l_1^2 = (l-f)^2 + (y_k - \frac{a}{2})^2,$$

$$l_2^2 = (l-f)^2 - (y_k + \frac{a}{2})^2.$$

Iš antrosios lygties atėmus pirmąją gauname: $l_2^2 - l_1^2 = 2y_k a$, arba $(l_2 - l_1)(l_2 + l_1) = 2y_k a$. Iš čia

$$l_2 - l_1 = \frac{2y_k a}{l_2 + l_1}.$$

Tuo atveju, kai $y_k << (l - f)$, galima užrašyti: $l_2 + l_1 \approx 2(l-f)$. Tada

$$l_2 - l_1 \approx \frac{y_k a}{l - f};$$

$$a\frac{y_k}{l-f} = k\lambda; \quad y_k = \frac{k\lambda(l-f)}{a}.$$

Atstumas Δ tarp gretimų maksimumų

$$\Delta = y_k - y_{k-1} = \frac{k\lambda(l-f)}{a} - \frac{(k-1)\lambda(l-f)}{a} = \frac{\lambda(l-f)}{a}. \qquad (5)$$

Iš pastarosios formulės aiškėja, kad visi maksimumai yra išsidėstę vienodais atstumais vienas nuo kito. Todėl ieškomasis maksimumų skaičius

$$N = \frac{B_1B_2}{\Delta} = \frac{b}{\Delta}. \qquad (6)$$

Įrašius išraiškas (3), (4) ir (5) į (6) gaunama:

$$N = \frac{\delta(1+l/d)a}{\lambda(l-f)} = \frac{\delta^2(1+l/d)(1+f/d)}{\lambda(l-f)}.$$

Suprantama, kad interferencijos vaizdas gaunamas tada, kai l > f.

Iš lęšio formulės

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$$

galima išreikšti

$$f = \frac{Fd}{d-F}, \ arba \ \frac{f}{d} = \frac{F}{d-F}.$$

Tada

$$N = \frac{\delta^2}{\lambda}\frac{l+d}{l(d-F)-Fd}.$$

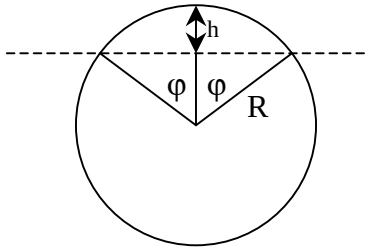
Čia $F = R/(n_0 - 1)$.

29. Iš karto galima pastebėti, kad su tokiomis priemonėmis galima nustatyti santykinį tankį tik kūnų, kurių vidutinis tankis mažesnis už vandens.

Vienalyčio cilindro, kurio medžiagos tankis ρ, masė

$$M = \pi R^2 H\rho, \qquad (1)$$

čia R – cilindro pagrindo spindulys, H – cilindro aukštis (29a pav.). Nevienalytis cilindras vandenyje plūduriuos gulsčias. Vandenyje panirusios pagrindo dalies plotas



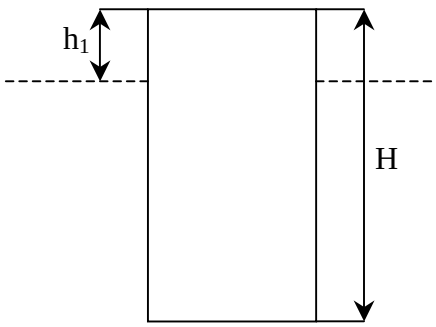
29a pav.

$$S_g = R^2(\pi - \arccos\frac{R-h}{R}) + (R-h)\sqrt{h(2R-h)}, \qquad (2)$$

čia h – aukštis vandenyje nepanirusios dalies. Nevienalyčio cilindro masė lygi išstumto vandens masei, todėl

$$\rho\pi H(R^2 - r^2) = \rho_0 H S_g. \qquad (3)$$

Vandens tankis čia pažymėtas ρ_0. Cilindro medžiagos tankį apskaičiuojame išmatavę vienalyčio cilindro dalies virš vandens aukštį h_1.



29b pav.

Iš brėžinio (29b pav.) matyti, kad

$$\rho\pi HR^2 = \rho_0 (H - h_1)\pi R^2 . \qquad (4)$$

Iš (4) formulės matyti, kad

$$\rho = \rho_0 \frac{H - h_1}{H}. \qquad (5)$$

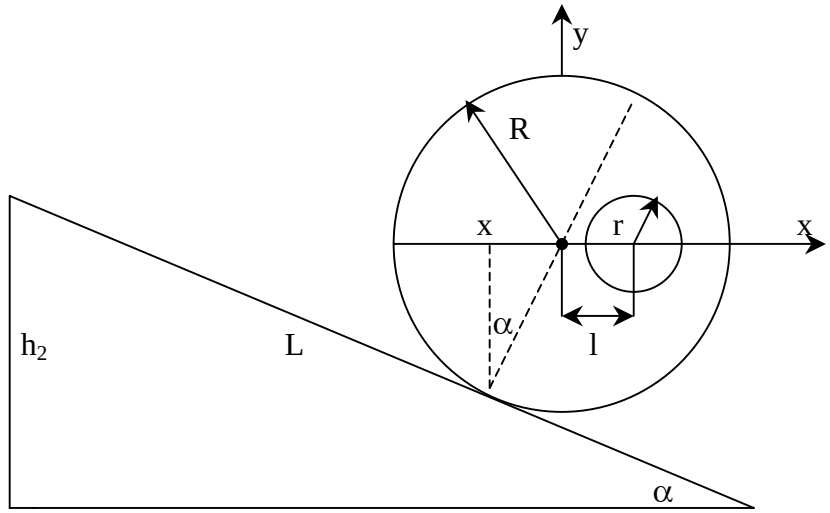
Dabar iš (3) formulės, panaudodami (5) išraišką, galime surasti cilindrinės ertmės spindulį

$$r = \sqrt{R^2 - \frac{S_g H}{\pi (H - h_1)}}. \qquad (6)$$

Tegul vienalyčiame spindulio R cilindre yra spindulio r ertmė (29c pav.). Tegul atstumas tarp cilindro ašies ir ertmės yra l. Masės centro padėtis tada

$$x_C = -\frac{lr^2}{R^2 - r^2}. \qquad (7)$$

Nevienalytis cilindras ims riedėti nuo nuožulniosios plokštumos, jeigu masės centro x koordinatė bus dešiniau atramos taško x koordinatės. Ribiniu atveju



29c pav.

$$R\sin\alpha = |x_C|. \qquad (8)$$

Iš (7) ir (8) formulių aišku, kad cilindrinės ertmės centras yra nutolęs nuo cilindro centro atstumu

$$l = \frac{(R^2 - r^2)R\sin\alpha}{r^2}, \qquad (9)$$

čia α - plokštumos nuolydžio kampas. Kad tokiu būdu būtų galima išmatuoti atstumą tarp cilindrų centrų, reikia, jog slydimo trinties koeficientas tarp cilindro ir tašelio μ tenkintų sąlygą $\mu \geq \mathrm{tg}\alpha$. Matome, kad reikalingiems dydžiams nustatyti turime išmatuoti h, h_1 ir kampą α. Tam tikslui išmatuojame tašelio ilgį L ir aukštį h_2, kiek mažiausiai reikia pakelti tašelio galą, kad nuo jo riedėtų nevienalytis cilindras. Tada $\alpha = arctg\frac{h_2}{L}$.

VII tarptautinė fizikos olimpiada, 1974 m. (Lenkija)

Teorinių užduočių sprendimai

30. Pagal Boro atomo modelį elektromagnetinės energijos kvantas spinduliuojamas (ar sugeriamas) vykstant šuoliui iš vienos stacionarios būsenos k į kitą būseną n:

$$E_k - E_n = h\nu_{kn} = hR(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}),$$

čia R – Rydbergo konstanta, h – Planko konstanta, E_k ir E_n – būsenų energijos, ν - išspinduliuoto (sugerto) kvanto dažnis. Vandenilio atomo jonizacijos energija yra lygi šuolio iš pagrindinės būsenos n = 1 į būseną k = ∞ energijai:

$$E_j = hR(\frac{1}{1} - 0) = hR. \qquad (1)$$

Kadangi pagal sąlygą vandenilio atomai yra pagrindinėje būsenoje, mažiausia sužadinimo energija E_s yra

$$E_{s\min} = E_2 - E_1 = hR(1 - \frac{1}{4}) = \frac{3}{4}hR.$$

Atsižvelgę į (1) gauname

$$E_{s\min} = \frac{3}{4}E_j. \qquad (2)$$

Atskaitos sistemoje, susietoje su atomų masės centru, abiejų atomų greičiai yra v/2. Pagal energijos tvermės dėsnį

$$2\frac{m}{2}(\frac{v}{2})^2 = E_k + E_s, \qquad (3)$$

čia E_k – atomų kinetinė energija po dūžio ($E_k \geq 0$). Dūžis bus tamprusis, jei

$$2\frac{m}{2}(\frac{v}{2})^2 < E_{s\min} = \frac{3}{4}E_j.$$

Taigi iš lygybės $\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{4}E_j$ ribinis greitis v_0, kurio neviršijus atomų dūžis bus tamprusis, yra

$$v_0 = \sqrt{\frac{3E_j}{4}}.$$

Įrašę skaitines vertes gauname $v_0 = 6{,}26 \cdot 10^4$ m/s.

Tegul vienas atomų juda greičiu v_0. Po netampraus dūžio sistema judės greičiu u, kurio vertę nustatome iš judesio kiekio tvermės dėsnio

$$mv_0 = 2mu, \quad u = v/2.$$

Spinduliavimo dažnius ν_1 ir ν_2, stebimus spinduliuojant atomų judėjimo kryptimi ir priešinga kryptimi, pagal Doplerio efektą gauname tokius:

$$\nu_1 = \nu_0(1 + \frac{u}{c}), \quad \nu_2 = \nu_0(1 - \frac{u}{c}),$$

čia ν_0 – nejudančios atomo spinduliavimo dažnis, c – šviesos greitis. Tada

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = 2\frac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_1 + \nu_2} = 2\frac{2u/c}{2} = \frac{2u}{c} = \frac{v_0}{c}.$$

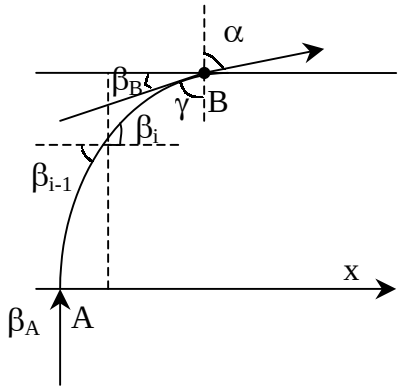
Įrašę skaitines vertes gauname

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_{vid}} = 2 \cdot 10^{-4} = 0{,}02\ \%.$$

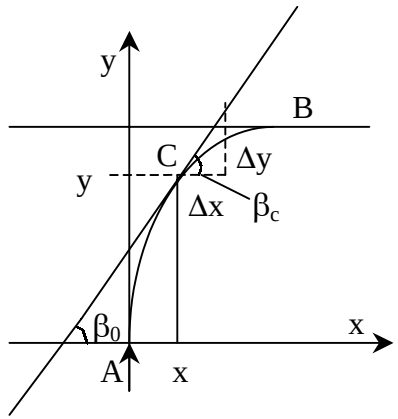
31. 1) Mintyse išskaidome plokštelę į labai plonus sluoksnius, statmenus ašiai Ax (31 pav.). Tarsime, kad lūžio rodiklis kiekvieno sluoksnio viduje yra pastovus. Pereidamas iš vieno sluoksnio į kitą, spindulys lūžta.

Užrašome lūžio dėsnį pereinant spinduliui iš sluoksnio (i – 1) į sluoksnį i:

$$\frac{\sin\beta_{i-1}}{\sin\beta_i} = \frac{n_i}{n_{i-1}}.$$



31a pav.



31b pav.

Užrašius tokias išraiškas gretimiems sluoksniams tarp A ir B ir sudauginus jas, gaunama:

$$n_A \sin\beta_A = n_B \sin\beta_B.$$

Kadangi pagal užduoties sąlygą $n_A = n_0$, $\beta_A = 90^0$, tai

$$n_0 = n_B \sin\beta_B.$$

Panagrinėsime lūžį ties riba „stiklas – oras“ taške B.

$$\frac{\sin\gamma}{\sin\alpha} = \frac{1}{n_B}.$$

Čia $\gamma = \beta_A - \beta_B = \pi/2 - \beta_B$. Tada $\sin\gamma = \cos\beta_B = (\sin\alpha)/n_B$. Iš čia $\sin\beta_B = \sqrt{1-(\sin^2\alpha)/n_B^2}$.

Iš (1) ir (2) gaunama:

$$n_0 = n_B\sqrt{1-(\sin^2\alpha)/n_B^2},$$

$$n_B = \sqrt{n_0^2 + \sin^2\alpha}.$$

Įrašius skaitines vertes gauname: $n_B = 1{,}3$.

2) Pagal užduoties sąlygą

$$n_B = \frac{n_0}{1 - x_B/R}.$$

Tada $x_B = R(1 - n_0/n_B)$; $x_B = 0{,}01m$.

3) Kaip buvo įrodyta punkte 1), taške C, kurio koordinatės yra x ir y (31b pav.), tenkinama lygybė:

$$n_C \sin\beta_C = n_0 \sin\beta_A = n_0. \qquad (3)$$

Todėl $\sin\beta_C = n_0/n_C$. Įrašius išraišką $n_C = \dfrac{n_0}{1 - x/R}$ į (3), gauna-ma: $\sin\beta_C = 1 - x/R$. Bet

$$\sin\beta_C = \frac{\Delta y}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}.$$

Tada

$$1 - \frac{x}{R} = \frac{\Delta y}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}.$$

Iš čia gauname:

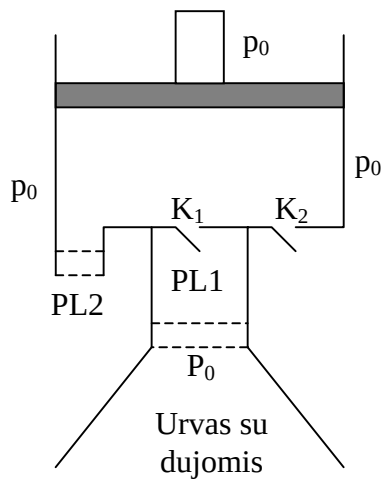
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{R - x}{\sqrt{R^2 - (R-x)^2}}, \quad \Delta y = \frac{R - x}{\sqrt{R^2 - (R-x)^2}}\Delta x.$$

Suintegravus pastarąją išraišką nuo 0 iki x_B, gaunama:

$$d = y_B = \int_0^{x_B} \frac{R-x}{\sqrt{R^2-(R-x)^2}}dx = \sqrt{R^2-(R-x)^2}\Big|_0^{x_B} = \sqrt{x_B(2R-x_B)};$$

$y_B = 0{,}05$ m.

32. Viena iš galimų variklio schemų pateikta 32a pav. Tokio variklio ciklą sudaro 4 taktai.



32a pav.

1 taktas: Sklendė K_1 atidaryta, sklendė K_2 uždaryta. Per plėvelę PL1 į cilindrą skverbiasi dujos iš olos, o per plėvelę PL2 – oras iš atmosferos. Slėgis cilindre lygus dujų ir oro dalinių slėgių sumai:

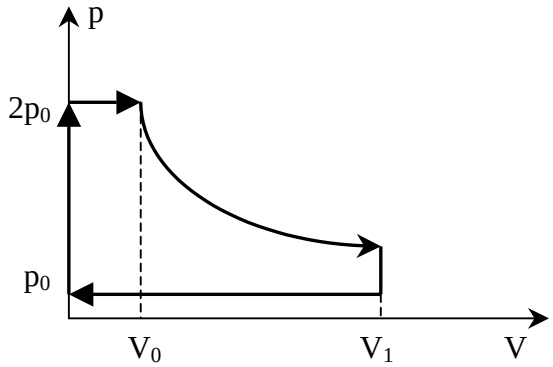
$$p = p_0 + p_0 = 2p_0.$$

Skirtingose cilindro pusėse oro ir dujų koncentracijos susilygina, o perteklinis slėgis stumia stūmoklį. Stūmokliui judant oro ir dujų koncentracija cilindre mažėja, todėl į cilindrą pro plėveles nuolat patenka oro ir dujų srautai. Ant stūmoklio uždėtas krovinys turi užtikrinti, kad jis judėtų lėtai ir praktiškai be pagreičio.

2 taktas: Sklendė K_1 uždaroma. Pamažu mažinamas krovinio svoris, dėl to dujos izotermiškai plečiasi, atlikdamos darbą.

3 taktas: Atidaroma sklendė K_2 ir slėgis cilindre susilygina su p.

4 taktas: Uždedame labai mažos masės svarelį ant stūmoklio, dėl kurio sukurto papildomo mažo slėgio stūmoklis nusileidžia. Taip užbaigiamas 32b pavaizduotas ciklas, kurį galima kartoti nuo 1 takto.



32b pav.

Atliktas naudingas darbas gali būti išreikštas taip:

$$A = p_0V_0 + \int_{V_0}^{V_1} p_0\frac{V_0}{V}dV = p_0V_0 + p_0V_0\ln\frac{V_1}{V_0} = p_0V_0(1+\ln\frac{V_1}{V_0}).$$

Tūriai V_1 ir V_0 teoriškai nėra apriboti, todėl atliekamas darbas ir variklio galingumas teoriškai irgi yra neriboti.

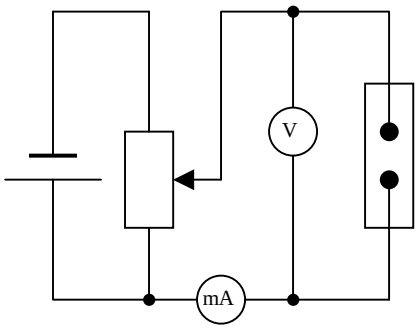
Eksperimentinių užduočių sprendimai

33. Sujungus 33a pav. schemą ir potenciometru parinkus tam tikrą įtampą U_1, galima išmatuoti srovių stiprius I_1 ir I_1' esant abiejų poniškumų šaltinio įtampai. Paskui reikia parinkti kitą įtampą U_2 tokiu pat būdu išmatuoti srovių stiprius I_2 ir I_2'.

Iš šių matavimų galima padaryti tokias išvadas:

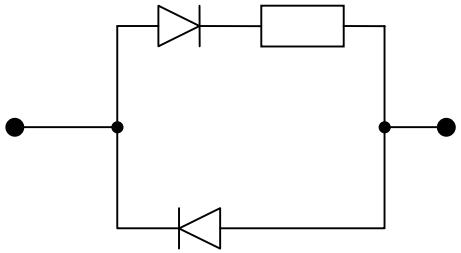
a) grandinė praleidžia srovę esant abiejų poliškumų įtampai,
b) srovės stipris priklauso nuo įtampos poliškumo,
c) abiem kryptimis srovės stipris neteisiškai priklauso nuo įtampos.

Tokias savybes gali turėti 33b pav. pavaizduota elektros grandinė.



33a pav.

Jeigu srovės, tekančios skirtingomis kryptimis, stiprį I parinksime vienodą,

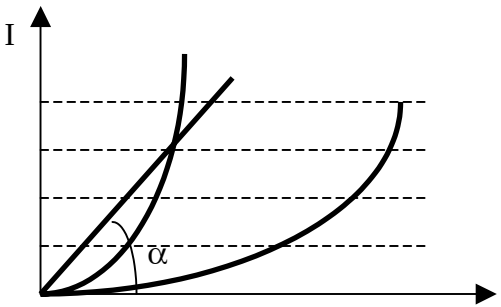


33b pav.

tada tą stiprį atitinkančių įtampų U_2 ir U_1 modulių skirtumas bus lygus rezistoriaus įtampai U: $U = U_2 - U_1$. Čia U_2 – grandinės dalies, sudarytos iš diodo ir rezistoriaus, įtampa, o U_1 – iš diodo sudarytos grandinės dalies įtampa. Iš to nustatome, kad rezistoriaus varža

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U_2 - U_1}{I}.$$

Tikslesnį rezultatą galima gauti grafiškai atimant voltamperinių charakteristikų įtampas U_2 ir U_1, atitinkančias tuos pačius srovės stiprius ir nubraižius $I = f(U_2\text{-}U_1)$ grafiką. Rezistoriaus varža nustatoma pagal gautosios tiesės polinkio kampą (33c pav.) ir lygi



33c pav.

$$R = ctg\alpha = \frac{U}{I}.$$

VIII tarptautinė fizikos olimpiada, 1975 m. (Vokietija)

Teorinių užduočių sprendimai

34. Kai strypas nesisuka, kūnas strypu nešliauš, jeigu sunkio jėgos projekcija į strypo ašį neviršija rimties trinties jėgos (34 pav.).

$$mg\sin\alpha \le \mu mg\cos\alpha. \qquad (1)$$

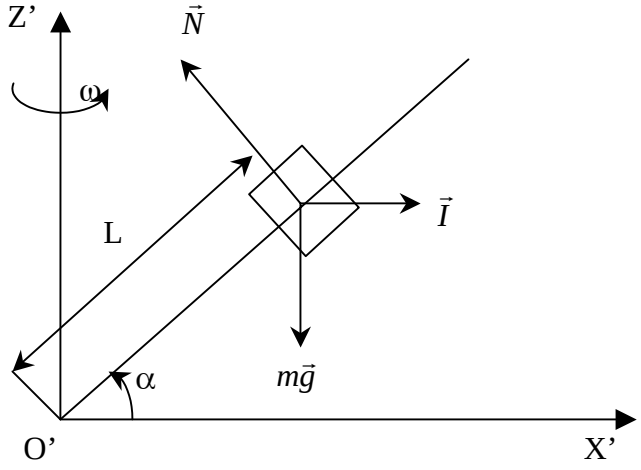
Iš čia matyti, kad

$$tg\alpha \le \mu. \qquad (2)$$

arba

$$\alpha \le arctg\mu. \qquad (3)$$

Kai strypo pasvirimo kampas tenkina sąryšį (3), nejudantis kūnas ant strypo bus rimties būsenoje kiek norima ilgai.



34 pav.

Strypui sukantis kūno judėjimą aprašyti patogiau neinercinėje atskaitos sistemoje, besisukančioje kartu su strypu. Tada kūną dar veikia inercijos jėga, kurios didumas

$$I = m\omega^2 L\cos\alpha, \qquad (4)$$

o nukreipta statmenai sukimosi ašiai. Kai trinties koeficientas μ = 0, pusiausvyros sąlyga yra sunkio ir inercijos jėgų projekcijų į strypo ašį sumos lygybė nuliui:

$$-mg\sin\alpha + m\omega^2 l_0\cos^2\alpha = 0. \qquad (5)$$

Iš čia gauname, kad pusiausvyros padėtis

$$l_0 = \frac{g\sin\alpha}{\omega^2\cos^2\alpha}. \qquad (6)$$

Iš (5) formulės matyti, kad pusiausvyros padėtis (6) nėra stabili, nes paslinkus kūną iš šios padėties atsiranda jėgų atstojamoji, nukreipta nuo pusiausvyros padėties.

Kai yra trinties jėga ($\mu \neq 0$), atsiranda intervalas L verčių, kuriose nejudantis strypo atžvilgiu kūnas gali būti rimties būsenoje kiek norima ilgai. Trinties jėgos didumas

$$F_{tr} = \mu N,$$

čia strypo reakcijos jėgos strypui statmena dedamoji. Kaip matyti iš brėžinio,

$$F_{tr} = \mu(mg\cos\alpha + m\omega^2 L\cos\alpha\sin\alpha). \qquad (7)$$

Kai trinties jėga neleidžia kūnui slysti į sukimosi ašies pusę, gauname sąlygą minimaliai L vertei l_1 apskaičiuoti

$$-mg\sin\alpha + m\omega^2 l_1\cos^2\alpha + \mu(mg\cos\alpha + m\omega^2 l_1\cos\alpha\sin\alpha) = 0. \qquad (8)$$

Matome, kad

$$l_1 = \frac{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}{\omega^2\cos\alpha(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)}g. \qquad (9)$$

Maksimalią L vertę l_2 randame, kai trinties jėga neleidžia kūnui tolti nuo sukimosi ašies:

$$-mg\sin\alpha + m\omega^2 l_2\cos^2\alpha - \mu(mg\cos\alpha + m\omega^2 l_2\cos\alpha\sin\alpha) = 0. \qquad (10)$$

Matome, kad

$$l_1 = \frac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\omega^2\cos\alpha(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)}g. \qquad (11)$$

Iš (9) ir (11) formulių matyti, kad intervalas L verčių, kur kūnas gali būti rimties būsenoje, gali kisti nuo nulio iki begalybės. Konkrečioms parametrų vertėms rimties būsenų intervalas:

$$l_1 \le L \le l_2 \qquad (12)$$

ir visada

$$l_0 \in [l_1, l_2]. \qquad (13)$$

pagal savo prasmę $l_1 \ge 0$, $l_2 \ge 0$.

35. a) Kadangi lęšio židinio nuotolio F priklausomybė nuo stiklo lūžio rodiklio n oro atžvilgiu nusakoma kvadratine lygtimi, ta pati F vertė gaunama dviem n vertėms, taip pat ir dviem bangos ilgio λ vertėms, nes n = n(λ) yra tolydinė funkcija.

b) Pasinaudoję užduoties sąlyga, užrašysime funkcijų lygybės $F(n_1) = F(n_2)$ išraišką:

$$\frac{n_1 r_1 r_2}{(n_1-1)[n_1(r_2-r_1)+d(n_1-1)]} = \frac{n_2 r_1 r_2}{(n_2-1)[n_2(r_2-r_1)+d(n_2-1)]}.$$

Iš čia gaunama:

$$n_1 n_2(n_2-n_1)(r_2-r_1+d) = (n_2-n_1)d.$$

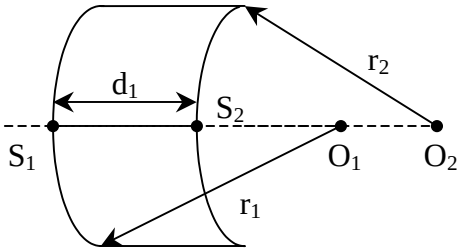
Jei $n_1 \neq n_2$, tai $\quad r_1 - r_2 = d(1 - \frac{1}{n_1 n_2})$.

Kadangi $n_1 > 1$ ir $n_2 > 1$, tai

$$0 < r_1 - r_2 < d. \qquad (1)$$

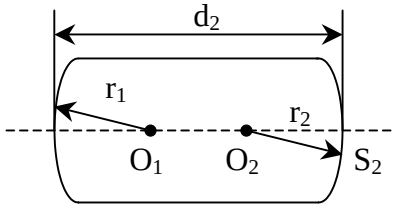
Galimi tokie atvejai:

1. $r_1 > 0$ ir $r_2 > 0$, t.y. abiejų lęšio paviršių kreivumo centrai yra dešinėje nuo taškų S_1 ir S_2 (35a pav.). Be to, $r_2 < r_1 < r_2 + d$. Šiuo atveju $O_1O_2 < S_1S_2$.

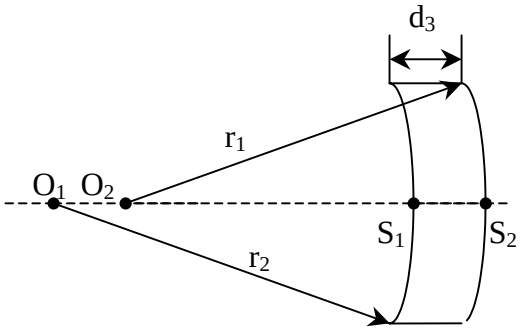


35a pav.

2. $r_1 > 0$ ir $r_2 < 0$. Tada $0 < |r_1| + |r_2| < d_2$ (35b pav.).
3. $r_1 < 0$ ir $r_2 < 0$. Tada $0 < |r_1| - |r_2| < d_3$, t.y. $|r_1| < |r_2| < d_3 + |r_1|$ (35c pav.). Ir šiuo atveju $O_1O_2 < S_1S_2$.



35b pav.



35c pav.

Pastaba. Atvejis $r_1 < 0$ ir $r_2 > 0$ netenkina sąlygos (1), nes šiuo atveju $r_1 - r_2 < 0$.

c) Plokščiai išgaubtojo lęšio $r_2 \to \infty$. Tokio lęšio židinio nuotolis įgyja vertę:

$$F_1 = \lim_{r_2 \to \infty} F(n) = \lim_{r_2 \to \infty} \frac{n r_1}{(n-1)[n(1 - \frac{r_1}{r_2}) + \frac{d}{r_2}(n-1)]} = \frac{r_1}{n-1}.$$

Esant konkrečiai vertei F, gaunama tiesės lygtis:

$$(n-1)F_1 = r_1,$$

t.y. konkretus židinio nuotolis gaunamas esant tik vienai vertei n (arba λ).

d) Pradinę lygtį F(n) galima išreikšti taip:

$$F(r_2 - r_1 + d)n^2 - [(r_2 - r_1)F + 2dF + r_1 r_2]n + Fd = 0.$$

Pažymėję

$$A = (r_2 - r_1 + d)F,$$

$$B = -[(r_2 - r_1)F + 2dF + r_1 r_2],$$

$$C = Fd,$$

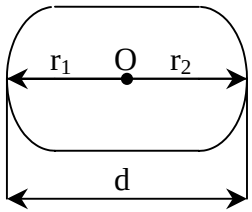
gauname kvadratinę lygtį: $A^2 n + Bn + C = 0$, kuri turi tik vieną teigiamą tikrąjį sprendinį, jei tenkinama viena iš sąlygų:

1) A = 0. Tada n = (- C/B) > 1. Šiuo atveju $r_1 = r_2 + d$. Įrašome C ir B išraiškas:

$$n = \frac{Fd}{F(r_2 - r_1) + 2Fd + r_1 r_2} > 1,$$

$$n = \frac{Fd}{Fd + r_1 r_2} > 1.$$

Iš čia matyti, kad $r_1 r_2 < 0$, t.y. $r_2 < 0$, $r_1 > 0$, ir $d = |r_1| + |r_2|$. Pastarasis atvejis pavaizduotas 35d pav.



35d pav.

2) Lygties determinantas lygus nuliui

$$B^2 - 4AC = 0.$$

Tada n = (- B/2 A) > 1. Šiuo atveju

$$[F(r_2 - r_1) + r_1 r_2]^2 + 4Fdr_1 r_2 = 0,$$

$$n = \frac{F(2d + r_2 - r_1) + r_1 r_2}{2F(d + r_2 - r_1)} > 1.$$

3) B = 0. Tada n^2 = (-C/A) > 1. Šiuo atveju

$$F(r_2 - r_1) + r_1 r_2 = 0,$$

$$n = \sqrt{-\frac{d}{r_2 - r_1 + d}} > 1.$$

4) Galimas atvejis, kai viena iš lygties šaknų yra neigiama arba mažesnė už vienetą. Tada vertė n > 1 bus tik viena, ir norimą židinio nuotolį galima bus gauti tik vienam bangos ilgiui.

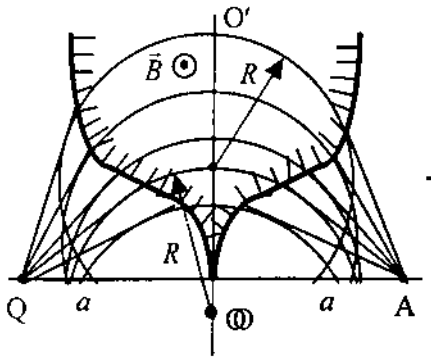
36. a) Elektrostatinių lauko jėgoms atliekant darbą pakinta teigiamų jonų kinetinė energija:

$$A = \Delta E_k, \; eU = mv^2/2, \; v = \sqrt{2eU/m}. \qquad (1)$$

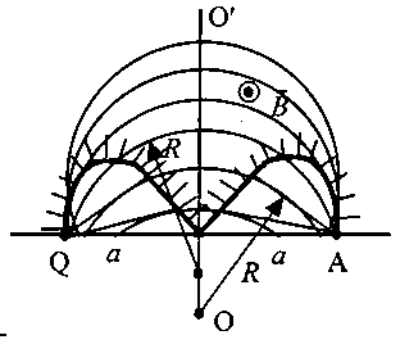
Magnetiniame lauke joną veikia Lorenco jėga: F = evB. Ši jėga suteikia jonui įcentrinį pagreitį. Pasinaudojant antruoju Niutono dėsniu galima užrašyti tokią lygybę:

$$evB = mv^2/R \Rightarrow R = mv/eB. \qquad (2)$$

Čia R – apskritimo, kuriuo juda jonai magnetiniame lauke, spindulys.
Iš (1) ir (2) lygybių nustatome, kad



36a pav.

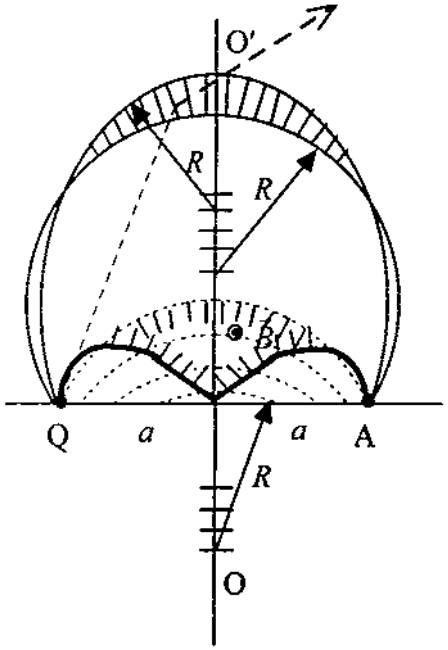


36b pav.

$$R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{e}}.$$

b) Prieš įlėkdami į magnetinį lauką, jonai juda tiesiomis linijomis, o magnetiniame lauke jų trajektorijos esti apskritimo lankai. Išlėkę iš magnetinio lauko, jonai vėl juda tiesiomis linijomis (36a pav.). Akivaizdu, kad tos tiesios linijos yra apskritimo lankų liestinės, tad ties magnetinio lauko ribomis nubrėžti spinduliai turi būti statmeni toms tiesioms linijoms.

Pagal uždavinio sąlygą jonų trajektorijos turi būti simetriškos statmens OO', einančio per QA vidurį, atžvilgiu, todėl jonų trajektorijos OO' kerta stačiu kampu, o apskritimų lankų spinduliai yra tiesėje OO'.



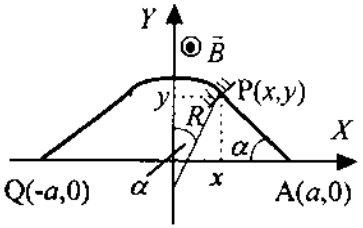
36c pav.

c) Magnetinio lauko sričių ribos yra skirtingos ir priklauso nuo R ir a santykio. Jos pavaizduotos šiuose paveiksluose:

1) 36*a pav., kai* $R < a$;

2) 36*b pav., kai* $R = a$;

3) 36*c pav., kai* $R > a$.



36d pav.

d) 36d pav. parodyta viena iš galimų jono trajektorijų. Taškas P(x, y) yra lauko srities riboje. Kampą tarp ašies OY ir spindulio, nubrėžto į tašką P, pažymėkime α. Kampas $\hat{A}$ irgi lygus α (kaip kampai su atitinkamai statmenomis kraštinėmis). Pagal 36d pav.

$$x = R\sin\alpha,$$

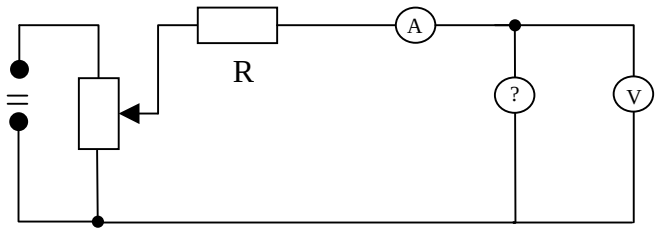
$$y = (a - x)tg\alpha.$$

Iš šių lygybių nustatome magnetinio lauko srities ribos lygtį:

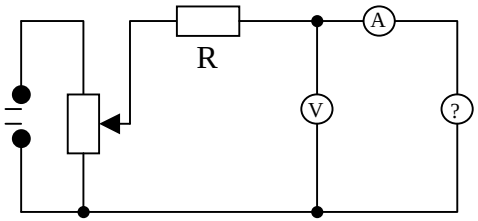
$$y = \frac{(a - x)x}{\sqrt{R^2 - x^2}}.$$

Eksperimentinių užduočių sprendiniai

37. a) Eksperimentinei užduočiai atlikti galima sujungti grandinę arba pagal 37a pav., arba pagal 37b pav. schemą. Matuojant pagal 37a pav. schemą, gaunamos padidintos srovės stirusio vertės, o pagal 37b pav. – padidintos įtampos vertės. Norint sumažinti sistemines paklaidas būtina atsižvelgti į matavimo prietaisų vidines varžas. Voltmetro varžą galima nustatyti sujungus grandinę pagal 37c pav. schemą. Pagal ją R_v = U/I. Čia U ir I – voltmetro ir ampermetro rodmenys.



37a pav.



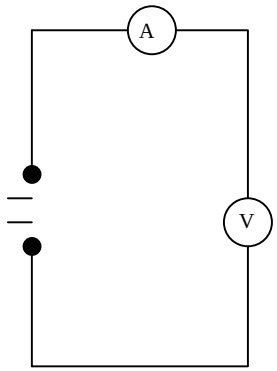
37b pav.

Padarius matavimo rezultatų pataisas dėl matavimo prietaisų vidinių varžų, reikia nubraižyti puslaidininkinio prietaiso voltamperinę charakteristiką (37d pav.).

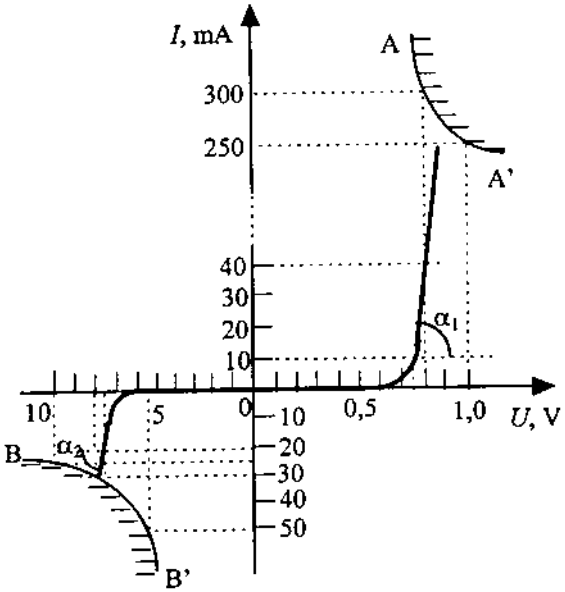
Matuojant voltamperinę cha-

rakteristiką reikia sekti, kad įtampos ir srovės stiprio sandauga neviršytų 250mW, nes tokia yra užduotyje nurodyta didžiausia leistina puslaidininkinio prietaiso galia. Prieš pradedant braižyti voltamperinę charakteristiką tikslinga grafike pažymėti sritis, kuriose atlikti matavimų negalima. (37d pav. šios sritys yra už hiperbolių AA' ir BB').

Papildomos sisteminės paklaidos dar atsiranda dėl prietaiso kaitinimo, nes puslaidininkio varža mažėja kylant temperatūrai.



37c pav.



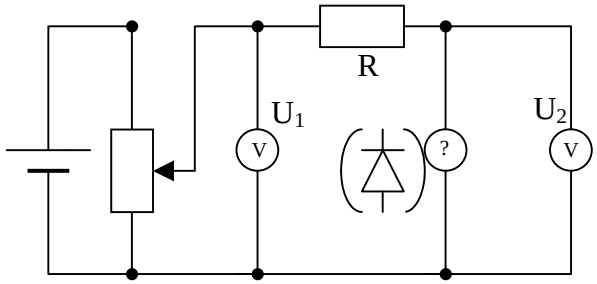
37d pav.

b) Iš voltamperinės charakteristikos galima nustatyti prietaiso diferencialines (dinamines) varžas tiesiogine ir atgaline kryptimis ρ_1 ir ρ_2. Tam tikslui voltamperinės charakteristikos taškuose, atitinkančiuose 25mA srovę, reikia nubrėžti liestines. Tada

$$\rho_1 = \frac{\Delta U_1}{\Delta I_1} = ctg\alpha_1,\ \ \rho_2 = \frac{\Delta U_2}{\Delta I_2} = ctg\alpha_2.$$

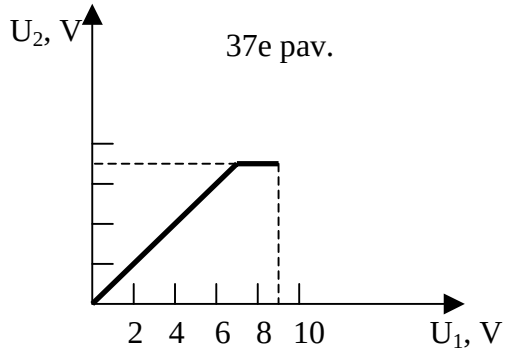
37d pav. tiesėmis pažymėtos sritys ΔI_1 = 40 – 10 = 30mA ir ΔU_1 = 0,8 – 0,76 = 0,04V tiesiogine kryptimi ir ΔI_2 = 30 – 20 = 10mA ir ΔU_2 = 7,3 – 7,2 = 0,1V atgaline kryptimi. Pagal šiuos duomenis puslaidininkinio prietaiso diferencialinės varžos tekant juo 25mA stiprio srovei yra: $\rho_1 = \Delta U_1 / \Delta I_1 = 1{,}3\Omega$ tiesiogine kryptimi ir $\rho_2 = \Delta U_2 / \Delta I_2 = 10\Omega$ atgaline kryptimi. Šie matavimai nelabai tikslūs, todėl nustatant dinamines varžas yra leistina 50% santykinė paklaida.

Pagal voltamperinę charakteristiką sprendžiame, kad tiriamasis puslaidininkinis prietaisas yra stabilitronas.



37e pav.

c) Norint ištirti išėjimo įtampos U_2 priklausomybę nuo įėjimo įtampos U_1 reikia sujungti grandinę pagal 37e pav. schemą. Kad U_2 vertės būtų kiek galima didesnės, stabilitroną reikia jungti atgaline kryptimi. Iki pramušimo įtampos (7 V) praktiškai visa įtampa krinta stabilitrone, nes jo varža esti daug didesnė už rezistoriaus R varžą: $U_2 = U_1$. Kai įtampa viršija pramušimo įtampą, U_2 silpnai priklauso nuo ΔU_1, nes stabilitrono varža pasidaro mažesnė už R. $U_2 = f(U_1)$ priklausomybės grafikas parodytas 37f pav.



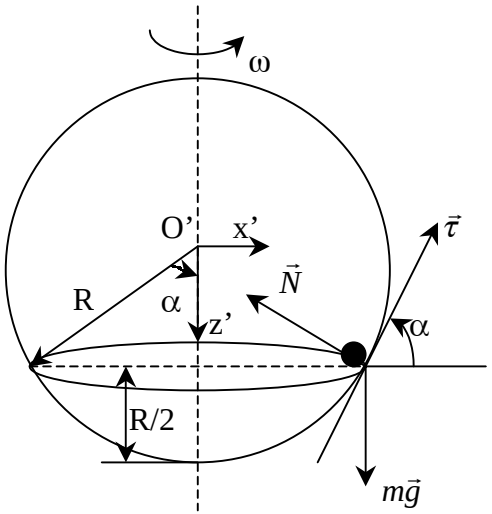
37f pav.

d) Stabilitronai dažniausiai naudojami radiotechnikoje, kai reikia palaikyti pastovią grandinės įtampą kintant jos srovei. Paprasčiausio įtampos stabilizatoriaus schema pavaizduota 37e pav.

IX tarptautinė fizikos olimpiada, 1976 m. (Vengrija)

Teorinių užduočių sprendimai

38. Skaičiavimus darysime neinercinėje atskaitos sistemoje, kuri sukasi kartu su sfera kampiniu greičiu ω. Koordinačių sistemos pradžia imame sferos centre, ašį z' nukreipiame vertikaliai žemyn (38 pav.). Kūnas bus ant sferos plokštumoje x'O'z', o kūno padėties radiusas vektorius sudarys su ašimi z' kampą α kaip liestinė su ašimi x' – tai parodyta brėžinyje. Nesunku pastebėti, kad kūno potencinė energija neinercinėje atskaitos sistemoje yra



38 pav.

$$U = -mgR\cos\alpha - \frac{1}{2}m\omega^2R^2\sin^2\alpha. \qquad (1)$$

Tegul kol kas tarkime, kad trinties jėgos nėra. Laikant kintamuoju kampą α, potencinė energija turi ekstremumus taškuose α = 0, α = π ir $\cos\alpha = \frac{g}{\omega^2 R}$. Pastaroji lygtis turi sprendinį, kai $\frac{g}{\omega^2 R} \le 1$. Patyrinėjus potencialo (1) antrąją išvestinę kampo atžvilgiu matyti, kad taške α = π visada yra minimumas, jeigu $\frac{g}{\omega^2 R} > 1$, ir maksimumas, jeigu $\frac{g}{\omega^2 R} < 1$. Kaip tik šiuo atveju minimumas yra taške $\alpha = \arccos\frac{g}{\omega^2 R}$.

Ar pusiausvyra bus stabili potencinės energijos ekstremumo taške, priklauso nuo sferos sukimosi kampinio greičio. Mus kaip tik domina atvejis $\frac{g}{\omega^2 R} < 1$. Potencinės energijos minimumo tašką pažymime

$$\alpha_0 = \arccos\frac{g}{\omega^2 R}. \qquad (2)$$

Kai ω = $5\frac{rad}{s}$, randame, kad pusiausvyros padėtis α_{01} = 38,3^0, o kai ω = $8\frac{rad}{s}$,

pusiausvyros padėtis α_{02} = 72,14^0. Kūnas yra aukštyje h = $\frac{R}{2}$. Tai atitinka kampą α=60^0. Pirmu atveju kūnas yra paslinktas į didesnių α verčių pusę. Jį veikiančių jėgų atstojamosios projekcija į sferos liestinę $\vec{\tau}$ bus neigiama, ir rimties būsenos išsaugojimą gali užtikrinti trinties jėga. Tada

$$-mg\sin\alpha + m\omega^2 R\sin\alpha\cos\alpha + \mu(mg\cos\alpha + m\omega^2 R\sin^2\alpha) = 0. \quad (3)$$

Iš čia aišku, kad minimali trinties koeficiento vertė

$$\mu_1 = \frac{\frac{g}{\omega^2 R}\sin\alpha - \sin\alpha\cos\alpha}{\frac{g}{\omega^2 R}\cos\alpha + \sin^2\alpha}. \quad (4)$$

Antru atveju kūnas yra paslinktas i mažesnių α verčių pusę. Tada kūnas nejuda, kai

$$-mg\sin\alpha + m\omega^2 R\sin\alpha\cos\alpha - \mu(mg\cos\alpha + m\omega^2 R\sin^2\alpha) = 0. \quad (5)$$

Šiuo atveju minimali trinties koeficiento vertė

$$\mu_2 = \frac{-\frac{g}{\omega^2 R}\sin\alpha + \sin\alpha\cos\alpha}{\frac{g}{\omega^2 R}\cos\alpha + \sin^2\alpha}. \quad (6)$$

Įrašę skaitines vertes į (4) ir (6), gauname, kad μ_1= 0,216, μ_2 = 0,185.

Atsakome į užduoties 3 punkto klausimus. Vertei ω = $5\frac{rad}{s}$ veikiančių jėgų projekcija į kryptį $\vec{\tau}$ yra

$$F_{1\tau} = -mg\sin\alpha + m\omega^2 R\sin\alpha\cos\alpha + \mu_1(mg\cos\alpha + m\omega^2 R\sin^2\alpha). \quad (7)$$

Apskaičiuojame $F_{1\tau}$ pokytį, kai kinta ω:

$$\delta F_{1\tau} = F_{1\tau}(\alpha,\omega+\delta\omega) - F_{1\tau}(\alpha,\omega) = 2m\omega R\sin\alpha(\cos\alpha + \mu_1\sin\alpha)\delta\omega. \quad (8)$$

Matome, kad padidėjus ω (tada δω > 0) atsiras jėga, kuri stums kūną į didesnių α verčių pusę, o sumažėjus – jėgos kryptis priešinga. Kadangi kūnas yra pusiausvyroje, o ta padėtis yra į didesnių α verčių pusę nuo stabilios pusiausvyros padėties α = α_{01}, padidinus α atsiras jėga, kurios projekcija į kryptį $\vec{\tau}$ neigiama. Sumažėjus α nejudantis kūnas liks rimties būsenoje, nes jį beveiks mažesnė (ne maksimali rimties trinties jėga) trinties jėga.

Kai ω = 8 $\frac{rad}{s}$, pusiausvyros padėtis pasiekta, esant α vertei mažesnei už α = α_{02}. Jėgų atstojamosios tangentinės dedamoji

$$F_{2\tau} = -mg\sin\alpha + m\omega^2 R\sin\alpha\cos\alpha - \mu_2(mg\cos\alpha + m\omega^2 R\sin^2\alpha), \quad (9)$$

$$\delta F_{2\tau} = F_{2\tau}(\alpha,\omega+\delta\omega) - F_{2\tau}(\alpha,\omega) = 2m\omega R\sin\alpha(\cos\alpha - \mu_2\sin\alpha)\delta\omega. \quad (10)$$

Padidėjus ω, atsiras jėga, kuri stums kūną į didesnių α veršių pusę, o sumažėjus – kūnas išliks pusiausviras. Padidėjus α kūnas liks pusiausviras, o sumažėjus atsiras jėga, kuri stums kūną į didesnių α verčių pusę.

39. Termiškai izoliuotai sistemai pirmąjį termodinamikos dėsnį galime užrašyti taip:

$$A = \Delta U, \qquad (1)$$

kur A – išorinių jėgų atliktas darbas, ΔU – dujų vidinės energijos pokytis. Darbą A galime išreikšti išorinės jėgos atlikto darbo A_1 ir atmosferos slėgio atlikto darbo suma:

$$A = A_1 + p_0 S l_0. \qquad (2)$$

Čia p_0 – atmosferos slėgis, S – stūmoklio skerspjūvio plotas. Helio vidinės energijos pokytį galim išreikšti taip:

$$\Delta U = c_v (m_1 + m_2)(T - T_0), \qquad (3)$$

kur c_v – helio savitoji šiluma pastoviam tūriui, T – po proceso nusistovėjusi temperatūra. Iš (1) – (3) išraiškų randame:

$$A_1 = c_v (m_1 + m_2)(T - T_0) - p_0 S l_0. \qquad (4)$$

Vienintelio nežinomo dydžio – temperatūros T – ieškosime detaliai nagrinėdami skirtingus proceso etapus.

Pradinį helio slėgį p_{01} kairėje ir p_{02} dešinėje cilindro dalyse rasime iš Mendelejevo – Klapeirono lygties:

$$p_{01} = \frac{m_1 R T_0}{V_0 M}, \qquad p_{02} = \frac{m_2 R T_0}{V_0 M}. \qquad (5)$$

$p_{01} > p_{02}$, *nes* $m_1 > m_2$. Dėl stūmoklio judėjimo helio slėgis cilindro dešinėje didės tol, kol pasieks p_{01}. Pakui sklendė atsidarys.

Sistema yra termiškai izoliuota, todėl vyks adiabatinis procesas, aprašomas Puasono lygtimi: $pV^\gamma = \text{const}$, kur $\gamma = c_p/c_v$.

Užrašome Puasono lygtį dešinėje cilindro pusėje esančiam heliui:

$$p_{01} V_1^\gamma = p_{02} V_0^\gamma,$$

kur V_1 – dešinės cilindro dalies tūris sklendės atsidarymo metu:

$$V_1 = V_0 \left(\frac{p_{02}}{p_{01}}\right)^{1/\gamma}. \qquad (6)$$

Įrašę slėgių išraiškas gauname:

$$V_1 = V_0 \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^{1/\gamma}, \qquad V_1 \approx 0{,}34 V_0. \qquad (7)$$

Dešinėje cilindro pusėje esančių dujų temperatūrą T_1 rasime iš Klapeirono lygties:

$$\frac{p_{01} V_1}{T_1} = \frac{p_{02} V_0}{T_0}, \qquad T_1 = T_0 \frac{p_{01}}{p_{02}} \frac{V_1}{V_2}. \qquad (8)$$

Atsižvelgę į (5) ir (7) gauname:

$$T_1 = T_0 \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^\gamma = T_0 \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^{\frac{1}{\gamma} - 1} \approx 2{,}05 T_0.$$

Kai sklendė atsidaro, prasideda dujų maišymasis pastoviame tūryje ir nusistovi temperatūra Θ. Ją rasime iš šilumos balanso lygties:

$$c_v m_1 (\Theta - T_0) = c_v m_2 (T_1 - \Theta).$$

$$\Theta = \frac{m_1 T_0 + m_2 T_1}{m_1 + m_2} \approx 1{,}15 T_0.$$

Po sklendės atidarymo toliau adiabatiškai spaudžiamas visas $m = m_1 + m_2$ masės helis, kol jo tūris sumažėja nuo $V_1 + V_0$ iki V_0, o temperatūra pakyla nuo Θ iki T. Puasono lygtis šiam procesui:

$$pV^{\gamma} = const. \quad TV^{\gamma-1} = const.$$
$$TV_0^{\gamma-1} = \Theta(V_0 + V_1)^{\gamma-1},$$
$$T = \Theta(\frac{V_0 + V_1}{V_0})^{\gamma-1} = \Theta(1 + \frac{V_1}{V_0})^{\gamma-1}.$$

Įrašome šią išraišką į (4) ir apskaičiuojame ieškomą darbą:

$$A_1 = 4816J - 1120J \approx 3{,}7\ kJ.$$

40. Išnagrinėsime mechaninį ir optinį būdus. Tegul ρ - stiklo tankis. Slankmačiu išmatuojame rutulio skersmenį D. Pasvėrę nustatome masę m. Stiklo užimamas tūris rutulyje

$$V = \frac{\pi}{6}(D^3 - d^3), \qquad (1)$$

čia d – burbuliuko skersmuo. Tada rutulio masė

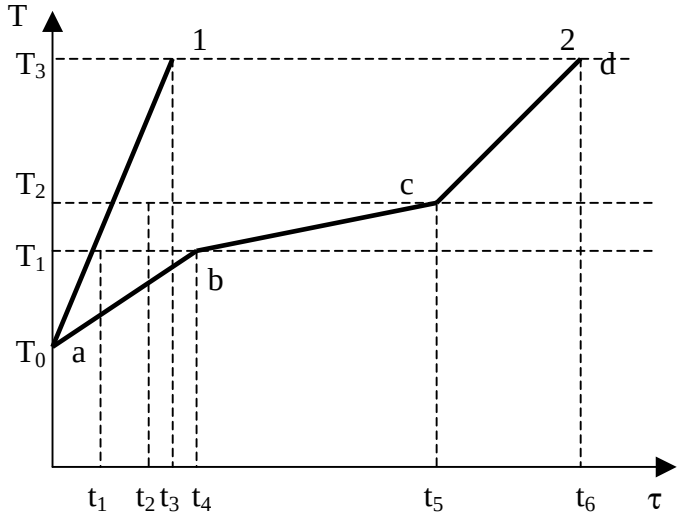
$$m = \rho\frac{\pi}{6}(D^3 - d^3). \qquad (2)$$

Iš (2) aišku, kad

$$d = (D^3 - \frac{6m}{\pi\rho})^{\frac{1}{3}}. \qquad (3)$$

Panardiname rutulį į skystį, kurio lūžio rodiklis toks pat, kaip ir stiklo, iš kurio padarytas rutulys. Tada rutulio išorinis paviršius pasidarys nematomas, o dėl šviesos sklaidos burbuliuko ir stiklo skiriamajame paviršiuje burbuliukas bus matomas. Aišku, tam reikalui tinkamas tik stačiakampio gretasienio formos indas arba bent plokščiu dugnu ir padarytas iš skaidrios medžiagos. Apšvietę burbuliuką lygiagrečių spindulių šviesos pluošteliu, ekrane už indo gauname šešėlį ir išmatuojame šešėlio skersmenį, kuris yra lygus burbuliuko skersmeniui.

41. I. Eksperimento metu pirma kaitiname skystį, o vėliau tokiomis pat sąlygomis – skystį ir kristalinę medžiagą. Pagal matavimų rezultatus nubraižome temperatūros priklausomybės nuo laiko grafikus abiem atvejais (41a pav.).



41a pav.

Pagal juos galime rasti nežinomos kristalinės medžiagos savitąją šilumą c_x. Išmatuojame laiko intervalus $t_1 - 0$ ir $t_4 - 0$, kurių metu skystis (1 kreivė) arba skystis su kristaline medžiaga (2 kreivė) sušilo nuo temperatūros T_0 iki T_1. Abiem atvejais šilumos mainų su aplinka sąlygos yra vienodos. Laikydami vienodą abiem atvejais ir per laiko vienetą t suteiktą šilumos kiekį Q (q = Q/t = const.), užrašome šilumos balanso lygtį:

$$qt_1 = c_0 m_0 (T_1 - T_0) \qquad qt_4 = (c_0 m_0 + c_x m_x)(T_1 - T_0),$$

čia m_0 ir m_x – atitinkamai skysčio ir kristalinės medžiagos masės, c_0 – skysčio savitoji šiluma.

Iš turimų lygčių išreiškiame c_x:

$$c_x = \frac{c_0 m_0 (t_4 - t_1)}{m_x t_1}.$$

Tikslesnius rezultatus galėtume gauti, jeigu įskaitytume mėgintuvėlių ir termometro šilumines talpas. Jas galima rasti išmatavus skirtingos masės skysčio temperatūros priklausomybes nuo laiko 5 uždavinyje išnagrinėtu būdu.

II. Išlydytos medžiagos X savitąją šilumą c_x‘ rasime nagrinėdami laiko intervalus $t_3 - t_2$ ir $t_6 - t_5$, kurių metu skystis su žinoma šilumine talpa ir tas skystis su medžiaga X sušyla nuo temperatūros T_2 iki temperatūros T_3. Šilumos balanso lygtys:

$$q(t_3 - t_2) = c_0 m_0 (T_3 - T_2),$$

$$q(t_6 - t_5) = (c_0 m_0 + c_x' m_x)(T_3 - T_2),$$

iš kurių ir gauname

$$c_x' = c_0 \frac{m_0}{m_x}\left(\frac{t_6 - t_5}{t_3 - t_2} - 1\right).$$

III. Medžiagos X lydymosi temperatūrą galime įvertinti taip:

$$T_{lyd} = \frac{T_1 + T_2}{2}.$$

IV. Medžiagos X savitąją lydymosi šilumą λ_x rasime iš šilumos balanso lygčių laiko intervalams $t_1 - 0$ ir $t_5 - t_4$:

$$q(t_1 - 0) = c_0 m_0 (T_1 - T_0),$$

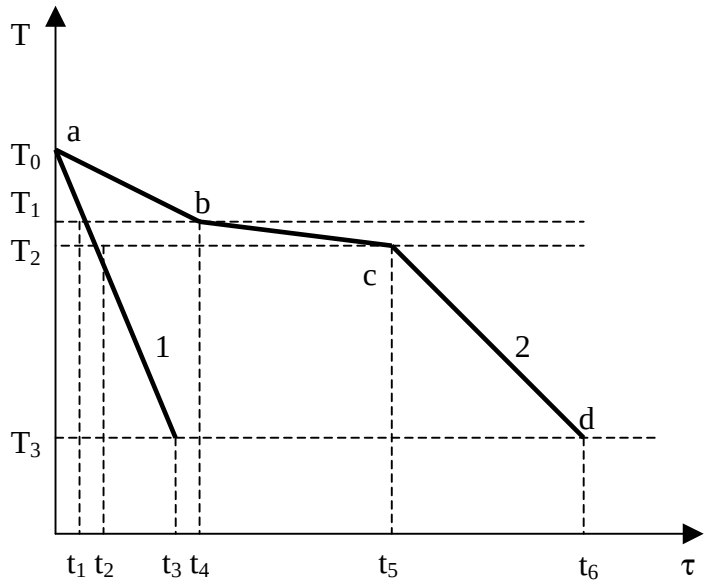
$$q(t_5 - t_4) = (c_0 m_0 + c_x')(T_2 - T_1) + \lambda_x m_x.$$

Jei laiko intervalas $t_5 - t_4$ yra pakankamai ilgas, o temperatūros T_2 ir T_1 artimos viena kitai, paskutinę išraišką galime supaprastinti taip:

$$q(t_5 - t_4) \approx \lambda_x m_x.$$

$$\lambda_x = \frac{c_0 m_0 (T_1 - T_0)(t_5 - t_4)}{m_x t_1}.$$

Šį uždavinį buvo galima išspręsti ir analogišku mūsų ką tik panaudotu būdu nagrinėjant skysčio bei skysčio su medžiaga X temperatūros priklausomybės nuo laiko juos aušinant (41b pav.), prieš tai pasiekus temperatūrą, viršijančią medžiagos X lydymosi temperatūrą.



41b pav.

X tarptautinė fizikos olimpiada, 1977 m. (Čekoslovakija)

Teorinių užduočių sprendimai

42. I. Diagramos dalyje 0 – 1 yra pavaizduotas izobarinis mišinio įsiurbimas, 1 – 2 – adiabatinis jo suspaudimas, 2 – 3 – izochorinis slėgio didėjimas užsidegus mišiniui, 3 – 4 – adiabatinis plėtimasis, 4 – 1 – izochorinis dujų išleidimas, 1 – 0 – izobarinis mišinio išmetimas iš cilindro.

II. 1 taškui turime duotus pradinius mišinio parametrus:

$T_1 = t_1 + 273K = 300K, \quad p_1 = 10^5$ Pa.

Iš Puasono lygties tarp taškų 1 ir 2 vykstančiam adiabatiniam procesui:

$$p_1 V_2^\gamma = p_2 V_1^\gamma, \qquad (1),(2)$$

$$p_2 = p_1 (V_2 / V_1)^\gamma = p_1 \varepsilon^\gamma = 2{,}34\, MPa.$$

Iš Klapeirono lygties:

$$\frac{p_1 V_2}{T_1} = \frac{p_2 V_1}{T_2},$$

temperatūra

$$T_2 = T_1 \frac{p_2}{p_1}\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{\varepsilon}\frac{p_2}{p_1},$$

o įrašę (2) gauname:

$$T_2 = T_1 \varepsilon^{\gamma-1} = 740\, K.$$

Sąlygoje nurodyta, kad užsidegus mišiniui slėgis padidėja du kartus, todėl

$p_3 = 2p_2 = 4.68$ MPa.

Izochoriniam procesui tarp taškų 2 – 3 turime:

$$\frac{p_3}{p_2} = \frac{T_3}{T_2}, \qquad T_3 = T_2 \frac{p_3}{p_2} = 2T_2 = 1480\, K.$$

Pagal Puasono lygtį adiabatiniam procesui 3 – 4:

$$p_3 V_1^\gamma = p_4 V_2^\gamma,$$

$$p_4 = p_3 (V_1 / V_2)^\gamma = p_3 \varepsilon^{-\gamma} = 0{,}2\, MPa.$$

Iš Klapeirono lygties

$$\frac{p_3 V_1}{T_3} = \frac{p_4 V_2}{T_4},$$

temperatūra

$$T_4 = T_3 \frac{p_4}{p_3}\frac{V_2}{V_1} = T_3 \varepsilon^{-\gamma} \varepsilon = T_3 \varepsilon^{1-\gamma} = 600\, K.$$

Izochoriniam procesui 4 – 1:

$$\frac{p_4}{p_1} = \frac{T_4}{T_1'}, \qquad T_1' = T_4 \frac{p_1}{p_4} = 300\, K.$$

Kaip ir reikėjo tikėtis, $T_1' = T_1$.

III. Variklio naudingumo koeficientas pagal apibrėžimą gali būti išreikštas taip:

$$\eta = \frac{A_n}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

kur A_1 – per ciklą atliktas naudingas darbas, Q_1 – variklio gautas šilumos kiekis, Q_2 – aušintuvui atiduotas šilumos kiekis. 1 – 2 ir 3 – 4 ciklo dalys vyko be šilumos mainų, todėl šiluma buvo gauta tik 2 – 3, o atiduota tik 4 – 1 dalyje:

$$Q_1 = c_v m (T_3 - T_2), \qquad Q_2 = c_v m (T_4 - T_1),$$

kur c_v – dujų savitoji šiluma, kai jų tūris pastovus,

$$\eta = \frac{c_v m[(T_3 - T_2) - (_4 - T_1)]}{c_v m (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}} \approx 0{,}6.$$

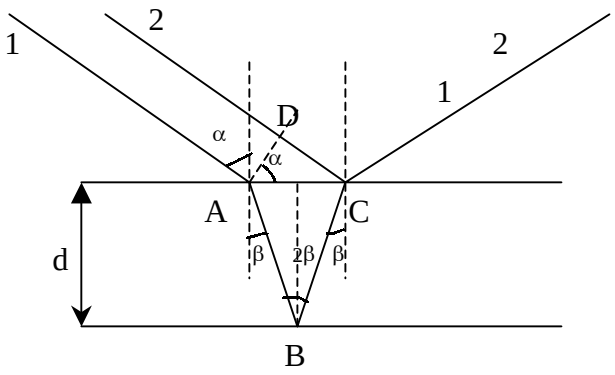
IV. Idealiu atveju gautos maksimalios slėgio $p_3 = 4{,}68$ MPa ir naudingumo koeficiento $\eta \approx 0{,}6$ vertės gerokai viršija realiuose karbiuratoriniuose varikliuose pasiekiamas vertes.

43. 1) Kad atsakytume į pirmąjį užduoties klausimą, reikia suskaičiuoti mažiausią plėvelės masę m_{min} ir palyginti ją su svarstyklių jautrio riba $\Delta m = 0{,}1$ mg.

$$m_{min} = a\, b\, d_{min}\, \rho.$$

Čia d_{min} – ploniausias plėvelės storis, kuriam esant gaunamas interferencijos maksimumas bangos ilgio λ_0 šviesoje.

Interferuojančių spindulių 1 ir 2 (43 pav.) optinių kelių skirtumas yra lygus:



43 pav.

$$\Delta = (AB + BC)n - DC = 2\frac{nd}{\cos\beta} - 2dtg\beta\sin\alpha.$$

Panaudojus lūžio dėsnį $n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$, gaunama:

$$\Delta = \frac{2nd}{\cos\beta}(1 - \sin^2\beta) = 2nd\cos\beta.$$

Atsispindint spinduliui 2 taške C nuo optiškai tankesnės terpės, fazė pakinta dydžiu π, t.y. gaunamas „pusbangio praradimas“. Todėl optinis bangų eigos skirtumas

$$\Delta' = 2nd\cos\beta - \frac{\lambda}{2}.$$

Interferencijos maksimumo sąlyga yra

$$\Delta' = 2k\frac{\lambda_0}{2}.$$

Čia k yra sveikas skaičius. Tada

$$2nd\cos\beta - \frac{\lambda_0}{2} = 2k\frac{\lambda_0}{2},$$

$$2nd\cos\beta = (2k+1)\frac{\lambda_0}{2}.$$

Iš pastarosios išraiškos gaunamas muilo plėvelės storis:

$$d = \frac{(2k+1)\lambda_0}{4n\cos\beta} = \frac{(2k+1)\lambda_0}{4n\sqrt{1-\sin^2\beta}} =$$

$$= \frac{(2k+1)\lambda_0}{4n\sqrt{1-\frac{\sin^2\alpha}{n^2}}} = \frac{(2k+1)\lambda_0}{4\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}.$$

Ploniausia plėvelė bus tada, kai k = 0.

$$d_{\min} = \frac{\lambda_0}{4}\frac{1}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}} \approx 10^{-7}\ m$$

ir mažiausia jos masė

$$m_{min} = a\ b\ d_{min}\ \rho = 6\cdot10^{-8}\ kg = 0{,}06\ mg < 0{,}1\ mg.$$

Tai reiškia, kad šios plėvelės masės duotomis svarstyklėmis nustatyti negalima.

2) Kai šviesa krinta statmenai (α = 0)

$$d = \frac{(2k+1)\lambda}{4n}.$$

Kai k = 0, $d_{min} = \lambda/4n$.

Gaunama, kad spinduliuotės bangos ilgis λ, kuriam tenkinama interferencijos maksimumo sąlyga ploniausiai muilo plėvelei, yra lygus

$$\lambda = 4nd_{min} \approx 532 \text{ nm},$$

o tai atitinka žalios šviesos bangos ilgį. Vadinasi, plėvelę apšvietus balta šviesa, ji atrodys žalia.

44. 1) Elektronai patenka į magnetinį lauką turėdami greitį $\vec{v}$, įgytą greitinančiame elektriniame lauke:

$$eU = mv^2/2,$$

$$v = \sqrt{2eU/m}. \qquad (1)$$

Čia e – elektrono krūvis, m – jo masė. Kai magnetinio srauto tankio vektorius $\vec{B}$ statmenas brėžinio plokštumai (44a pav.), šiame lauke elektronai juda apskritimu, liečiančiu tiesę TT' taške T, ir patenka į taikinį taške M.

Elektronų įcentrinį pagreitį sukelia Lorenco jėga $F_L = evB$:

$$\frac{v^2}{R} = evB/m.$$

Iš čia nustatome, kad magnetinio srauto tankis

$$B = mv/eR. \qquad (2)$$

Įrašę į šią formulę (1), turėsime:

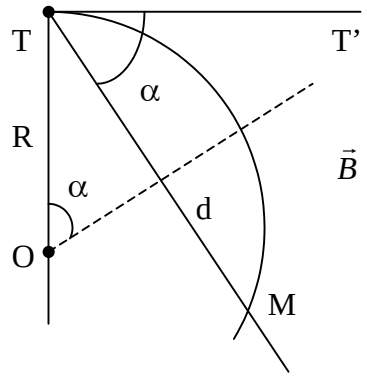
$$B = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{2mU}{e}}. \qquad (3)$$

Iš 44a pav. matyti, jog

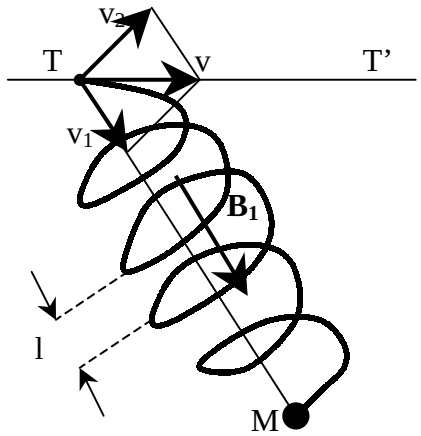
$$R = \frac{d}{2\sin\alpha}. \qquad (4)$$

(4) įrašę į (3), surandame uždavinio sprendinio bendrą pavidalą:

$$B = \frac{2\sin\alpha}{d}\sqrt{\frac{2mU}{e}}, \qquad (5)$$



44a pav.



44b pav.

ir apskaičiuojame magnetinio srauto tankio skaitinę vertę: $B = 3{,}7\cdot10^{-3}$ T.

2) Šiuo atveju elektronai įlekia į magnetinį lauką kampu α su magnetinio srauto tankio vektoriumi $\vec{B}$ ir juda jame spiraline trajektorija. Galima tarti, kad šis sudėtingas judėjimas susideda iš dviejų dedamųjų: tolygaus tiesiaeigio $v_1 = v\cos\alpha$ greičiu magnetinio srauto tankio linijos kryptimi ir tolygaus judėjimo apskritimu $v_2 =$
$= v\sin\alpha$ greičiu plokštumoje, statmenoje tiesei TM (44b pav.).

Per $t = 2\pi R_1/v_2$ trukmę elektronai padaro vieną apsisukimą aplink spiralės ašį ir kerta tiesę TM $l = v_1 t$ nuotoliu nuo taško T. Tam, kad patektų į taikinį M, elektronai turi padaryti sveiką apsisukimų skaičių, kitaip sakant, TM = d nuotoliu turi tilpti sveikas atkarpų l skaičius:

$$d = nl = nv_1 \cdot \frac{2\pi R_1}{v_2} = 2\pi R_1 n \cdot \frac{v_1}{v_2} = 2\pi R_1 n ctg\alpha. \qquad (6)$$

Elektronui judant apskritimu $ev_2 B_1 = mv_2^2 / R_1$, taigi

$$R_1 = mv_2 / eB_1. \qquad (7)$$

Atsižvelgę į tai, kad $v_2 = v \sin\alpha$ ir elektronų greiti v išreiškę pagal (1) formulę, nustatome, kad

$$R_1 = \frac{1}{B_1}\sqrt{\frac{2mU}{e}}\sin\alpha. \qquad (8)$$

pagal (6) ir (8) nustatome, kad

$$d = 2\pi \cdot \frac{n}{B_1}\sqrt{\frac{2mU}{e}}\cos\alpha,$$

ir iš šios formulės išreiškiame ieškomąjį magnetinio srauto tankį B_1:

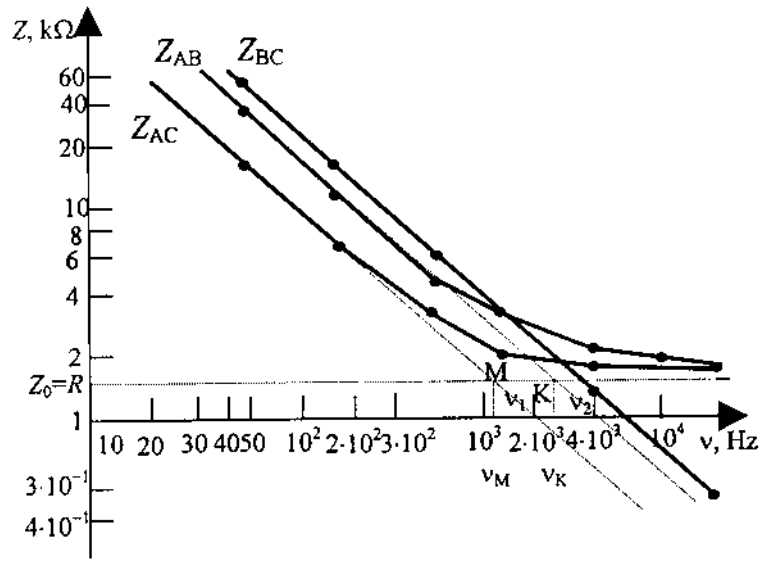
$$B_1 = \frac{2\pi n\cos\alpha}{d}\sqrt{\frac{2mU}{e}} = n \cdot 6{,}7 \cdot 10^{-3} T.$$

Pagal uždavinio sąlygą $B_1 \le 3\cdot 10^{-2}$ T, todėl galimos tik tokios magnetinio srauto tankio B_1 vertės esant n = 1, 2, 3, 4: $B_1 = 6{,}7\cdot 10^{-3}$ T, $B_1' = 1{,}34\cdot 10^{-2}$ T, $B_1'' = 2{,}01\cdot 10^{-2}$ T, $B_1''' = 2{,}68\cdot 10^{-2}$ T. (esant didesnėms n vertėms $B_1 \ge 3\cdot 10^{-2}$ T).

Eksperimentinių užduočių sprendimai

45. 1–2) Išmatavę srovės stiprius I ir įtampas U, nustatome pilnutines varžas Z=U/I. Pakui ištiriame pilnutinių varžų tarp gnybtų AB, BC ir AC priklausomybes nuo dažnio ν ir pavaizduojame grafiškai.

Braižant šiuos grafikus patartina naudoti logaritmines skales (45a pav.).



45a pav.

3–4) Iš grafikų pobūdžio galima nustatyti, kokie grandinės elementai prie kokių gnybtų yra prijungti ir apskaičiuoti jų parametrus.

Žemų dažnių srityje visi trys grafikai yra lygiagretės viena kitai tiesės. Iš jų galima nustatyti talpas C_1 ir C_2. Aukštų dažnių srityje du grafikai asimptotiškai artėja prie tos pačios vertės. Pagal ją nustatome rezistoriaus varžą R.

$Z_{BC} = f(\nu)$ grafikas yra tiesė esant bet kokiems dažniams. Tai rodo, kad BC gnybtai prijungti prie 45b pav. 2 – 3 išvadų. Pilnutinė varža

$$Z_{2-3} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi\nu}\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right).$$

Išlogaritmuojame šią išraišką:

$$\lg Z_{2-3} = \lg\left(\frac{C_1 + C_2}{2\pi C_1 C_2}\right) - \lg\nu.$$

Z_{1-2} ir Z_{1-3} pilnutinės varžos gali būti užrašomos taip:

$$Z_{1-2}^2 = R^2 + \frac{1}{(2\pi\nu C_1)^2}, \qquad Z_{1-3}^2 = R^2 + \frac{1}{(2\pi\nu C_2)^2}. \qquad (1)$$

Žemų dažnių srityje galioja tokios apytikslės lygybės:

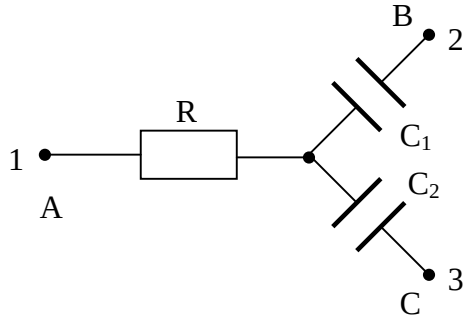
$$Z_{1-2} \approx \frac{1}{2\pi\nu C_1}, \qquad Z_{1-3} \approx \frac{1}{2\pi\nu C_2},$$

$$\lg Z_{1-2} \approx \lg\frac{1}{2\pi C_1} - \lg\nu, \quad \lg Z_{1-3} \approx \lg\frac{1}{2\pi C_2} - \lg\nu.$$

Aukštų dažnių srityje pilnutinės varžos apytikriai lygios rezistoriaus aktyviajai varžai, t.y. $Z_{1-2} \to R; \quad Z_{1-3} \to R.$

Taigi gnybtas A yra prijungtas prie rezistoriaus.

„Juodosios dėžės“ elektrinė schema pavaizduota 45b pav.



45b pav.

5) Parametrus C_1, C_2 ir R lengviausia nustatyti iš grafikų. Tam tikslui $Z_{AB} = f(\nu)$ ir $Z_{AC} = f(\nu)$ grafikų bendrąją asimptotę pratęsiame iki susikirtimo su Z ašimi ir joje atskaitome rezistoriaus varžą R. Iš 45a pav. matyti, kad R ≈ 1,5 kΩ.

Grafikų $\lg Z_{AB} = f(\lg\nu)$ ir $\lg Z_{AC} = f(\lg\nu)$ tiesinių dalių tęsiniai kerta bendrą asimptotę taškuose M ir K, atitinkančiuose dažnius ν_M ir ν_K (45a pav.). Žinodami šiuos dažnius kondensatorių C_1 ir C_2 talpas galime apskaičiuoti tokiu būdu:

$$\lg Z_0 = \lg R = \lg\frac{1}{2\pi C_1} - \lg\nu_M, \quad \lg Z_0 = \lg R = \lg\frac{1}{2\pi C_2} - \lg\nu_K,$$

$$C_1 = \frac{1}{2\pi\nu_M R}, \qquad C_2 = \frac{1}{2\pi\nu_K R}.$$

Įrašę $\nu_M = 1{,}2\cdot10^3$ Hz ir $\nu_K = 2{,}9\cdot10^3$ Hz vertes apskaičiuojame, kad $C_1 = 9\cdot10^{-8}$ F ≈

≈ 90 nF, $C_2 = 3{,}7\cdot10^{-8}$ F ≈ 37 nF.

Šiuos rezultatus galima patikrinti nustačius dažnį ν_L, atitinkantį $Z_{BC}(\nu)$ grafiko susikirtimą su bendra asimptote. Šis dažnis yra $\nu_L = 4{,}1\cdot10^3$ Hz, tad suminė BC grandies talpa

$$C = \frac{1}{2\pi\nu_L R} = 26nF.$$

Kadangi kondensatoriai sujungti nuosekliai,

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}.$$

Įrašę į šią formulę anksčiau nustatytas C_1 ir C_2 skaitines vertes apskaičiuojame, kad C≈ 26,2 nF. Ši vertė gerai sutampa su anksčiau pateiktais eksperimento rezultatais.

6) Norėdami įvertinti voltmetru tekančios srovės įtaką matavimo rezultatams, galime jį atjungti, užrašyti naujus ampermetro parodymus ir jais naudotis skaičiuodami grandinių parametrus. Jei atjungus voltmetrą pasirodytų, kad ampermetro rodmenys bent kiek ženkliau nepakinta, tatai reikštų, kad į voltmetro įtaką matavimo rezultatų tikslumui galima neatsižvelgti.

Pastaba. Jei žemų dažnių srityje $Z_{AC}(\nu)$ ir $Z_{AB}(\nu)$ grafikai būtų nelygiagretūs su $Z_{BC}(\nu)$ grafiku, tai reikštų, kad neteisinga yra manyti, jog $X_C = 1/\omega C >> R$. Tuo atveju skaičiuojant C ir R reikėtų naudotis bendromis formulėmis (1), iš kiekvieno grafiko imant po dvi dažnių vertes:

$$(AB) \qquad \begin{cases} Z_1^2 = R^2 + (\frac{1}{\omega_1 C_1})^2 \\ Z_2^2 = R^2 + (\frac{1}{\omega_2 C_2})^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = \sqrt{(\frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega_2^2}) \cdot \frac{1}{Z_1^2 - Z_2^2}} \\ R = \sqrt{Z^2 - \frac{1}{\omega^2 C_1^2}} \end{cases}$$

Panašios formulės būtų ir (AC) grandžiai.

XI tarptautinės fizikos olimpiada, 1979 m. (Sovietų Sąjunga)

Teorinių užduočių sprendimai

46. Tegul Mėnulio spindulys R_M, orbitos aukštis h, orbitos atstumas nuo Mėnulio centro R. Kai kosminis laivas skrieja apskrita orbita

$$\gamma \frac{MM_M}{R^2} = \frac{Mv_0^2}{R},$$

čia M_M – Mėnulio masė, v_0 – pradinis kosminio laivo greitis, γ - gravitacinė konstanta. Kosminio laivo greitis

$$v_0 = \sqrt{\gamma \frac{M_M}{R}}. \qquad (1)$$

Laisvo kritimo pagreitis Mėnulio paviršiuje

$$g_M = \gamma \frac{M_M}{R_M^2}. \qquad (2)$$

Panaudoję (2) formulę, eliminuojame iš (1) formulės M_M:

$$v_0 = R_M \sqrt{\frac{g_M}{R_M + h}}. \qquad (3)$$

Reikia tiek sumažinti laivo greitį, kad jo pilnutinė mechaninė energija orbitoje pasidarytų tokia, kaip ir Mėnulio taške B (22 pav.). Energijos tvermės dėsnis išreiškiamas lygtimi

$$\frac{M'v_B^2}{2} - \gamma \frac{M'M_M}{R_M} = \frac{M'v^2}{2} - \gamma \frac{M'M_M}{R_M + h}, \qquad (4)$$

o judesio kiekio momento tvermės dėsnis lygtimi

$$M'v_B R_M = M'v(R_M + h). \qquad (5)$$

Čia M' – laivo masė po kuro išmetimo. Reikalingam kuro kiekiui įvertinti tariame, kad visas kuras išmetamas iš karto greičiu u laivo atžvilgiu. Iš judesio kiekio tvermės dėsnio nustatome, kad

$$(M - m_1)\Delta v = m_1 u. \qquad (6)$$

Čia m_1 – sunaudoto kuro masė, Δv – laivo greičio pokytis. Kadangi

$$v = v_0 - \Delta v, \qquad (7)$$

iš formulių (3) – (7) apskaičiuojame m_1:

$$m_1 = \frac{M\Delta v}{u + \Delta v}, \qquad (8)$$

$$\Delta v = v_0 (1 - \sqrt{\frac{2R_M}{2R_M + h}}). \qquad (9)$$

Įrašę skaitines reikšmes, gauname v_0 = 1652,1 m/s, Δv = 23,8 m/s, m_1 = 28,5 kg.

Kitu atveju greičio pokytis statmenas orbitiniam greičiui ir greitis taške A padidėja (23 pav.), nes tangentinė greičio dedamoji nepakinta. Tada

$$v_A = \sqrt{v_0^2 + (\Delta v_2)^2}, \qquad (10)$$

o iš energijos tvermės ir judesio kiekio momento tvermės dėsnių užrašomos lygtys

$$\frac{M'v_C^2}{2} - \gamma \frac{M'M_M}{R_M} = \frac{M'v_A^2}{2} - \gamma \frac{M'M_M}{R_M + h}, \qquad (11)$$

$$M'v_C R_M = M'v_0 (R_M + h). \qquad (12)$$

Iš lygčių (11) – (12) išvedame, kad

$$v_A = v_0\sqrt{\frac{R_M^2 + h^2}{R_M^2}}. \qquad (13)$$

Dabar iš (10) apskaičiuojame Δv_2:

$$\Delta v_2 = h\sqrt{\frac{g_M}{R_M + h}}. \qquad (14)$$

Pasinaudoję (8) formule surandame, kiek kuro bus sunaudota antru atveju

$$m_2 = \frac{M\Delta v_2}{u + \Delta v_2}. \qquad (15)$$

Įrašę skaitines vertes surandame, kad kuro kiekis, reikalingas nutupdyti kosminiam laivui antru būdu, yra m_2 = 115,5 kg, Δv_2 = 97,2 m/s.

47. Aliuminio detalę ir svarelius pirmu atveju veikia sauso oro sukuriama Archimedo jėga, o antru atveju – drėgno. Aliumininės detalės ir žalvarinių svarelių tūriai skiriasi, todėl pasikeitus oro tankiui atsiras papildomas Archimedo jėgų skirtumas ΔF, kuris gali būti aptiktas pakankamo jautrio svarstyklėmis. Archimedo jėgų, veikiančių detalę ir svarelius, skirtumas sausame ore

$$\Delta F_s = \rho_s g\Delta V,$$

o drėgname:

$$\Delta F_d = \rho_d g\Delta V,$$

kur ΔV – detalės ir svarelių tūrių skirtumas, ρ_s ir ρ_d – sauso ir drėgno oro tankiai, o g – laisvojo kritimo pagreitis.

Išreiškiame skirtumą ΔF:

$$\Delta F = \Delta F_s - \Delta F_d = (\rho_s - \rho_d)g\Delta V. \qquad (1)$$

Uždavinio sąlygoje reikalaujama, kad šis skirtumas būtų pastebėtas, t.y. $\Delta F \geq m_0 g$, arba $(\rho_s - \rho_d)\Delta V \geq m_0$, todėl

$$\Delta V \geq \frac{m_0}{\rho_s - \rho_d}. \qquad (2)$$

Detalės ir svarelių tūrių skirtumą ΔV galime rasti iš duotų sąlygoje tankių verčių:

$$\Delta V = \frac{m}{\rho_1} - \frac{m}{\rho_2} = m\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1\rho_2}, \qquad (3)$$

čia m – ieškoma detalės masė. Iš (2) ir (3) turime:

$$m = \Delta V\frac{\rho_1\rho_2}{\rho_2 - \rho_1} \geq \frac{m_0}{\rho_s - \rho_d}\frac{\rho_1\rho_2}{\rho_2 - \rho_1}. \qquad (4)$$

Atmosferos slėgis abiem atvejais yra vienodas, o tankių skirtumas atsiranda dėl to, kad vienetiniame tūryje V dalis sauso oro masės Δm_{so} pakeičiama vandens garų mase Δm_{vg}:

$$\rho_s - \rho_d = \frac{\Delta m_{so}}{V} - \frac{\Delta m_{vg}}{V}.$$

Pagal Mendelejevo – Klapeirono lygtį

$$\Delta m_{so} = \frac{p_v V M_{so}}{RT}, \qquad \Delta m_{vg} = \frac{p_v V M_{vg}}{RT},$$

kur M_s ir M_v – oro ir vandens garų molinės masės.

$$\rho_s - \rho_d = \frac{p_v(M_{so} - M_{vg}}{RT}. \qquad (5)$$

Iš (4) ir (5) lygčių nustatome

$$m \geq \frac{m_0 RT}{p_v (M_{so} - M_{vg})} \cdot \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_2 - \rho_1}. \qquad (6)$$

Įrašę vertes gauname: m ≥ 43 g.

Pastaba: (3) išraiškoje laikydami detalės ir svarelių mases lygiomis, padarėme nedidelę paklaidą. Jos galėtume išvengti, jei uždavinį spręstume ieškodami Archimedo jėgos pokyčio priklausomybės nuo vidutinės oro molinės masės.

Užrašome detalės pusiausvyros sąlygą sausame ore:

$$(\rho_1 - \frac{pM_{so}}{RT})V_1 = (\rho_2 - \frac{pM_{so}}{RT})V_2. \qquad (7)$$

Drėgno oro molinę masę M galime išreikšti taip:

$$M = M_{so}\frac{p_v}{p} + M_{vg}\frac{p - p_v}{p}. \qquad (8)$$

Pastebėti svarstyklių nukrypimą pavyks, jei:

$$(\rho_1 - \frac{pM}{RT})V_1 - (\rho_2 - \frac{pM}{RT})V_2 \geq m_0. \qquad (9)$$

Iš (7) – (9) išraiškų galie gauti tikslesnį atsakymą:

$$m \geq \frac{m_0 RT\rho_1\rho_2 - M_{so}p_v}{p_v (M_{so} - M_{vg})(\rho_2 - \rho_1)}. \qquad (10)$$

Kadangi $M_{so}p_v << m_0 RT\rho_1\rho_2$, atsakymą gausime tą patį: m ≥ 43 g.

48. 1) Teleskopo optinės ašies nukreipimo tikslumą nusako pluoštelio plėtra dėl difrakcijos kampu

$$\delta\varphi \approx \lambda / D \approx 2{,}6 \cdot 10^{-7}\, rad \approx 0{,}05''.$$

2) lazerio šviesos energijos dalis k_1, patenkanti į atšvaitą, gali būti nustatoma iš santykio atšvaito ploto $S_1 = \pi d^2 / 4$ su šviesos dėmės

Mėnulyje plotu $S_2 = \pi r^2$. Čia $r = L\delta\varphi \approx L\lambda / D$, o L – atstumas nuo Žemės iki Mėnulio.

$$k_1 = \frac{S_1}{S_2} = \frac{d^2}{(2r)^2} = \frac{d^2 D^2}{4\lambda^2 L^2}.$$

Atsispindėjęs šviesos pluoštelis taip pat išplinta ir Žemėje apšviečia dėmę, kurios radiusas R = Lλ/D, nes r << R. Todėl atspindėtos energijos dalis, kuri patenka į teleskopą, bus

$$k_2 = \frac{D^2}{(2R)^2} = \frac{D^2 d^2}{4\lambda^2 L^2}.$$

Lazerio energijos dalis, kuri patenka į teleskopą atsispindėjusi nuo atšvaito Mėnulyje, bus lygi:

$$k_0 = k_1 k_2 = (\frac{dD}{2\lambda L})^4 \approx 10^{-12}.$$

3) Į akies vyzdį patenka tiek kartų mažesnė šviesos srauto dalis, palyginti su teleskopu, kiek kartų vyzdžio plotas S_v yra mažesnis už teleskopo veidrodžio plotą S_t:

$$k_v = k_0 \frac{S_v}{S_t} = k_0 \frac{d_v^2}{D^2} \approx 3{,}7 \cdot 10^{-18}.$$

Tada patekusių fotonų skaičius

$$N = \frac{E}{h\nu} k_v = 12.$$

Kadangi N < m, paprasta akimi atspindėto blyksnio nepastebėsime.

4) Kai nėra atšvaito, tai α = 10 % lazerio spinduliuotės energijos, krintančios į Mėnulį, išsklaido Mėnulio paviršius erdviniame kampe

$\Omega_1 = 2\pi$ sr. Erdvinis kampas, kuriuo matomas teleskopo veidrodis iš Mėnulio, yra

$$\Omega_2 = \frac{S_t}{L^2} = \frac{\pi D^2}{4L^2}.$$

Todėl į teleskopą patenka energijos dalis

$$k = \alpha\frac{\Omega_2}{\Omega_1} = \alpha\frac{D^2}{8L^2} \approx 0{,}5\cdot 10^{-18}.$$

Tokiu būdu laimėjimas, kuris gaunamas naudojant atšvaitą, yra lygus

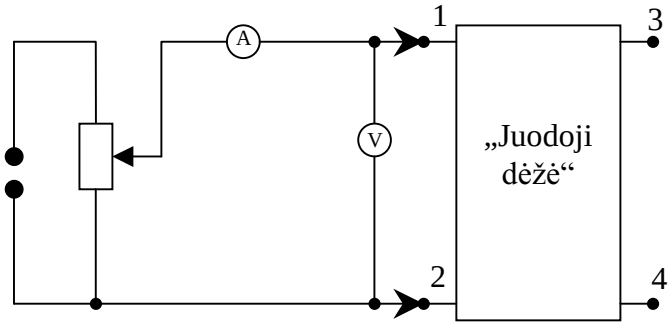
$$\beta = \frac{k_0}{k} \approx 2\cdot 10^6.$$

Pastaba. Gautoji vertė yra apytikrė, nes šviesos pluoštelis kampo viduje pasiskirsto netolygiai.

Eksperimentinių užduočių sprendimai

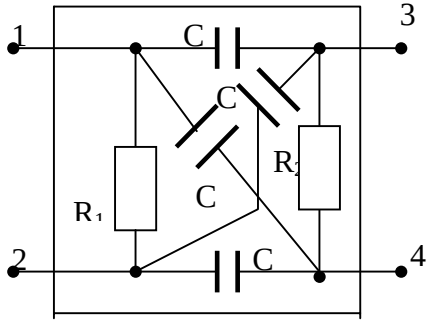
49. „Juodojoje dėžėje“ yra 4 įvadai. Norint nustatyti grandinės elementų parametrus ir nubraižyti jos lygiavertę schemą, iš pradžių tikslinga atlikti matavimus su nuolatinės įtampos šaltiniu. Patartina sujungti grandinę pagal 49a pav. schemą ir, atlikus matavimus, nubraižyti įvairių įvadų voltamperines charakteristikas. Pagal jas iš karto nustatome, kad „dėžėje“ nėra įtampos šaltinių, nes visi I = f(U) grafikai eina per koordinačių sistemos pradžią. Taip pat darome išvadą, kad nėra diodų, nes srovės stipris nepriklauso nuo prijungtų įtampos šaltinių poliškumo. Pagal grafikų polinkio kampus galime nustatyti varžas tarp įvairių „dėžės“ įvadų. Paaiškėja, kad tik $R_{1\text{-}2}$ ir $R_{3\text{-}4}$ varžos yra baigtinės, o tarp kitų įvadų ampermetras nerodo jokios srovės. Galime manyti, jog tarp tų įvadų galbūt yra rezistoriai, kurių varžos didesnės negu R_m:

$$R_m = \frac{U_{\max}}{I_{\min}} = \frac{4{,}5V}{2\cdot 10^{-6}A} = 2{,}25\cdot 10^6\,\Omega.$$



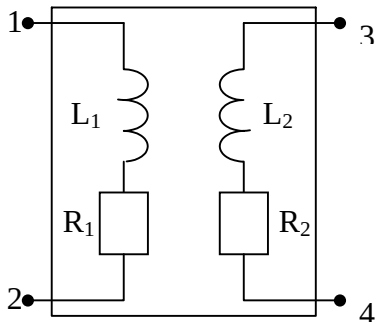
49a pav.

Čia I_{min} – mažiausias srovės stipris, kurį dar galima išmatuoti duotuoju prietaisu. Taip pat galime spėti, jog tarp 1 – 3, 1 – 4, 2 – 3 ir 2 – 4 įvadų yra kondensatoriai, kaip parodyta 49b pav.



49b

Pakui tikslinga panašius matavimus atlikti su kintamosios įtampos šaltiniu. Šiuo atveju iš voltamperinių charakteristikų nustatome pilnutines varžas Z_1 ir Z_2 tarp 1 – 2 ir 3 – 4 įvadų. Palyginus jas su anksčiau nustatytomis R_1 ir R_2 vertėmis tarp tų įvadų paaiškėja, kad $Z_1 > R_1$ ir $Z_2 > R_2$. Šis faktas leidžia padaryti išvadą, jog tarp 1 – 2 ir 3 – 4 įvadų yra ritės (49c pav.). Šių ričių induktyvumus gali me apskaičiuoti pagal formules



49c pav.

$$L_1 = \frac{\sqrt{Z_1^2 - R_1^2}}{2\pi\nu},$$

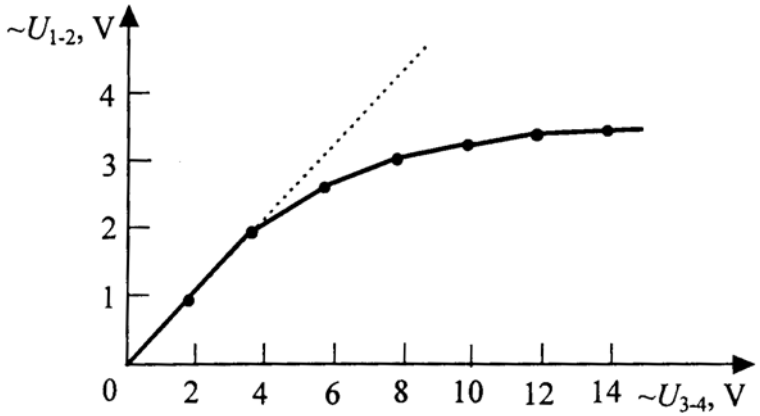
$$L_2 = \frac{\sqrt{Z_2^2 - R_2^2}}{2\pi\nu}.$$

Toliau reikia ištirti Z = f(I) ir L = f(I) priklausomybes. Jų pobūdis leidžia padaryti išvadą, jog ritėse yra feromagnetinės šerdys. Taip pat iš matavimų su kintamąja srove rezultatų galime įvertinti kondensatorių talpų, kurie gali būti tarp 1 – 3, 1 – 4, 2 – 3 ir 2 – 4 įvadų, viršutinius rėžius:

$$C_{\max} = \frac{I_{\min}}{2\pi\nu U_{\max}} = \frac{5\cdot 10^{-6} A}{2\cdot 3{,}14\cdot 50 Hz\cdot 3V} = 5nF.$$

Paskui reikia patikrinti, ar nėra abipusio induktyvumo tarp 1 – 2 ir 3 – 4 grandžių. $U_{3\text{-}4}$ įtampos priklausomybės nuo $U_{1\text{-}2}$ įtampos grafikas pateiktas 49d pav. Iš jo galima nustatyti ne tiktai transformacijos koeficientą

$$K = \frac{U_{3-4}}{U_{1-2}} = 2,$$

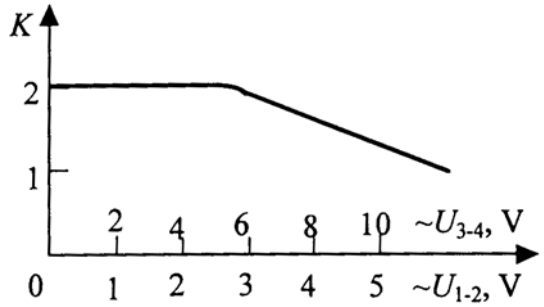


49d pav.

bet ir didžiausias L_1 ir L_2 ričių įtampas, iki kurių transformacijos koeficientas nekinta, t.y. dar nepasiekia šerdies magnetinė sotis.

$$U_{1-2(\max)} = 2{,}5V, \quad U_{3-4(\max)} = 5V.$$

Galima dar nubraižyti $K(U_{1\text{-}2})$ ir $K(U_{3\text{-}4})$ priklausomybių grafikus (49e pav.).



49e pav.

„Juodosios dėžės“ schemą buvo galima nustatyti ir atlikus tyrimus su nuolatine srove. Tam reikėjo aptikti, jog tarp 1 – 2 ir 3 – 4 įvadų yra induktyvinis ryšys, t.y. indukcinės elektrovaros atsiradimą 3 – 4 grandyje, kai 1 – 2 grandyje įjungiama arba išjungiama srovė, arba atvirkščiai.

XII tarptautinė fizikos olimpiada, 1981 m. (Bulgarija)

Teorinių užduočių sprendimai

50. Sistemą galima laikyti uždara, kol pertvara neišlekia iš mėgintuvėlio. Užrašykime jai impulso ir energijos tvermės dėsnius:

$$Mv_1 + nM_0(v_1 - u)/2 - mu = 0, \qquad (1)$$

$$\frac{Mv_1^2}{2} + \frac{nM_0(v_1^2 - uv_1 + u^2)}{6} + \frac{mu^2}{2} = \Delta U, \qquad (2)$$

čia v_1 – mėgintuvėlio greitis tuo momentu, kai pertvara išlekia greičiu u, ΔU – dujų vidinės energijos pokytis. Kadangi dujos idealios ir vienatomės, tai

$$\Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T = \frac{3}{2}nR(T - T_K), \qquad (3)$$

čia T_K – dujų temperatūra pertvaros išlėkimo momentu, kurią randame iš adiabatinio plėtimosi dėsnio:

$$pV^{\gamma} = const.$$

Atsižvelgę, kad pV = nRT, gauname:

$$TV^{\gamma-1} = const, \quad TV^{\gamma-1} = T_K V_K^{\gamma-1}.$$

Pagal uždavinio sąlygą $V_K = 2V$, o adiabatės parametras vienatomėms dujoms $\gamma = c_p / c_v = \frac{5/2R}{3/2R} = 5/3$, todėl

$$T_K = T(V/V_K)^{\gamma-1} = T/2^{2/3} = 2^{-2/3}T. \qquad (4)$$

Spręsdami (1) – (4) lygtis kartu, gauname:

$$v_1 = 3(m + \frac{nM_0}{2})[\frac{(1-2^{-2/3})nRT}{(m+M+nM_0)(3mM + nMM_0 + nmM_0 + \frac{1}{4}n^2M_0^2)}]^{1/2}. \qquad (5)$$

Jei tarsime, kad dujų masė nM_0 yra daug mažesnė už mėgintuvėlio ir pertvaros masę, galėsime supaprastinti (5) formulę:

$$v_1 = \sqrt{3(1-2^{-2/3}\frac{mnRT}{M(m+M)}}. \qquad (5')$$

Išlėkus pertvarai, mėgintuvėlis įgis papildomą greitį v_2 dėl atomų susidūrimų su mėgintuvėlio dugnu. Kiekvienas atomas perduoda mėgintuvėliui impulsą

$$p = 2m_A \Delta\bar{v}_x,$$

kur m_A – atomo masė: $m_A = M_0/Na$, o $\Delta\bar{v}_x$ išreiškiamas vidutiniu kvadratiniu atomų greičiu tokiu būdu:

$$\bar{v}_x = \sqrt{\frac{\overline{v^2}}{3}}, \quad nes \quad \begin{cases} \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2} = \overline{v^2}, \\ \overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}. \end{cases}$$

Tampraus atomo smūgio į sienelę metu mėgintuvėlis gauna impulsą

$$p = 2\frac{M_0}{Na}\sqrt{\frac{\overline{v^2}}{3}}.$$

Visus skaičiavimus atliekame atskaitos sistemoje, judančioje greičiu v_1, tardami, kad šiluminio atomų judėjimo greitis yra daug didesnis už mėgintuvėlio.

Atsižvelgę į tai, kad į mėgintuvėlio dugną atsitrenkia vidutiniškai pusė atomų, suminį mėgintuvėlio gautą impulsą p_n galime išreikšti taip:

$$p_n = \frac{1}{2}nN_A p = nM_0\sqrt{\frac{\overline{v^2}}{3}}. \qquad (6)$$

Mėgintuvėlio greitis v_2 atskaitos sistemoje, judančioje greičiu v_1, gali būti išreikštas taip:

$$v_2 = \frac{p_n}{M} = n\frac{M_0}{M}\sqrt{\frac{\overline{v^2}}{3}}. \qquad (7)$$

o vidutinis kvadratinis šiluminio atomų judėjimo greitis:

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT_K}{M_0}},$$

kur (4) išraišką įskaitę temperatūrai T_K gauname:

$$v_2 = 2^{-1/3}\frac{n\sqrt{M_0RT}}{M}. \qquad (8)$$

Ieškomas mėgintuvėlio greitis atskaitos sistemoje, kurioje jis nejudėjo:

$$v = v_1 + v_2 = \sqrt{\frac{3(1-2^{-2/3})nmRT}{(nM_0+M)(m+nM_0+M)}} + 2^{-1/3}\frac{n\sqrt{M_0RT}}{M} \approx$$

$$\approx \sqrt{\frac{3(1-2^{-2/3})nmRT}{M(m+M)}} + 2^{-1/3}\frac{n\sqrt{M_0RT}}{M}.$$

51. 1) R_0 varžos lemputei reikalinga įtampa U_0 gaunama panaudojant potenciometrą, kurio varžą R reikia apskaičiuoti (žr. 51a pav.). Viršutinės reostato dalies varžą pažymėkime R_x. Šiai grandinei taikydami Kirchhofo taisykles, galime užrašyti:

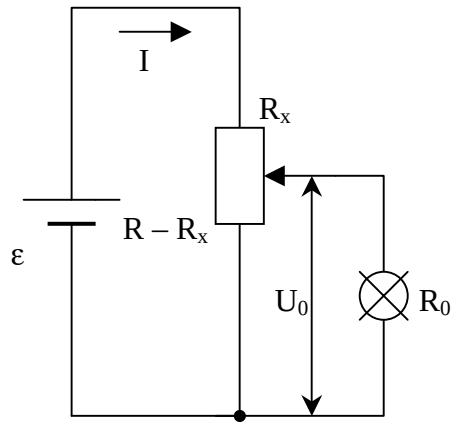
$$I = \frac{U_0}{R_0} + \frac{U_0}{R - R_x}, \qquad (1)$$

$$U_0 = \varepsilon - IR_x. \qquad (2)$$

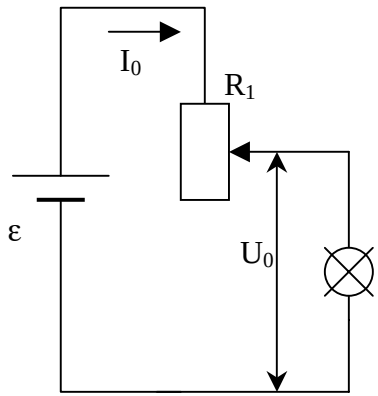
R_0

Šios grandinės naudingumo koeficientas

$$\eta = \frac{P_n}{P} = \frac{U_0^2 / R_0}{I\varepsilon} = \frac{U_0^2}{R_0 I\varepsilon}. \qquad (3)$$



51a pav.



51b pav.

Iš (3) išraiškos matyti, kad didžiausią srovę, kuriai turi būti apskaičiuotas reostatas, nulemia mažiausia lemputės grandinės naudingumo koeficiento vertė:

$$I_{\max} = \frac{U_0^2}{R_0 \varepsilon \eta_{\min}} = \frac{U_0^2}{R_0 \varepsilon \eta_0} = 2{,}8A. \qquad (4)$$

Reostato varžos R priklausomybę nuo naudingumo koeficiento η apskaičiuojame, iš (3) išreiškę srovės stiprį

$$I = \frac{U_0^2}{R_0 \varepsilon \eta}$$

ir įrašę jį į (1) ir (2) formules:

$$\frac{U_0}{R_0 \varepsilon \eta} = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R - R_x}, \qquad (5)$$

$$R_x = (\varepsilon - U_0) \cdot \frac{R_0 \varepsilon \eta}{U_0^2}. \qquad (6)$$

Iš (5) ir (6) nustatome, kad

$$R = R_0 \eta \cdot \frac{\varepsilon^2}{U_0^2} \cdot \frac{1 + \eta(1 - \frac{\varepsilon}{U_0})}{1 - \frac{\varepsilon}{U_0} \cdot \eta}. \qquad (7)$$

Norėdami rasti atsakymą į likusius klausimus, turime išsiaiškinti R(η) funkcijos pobūdį. Tam tikslui apskaičiuosime šios funkcijos išvestinę pagal η:

$$R'(\eta) \sim \left(\frac{\eta + \eta^2(1 - \frac{\varepsilon}{U_0})}{1 - \frac{\varepsilon}{U_0} \cdot \eta}\right)' \sim 1 + 2\eta(1 - \frac{\varepsilon}{U_0}) \cdot (1 - \frac{\varepsilon}{U_0} \cdot \eta) +$$

$$+ [\eta + \eta^2(1 - \frac{\varepsilon}{U_0})]\frac{\varepsilon}{U_0} = \eta(2 - \frac{\varepsilon}{U_0} \cdot \eta)(1 - \frac{\varepsilon}{U_0}) + 1.$$

Pastaroji išraiška yra teigiama, nes η< 1, tad R(η) – didėjanti funkcija. Tam, kad naudingumo koeficientas būtų ne mažesnis už η_0 = 0,6, reostato varža turi būti didesnė už mažiausią vertę R_{min} arba bent lygi jai. Ta vertė apskaičiuojama pagal (7) formulę, vietoj η įrašius η_0:

$$R \geq R_{\min} = R_0\eta \cdot \frac{\varepsilon^2}{U_0^2} \cdot \frac{1+\eta(1-\frac{\varepsilon}{U_0})}{1-\frac{\varepsilon}{U_0}\cdot\eta} = 8{,}5\,\Omega.$$

2) Kadangi R(η) – didėjanti funkcija, didžiausia naudingumo koeficiento vertė bus, kai R → ∞. Tuo atveju bendra grandinės srovė bus mažiausia ir lygi per lemputę tekančiai srovei $I_0 = U_0/R_0$, o

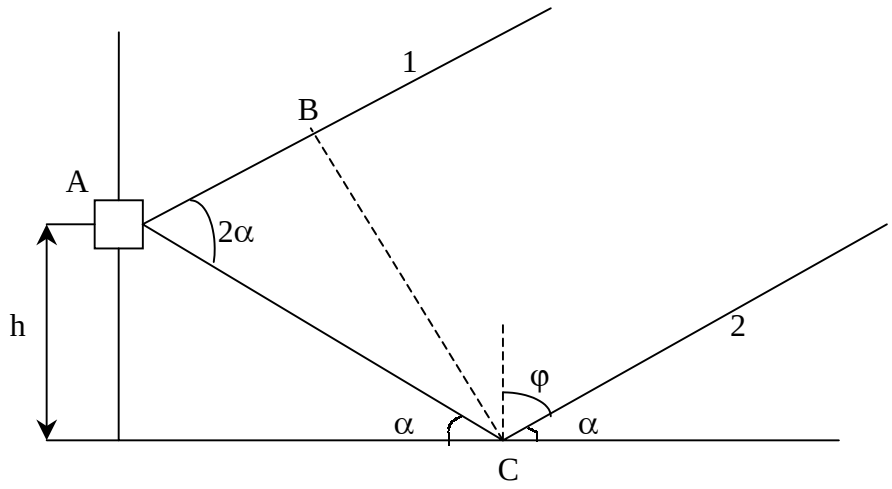
$$\eta_{\max} = \frac{I_0 U_0}{I_0 \varepsilon} = \frac{U_0}{\varepsilon} = 0{,}75.$$

Šiuo atveju lemputę reikia jungti pagal 51b pav. schemą. Tos reostato dalies, kuria teka srovė, varža R_1 apskaičiuojama pagal Omo dėsnį:

$$R_1 = \frac{\varepsilon - U_0}{I_0} = \frac{\varepsilon - U_0}{U_0} \cdot R_0 = 0{,}67\,\Omega.$$

52. 1) Imtuvo A registruojamą signalą nusako tiesioginio spindulio 1 ir atsispindėjusiojo nuo vandens paviršiaus spindulio 2 interferencija (52 pav.). Kadangi spindulys 2 atsispindi nuo optiškai tankesnės terpės, virpesių fazė pakinta dydžiu π. Tada spindulių 1 ir 2 eigos skirtumas

$$\Delta = AC + \frac{\lambda}{2} - AB = \frac{h}{\sin\alpha} + \frac{\lambda}{2} - \frac{h}{\sin\alpha}\cos 2\alpha = \frac{\lambda}{2} + \frac{h}{\sin\alpha}(1-\cos 2\alpha) = \frac{\lambda}{2} + 2h\sin\alpha. \quad (1)$$



52 pav.

Interferencijos maksimumų sąlyga yra

$$\frac{\lambda}{2} + 2h\sin\alpha_{\max} = k\lambda.$$

Iš čia

$$\sin\alpha_{\max} = (k - \frac{1}{2})\frac{\lambda}{2h} = \frac{\lambda}{4h}(2k-1). \quad (2)$$

Čia k = 1, 2, 3,...., 19. Eigos skirtumas neturi būti didesnis už h, todėl k ne didesnis už 19.

Interferencijos minimumai nusakomi sąlyga:

$$\frac{\lambda}{2} + 2h\sin\alpha_{\min} = (2k+1)\lambda/2.$$

Iš čia

$$\sin\alpha_{\min} = \frac{k\lambda}{2h}. \quad (3)$$

Čia k = 0,1, 2, 3,...., 19.

2) Kadangi ką tik patekėjus žvaigždei kampinis aukštis α yra lygus nuliui, tenkinama minimumo sąlyga. Todėl po jos patekėjimo priimamojo signalo stipris didės.

3) Kai tenkinama interferencijos maksimumo sąlyga, į imtuvą patenka elektromagnetinė banga, kurios elektrinio lauko amplitudė yra lygi tiesiogiai krintančiosios ir atsispindėjusiosios bangų amplitudžių sumai:

$$E_{\max} = E_k + E_a.$$

Pagal užduoties sąlygą

$$E_a = E_k \frac{n - \cos\varphi}{n + \cos\varphi}.$$

Tada

$$E_{\max} = E_k (1 + \frac{n - \cos\varphi_{\max}}{n + \cos\varphi_{\max}}).$$

Kadangi $\varphi_{\max} = \frac{\pi}{2} - \alpha_{\max}$, tai

$$E_{\max} = E_k (1 - \frac{n - \sin\varphi_{\max}}{n + \sin\varphi_{\max}}) = E_k \frac{2n}{n + \sin\varphi_{\max}}. \qquad (4)$$

Interferencijos minimumo atveju atstojamosios bangos amplitudė lygi

$$E_{\min} = E_k - E_a = E_k \frac{2\sin\varphi_{\min}}{n + \sin\varphi_{\min}}. \qquad (5)$$

Intensyvumas proporcingas amplitudės kvadratui, todėl atitinkamų maksimumų ir minimumų intensyvumų santykis lygus:

$$\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = (\frac{E_{\max}}{E_{\min}})^2 = \frac{n^2}{\sin^2\varphi_{\min}} \frac{(n + \sin\varphi_{\min})^2}{(n - \sin\varphi_{\max})^2}. \qquad (6)$$

Įrašius sąlygas (2) ir (3) į išraišką (6) gauname:

$$\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \frac{4n^2h^2}{k^2\lambda^2} \left[\frac{n + k\frac{\lambda}{2h}}{n + (2k-1)\frac{\lambda}{4h}} \right]^2. \qquad (7)$$

Iš šios formulės, kuri yra teisinga bet kokiai vertei k, gaunama išraiška atskiram atvejui k = 1, atitinkančiam pirmajam maksimumui ir gretimam prie jo minimumui:

$$\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \frac{4n^2h^2}{\lambda^2} \left(\frac{n + \frac{\lambda}{2h}}{n + \frac{\lambda}{4h}} \right)^2 = 3 \cdot 10^4.$$

Kadangi n >> λ/2h, tai iš išraiškos (7) gaunama:

$$\frac{I_{\max}}{I_{\min}} \approx \frac{4n^2h^2}{k^2\lambda^2}.$$

T.y. kylant žvaigždei virš horizonto (didėjant skaičiui k), signalų intensyvumų santykis I_{max}/I_{min} mažės.

Eksperimentinių užduočių sprendimai

53. Atliekant pirmąją užduotį tikslinga atlikti ne mažiau kaip 10 raiščio ilgio l_n matavimų, esant įvairioms apkrovos svarelio masėms m_n. Kiekvienam bandymui apskaičiuojame dydį $\Delta l_n = l_n - l_0$ ir nubrėžiame priklausomybės $\Delta l_n = \Delta l_n(F_n)$ grafiką. Čia $F_n = m_n g$ – raiščio

įtempimo jėga. Vaizdumo dėlei matavimų rezultatų pavyzdį pateikiame lentelėje:

m_n, kg	$F_n = m_n g$, N	l_n, mm	$\Delta l_n = l_n - l_0$, mm
0,005	0,05	153	3
0,015	0,15	158	8
0,025	0,25	164	14
0,035	0,35	172	22
0,045	0,45	181	31
0,055	0,55	191	41
0,065	0,65	202	53
0,075	0,75	215	65
0,085	0,85	228	78
0,095	0,95	243	93
0,105	1,05	261	111

Atitinkamas $\Delta l_n = \Delta l_n(F_n)$ priklausomybės grafikas toks, kaip pavaizduota 53 pav.

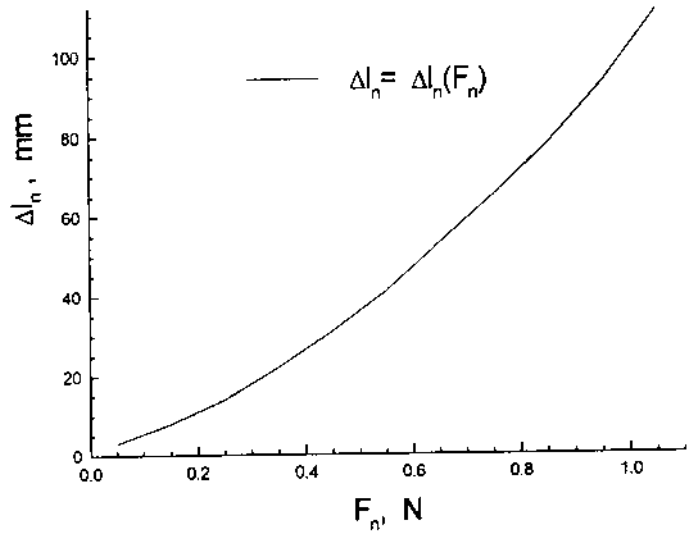
Tam, kad apskaičiuotume raiščio tūrį konkrečioms parametrų vertėms, Huko dėsnį rašome tokiu pavidalu

$$\frac{\Delta l_n^{'}}{l_n} = \frac{1}{E}\frac{\Delta F_n}{S_n}, \qquad (1)$$

iš kur

$$S_n = \frac{l_n \Delta F_n}{E \Delta l_n^{'}}, \qquad (2)$$

čia $\Delta l_n^{'} = l_n - l_{n-1}$, $\Delta F_n = \Delta m_n g$. Naudojant Huko dėsnį, užrašytą pavidalu $\frac{\Delta l_n}{l_n} = \frac{1}{E}\frac{F}{S}$, raiščio skerspjūvio plotui S_n gaunamos didelės



53 pav.

paklaidos, nes Δl_n yra palyginamas su l_n. Žinodami S_n nesunkiai apskaičiuojame raiščio tūrį V_n kiekvienai F_n vertei:

$$V_n = S_n l_n = \frac{l_n^2 \Delta F_n}{E \Delta l_n^{'}}. \qquad (3)$$

Naudodamiesi aukščiau pateiktos lentelės rezultatais sudarome naują lentelę, į kurią surašome skaičiavimų rezultatus.

$\Delta m_n = m_n - m_{n-1}$, kg	$\Delta F_n = \Delta m_n g$, N	l_n, m	$\Delta l_n^{'} = l_n - l_n$, m	$S_n = \frac{l_n \Delta F_n}{E \Delta l_n^{'}}$, $10^{-6}m^2$	$V_n = l_n S_n$, $10^{-9}m^3$
0,035-0,025	0,1	0,172	0,008	1,07	184
0,045-0,035	0,1	0,181	0,009	1,01	183
0,055-0,045	0,1	0,191	0,010	0,95	182
0,065-0,055	0,1	0,203	0,012	0,92	187
0,075-0,065	0,1	0,215	0,012	0,89	191
0,085-0,075	0,1	0,228	0,013	0,88	200
0,095-0,085	0,1	0,243	0,015	0,81	196
0,105-0,095	0,1	0,261	0,018	0,72	188

Šie rezultatai rodo, kad raiščio tūrio santykinė paklaida

$$\varepsilon = \frac{\Delta \overline{V}_n}{\overline{V}_n} \cdot 100\% \approx 2{,}8\%. \qquad (4)$$

Tai kur kas mažiau, negu kad uždavinio sąlygoje nurodyti galimi nukrypimai nuo Huko dėsnio. Galima tvirtinti, kad atliekamo eksperimento metu

$$V_n = \text{const}. \qquad (5)$$

Šį rezultatą galima gauti ir teoriškai. Huko dėsnis raiščio pailgėjimui

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E}\frac{F}{S}. \qquad (6)$$

Santykinis spindulio sumažėjimas aprašomas formule

$$\frac{\Delta r}{r} = -\frac{\sigma}{E}\frac{F}{S}, \qquad (7)$$

čia σ - Puasono koeficientas. Guminio raiščio tūris yra $V = \pi r^2 l$. Tūrio pokytis, nedaug pakintant ilgiui ir spinduliui, bus

$$\Delta V = \pi(2rl\Delta r + r^2 \Delta l). \qquad (8)$$

Panaudoję (6) ir (7) išraiškas eliminuojame matmenų pokyčius ir gauname

$$\Delta V = lr^2 \frac{F}{ES}(1 - 2\sigma). \qquad (9)$$

Ar tūris didėja, ar mažėja, nusako raiščio medžiagos Puasono koeficientas. Gumai $\sigma \approx 0{,}5$, todėl ΔV = 0 ir

$$V = \text{const}. \qquad (10)$$

Kitas būdas, kuriuo galima išmatuoti raiščio tūrį, yra paremtas lėkštelės su svarsčiu mažų svyravimų stebėjimu. Lėkštelė su svarsčiu svyruoja veikiant jėgai

$$F = ES\frac{\Delta l}{l}. \qquad (11)$$

Esant mažai svyravimų amplitudei raiščio skerspjūvio plotą S galime laikyti pastoviu. Iš antrojo Niutono dėsnio gauname harmoninių svyravimų lygtį raiščio pailgėjimui

$$-ES\frac{\Delta l}{l} = m\frac{d^2(\Delta l)}{dt^2}. \qquad (12)$$

Iš čia harmoninių svyravimų periodas

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{ml}{ES}}. \qquad (13)$$

Panaudoję pastarąją išraišką gauname

$$V = Sl = \frac{4\pi^2 ml^2}{ET^2}. \qquad (14)$$

Išmatavę svyravimų periodą T, aki lėkštelėje yra krovinys, kurio masė m = 65mg, gauname $V \approx 195 \cdot 10^{-9}\ m^3$, o tai gerai sutampa su pirmos matavimų serijos rezultatais.

XIII tarptautinė fizikos olimpiada, 1982 m. (Vokietija)

Teorinių užduočių sprendimai

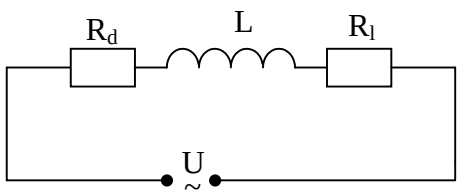
54. a) Kai lempa dega normaliu režimu, grandinės lygiavertė schema esti tokia, kokia parodyta 54a pav.

Tokios grandinės pilnutinė varža

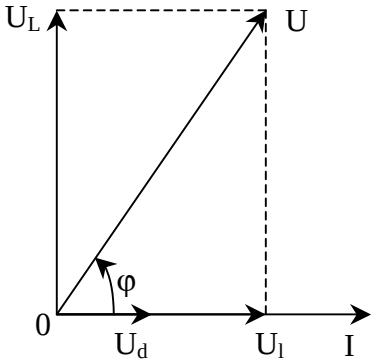
$$Z = \sqrt{(R_l + R_d)^2 + (2\pi\nu L)^2}.$$

Iš čia nustatome droselio induktyvumą

$$L = \frac{1}{2\pi\nu} \cdot \sqrt{Z^2 - (R_l + R_d)^2}.$$



54a pav.



54b pav.

Į pastarąją lygybę įrašę Z = U/I ir R_l = U'/I, apskaičiuojame, kad

$$L = \frac{1}{2\pi\nu} \cdot \sqrt{\frac{U^2}{I^2} - (R_d + \frac{U'}{I})^2} \approx 1{,}09H.$$

b) Iš grandinės vektorinės diagramos (54b pav.) matyti, kad fazių skirtumas tarp įtampos ir srovės

$$tg\varphi = \frac{U_L}{U_l + U_d} = \frac{2\pi\nu L}{R_l + R_d} = \frac{2\pi\nu L}{U'/I + R_d}.$$

įrašę skaitines vertes ir suskaičiavę nustatome, kad

$$tg\varphi \approx 2{,}06, \ \varphi \approx 64{,}1^0.$$

c) Vidutinę galią galima apskaičiuoti pagal bet kurią iš šių dviejų formulių:

$$P = IU\cos\varphi, \qquad (1)$$

arba

$$P = I^2 R = I^2 (R_d + U'/I). \qquad (2)$$

Čia I ir U – efektinės srovės ir įtampos vertės. Įrašę skaitines vertes į bet kurią iš šių formulių ir suskaičiavę, gauname P ≈ 60 W.

d) Tinklo įtampa yra mažesnė už liuminescencinės lempos užsidegimo įtampą. Susijungus starterio kontaktams, per droselio ritę teka srovė, o jiems atsijungus, droselio ritėje indukuojama saviindukcijos elektrovara, proporcinga ritės induktyvumui ir srovės kitimo spartai:

$$\varepsilon = -L\frac{\Delta i}{\Delta t} = -Li'.$$

Ritės srovės kitimo būdingoji trukmė τ priklauso nuo lygiagrečiai su droseliu įjungtos grandinės talpos C:

$$\tau \sim \sqrt{LC}.$$

Jei C vertė maža, saviindukcijos elektrovara esti didesnė ir gali pasiekti lempos užsidegimo įtampą.

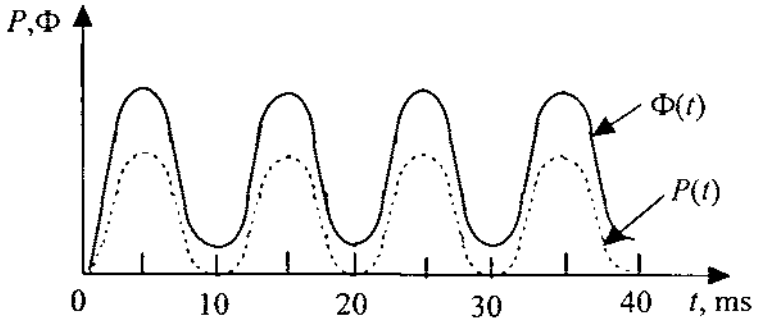
Pastaba. Tam, kad lempa užsidegtų, riekia, jog starterio kontaktų atsijungimo momentas nesutaptų su momentu, kada srovės stiprio momentinė vertė yra lygi nuliui.

e) Nusistovėjus lempos degimo režimui šviesos srautas Φ esti proporcingas lempos elektrinei galiai:

$$\Phi \sim P = I_m^2 R_l \sin^2 \omega t = \frac{1}{2} I_m^2 R_l (1 - \cos 2\omega t) = \frac{1}{2}\Phi_m (1 - \cos 2\omega t).$$

Čia I_m ir Φ_m – srovės stiprio ir šviesos srauto amplitudės. Iš šios formulės aiškėja, kad Φ ir P svyravimų dažnis dvigubai didesnis už tinklo dažnį ir lygus 2ν = 100 Hz. Galios P priklausomybės nuo laiko t grafikas pavaizduotas 54c pav. punktyrine linija.

Šviesos srauto Φ(t) grafikas ne visai sutampa su P(t) grafiku. Tuo momentu, kai P = 0, Φ ≠ 0, nes plazmos švytėjimas lempoje kurį laiką išlieka. Apytikris Φ(t) grafikas 54c pav. pavaizduotas ištisine linija.



54c pav.

f) Nepaisant to, kad lempos įtampa tam tikrais laiko momentais esti ųygi nuliui, lempoje lieka laisvųjų krūvininkų – gyvsidabrio jonų ir elektronų, nes jų rekombinacijos trukmė yra didelė, palyginti su laiku, kada nutrūksta energijos tiekimas jiems. Todėl lempa dega visą laiką.

g) Nuosekliai su droseliu įjungus C_0 = 4,7 μF talpos kondensatorių, lempos užsidegimo sąlygos praktiškai nepakinta, nes kondensatoriaus C_0 talpa yra daug didesnė už lempos elektrodų ir starterio talpą C. Taigi visos grandinės talpa C' mažai skiriasi nuo C:

$$C' = \frac{CC_0}{C + C_0} = \frac{C}{1 + C/C_0} \approx C.$$

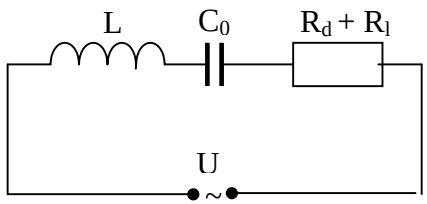
Todėl atsijungus starterio kontaktams lempos įtampa esti daug didesnė už kondensatoriaus įtampą:

$$U_l / U = C_0 / C >> 1.$$

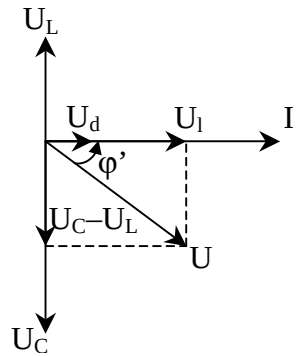
Vadinasi, lempos užsidegimo principas išlieka toks pat, kaip ir be kondensatoriaus.

Dabar panagrinėkime, ar pakis lempa tekančios srovės stipris nuostoviuoju atveju. Grandinės su kondensatoriumi lygiavertė schema pavaizduota 54d pav. Tokios grandinės pilnutinė varža:

$$Z' = \sqrt{(\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 + (R_l + R_d)^2}.$$



54d pav.



54e pav.

Kadangi $X_L = \omega L \approx 342\,\Omega$, o $X_C = \frac{1}{\omega C} \approx 677\,\Omega$, t.y.

$|\omega L| \approx \left|\omega L - \frac{1}{\omega C}\right|$, tad $Z' \approx 374\,\Omega$ ($Z' \approx Z$). Matome, kad srovės stipris grandinėje pakis nedaug: $I' = 0{,}61\,A$. Mažai pakis ir lempos įtampa: U' = 85,5 V bei fazių skirtumo modulis. Iš 54e pav. vektorinės diagramos akivaizdu, kad pasikeis tik fazių skirtumo ženklas:

$$tg\varphi' = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R_l + R_d} = -2{,}01; \quad \varphi' = -63{,}6^0; \quad (|\varphi'| \approx |\varphi|).$$

Kai lygiagrečiai įjungiama daug liuminescencinių lempų, padidėja fazių skirtumas tarp srovės ir įtampos, todėl, norint, kad kiekvienos lempos galia išliktų nepakitusi, reikia didinti srovės stiprį.

Imkime tokį pavyzdį. Esant dviem lygiagrečiai įjungtoms lempoms be kondensatorių, srovės stipris

$$I = I_0 \cos(\omega t + \varphi) + I_0 \cos(\omega t + \varphi) = 2I_0 \cos(\omega t + \varphi).$$

Jeigu lygiagrečiai su viena tų lempų įjungiame antrą lempą su kondensatoriumi C_0, srovės stipris būtų

$$I = I_0 \cos(\omega t + \varphi) + I_0 \cos(\omega t - \varphi) = 2I_0 \cos\omega t \cos\varphi.$$

Iš šių išraiškų matome, kad antruoju atveju srovės stipris mažesnis 2,3 karto, nes $\cos\varphi \approx 0{,}44$.

Taigi kondensatoriai reikalingi fazių skirtumams kompensuoti

h) Nuo vienos lempos pusės buvo pašalintas liuminescuojančios medžiagos (liuminoforo) sluoksnis. Olimpiados dalyviai per spektroskopą stebėjo gyvsidabrio linijinį spektrą.

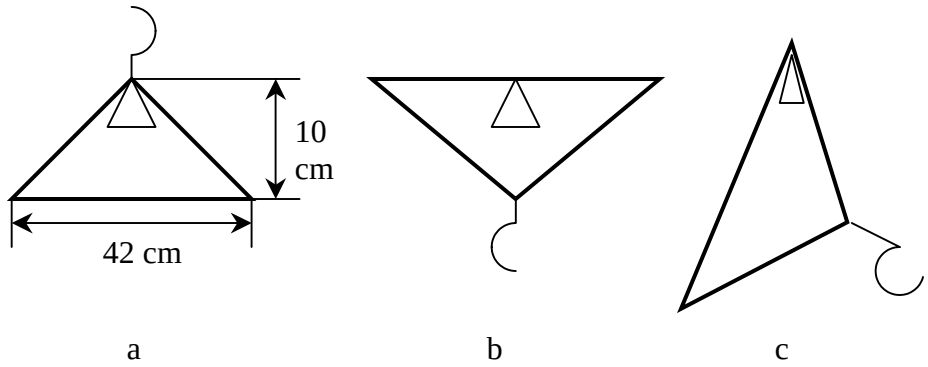
Kitos lempos pusės, padengtos liuminoforu, spektras buvo ištisinis. Jis susidaro liuminoforui sugeriant ultravioletinius gyvsidabrio spektro spindulius ir paskui spinduliuojant regimąją šviesą, nes pagal Stokso dėsnį

$$\lambda_2 > \lambda_1.$$

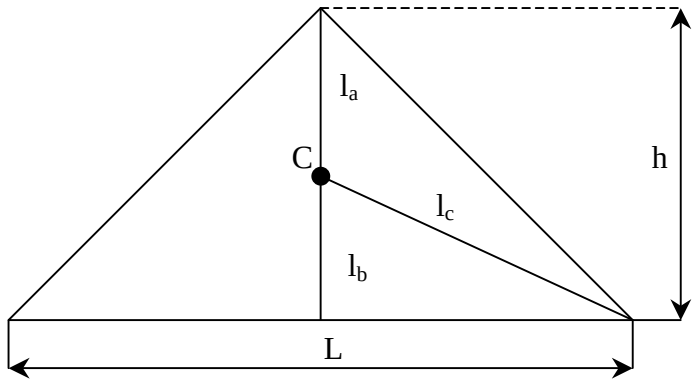
55. Kaip matyti iš 55a pav., pakabos masės centras yra taške C ant lygiašonio trikampio aukštinės, nuleistos į pagrindą. Pakabos inercijos momentą masės centro atžvilgiu pažymime I_0.

Svyruojančią pakabą traktuojame kaip fizikinę švytuoklę.

Kiekvienu atveju skiriasi pakabinimo taško atstumai iki švytuoklės masės centro. Fizikinės švytuoklės svyravimo periodas



55a pav.



55b pav.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + ml^2}{mgl}}. \qquad (1)$$

Čia l – masės centro atstumas nuo pakabinimo taško. Šią lygtį perrašome taip:

$$l^2 - \frac{T^2 g}{4\pi^2} l + \frac{I_0}{m} = 0. \qquad (2)$$

Tokią lygtį galima užrašyti kiekvienam i š trijų pakabinimo taško atvejų. Ją turi tenkinti l vertės l_a, l_b, l_c, nes svyravimų periodas T visais

atvejais yra tas pats. Bet lygtis (2) gali turėti tik dvi skirtingas šaknis. Vadinasi, iš l_a, l_b, l_c du dydžiai yra lygūs. Iš 55b pav. matyti, kad $l_a + l_b = h < L/2$. Iš to nustatome, kad gali būti tik atvejis $l_a = l_b$. Dydžiams l_a, l_b, l_c apskaičiuoti turime sąryšius

$$l_a = l_b,$$

$$l_a + l_b = h, \qquad (3)$$

$$l_b^2 + (L/2)^2 = l_c^2.$$

Išsprendę (3) sistemą, gauname

$$l_a = l_b = \frac{h}{2} = 5\,cm,$$

$$l_c = \frac{1}{2}\sqrt{h^2 + L^2} = 21{,}6\,cm. \qquad (4)$$

Pritaikę (2) Vijetos teoremą, apskaičiuojame svyravimų periodą

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l_a + l_c}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{h + \sqrt{h^2 + L^2}}{2g}}. \qquad (5)$$

Skaitinė vertė T = 1,03 s.

56. I. Pusiausvyros sąlyga balionui ore:

$$F_A = F_S,$$

čia $F_A = \rho_1 Vg$ – Archimedo jėga, $F_S = \rho_2 Vg + m_0 g$ – sunkio jėga, ρ_2 – temperatūros t_2 oro tankis.

Perrašome pusiausvyros sąlygą įrašydami Archimedo ir sunkio jėgų išraiškas:

$$\rho_1 Vg = \rho_2 Vg + m_0 g,$$

todėl (1)

$$m_0 = (\rho_1 - \rho_2)V.$$

Iš dujų būsenos lygties

$$pV = \frac{m}{M}RT, \qquad p = \frac{\rho}{M}RT$$

gauname:

$$\rho_1 = \frac{pM}{RT_1}, \quad \rho_2 = \frac{pM}{RT_2}, \quad \rho_1/\rho_2 = T_2/T_1. \qquad (2)$$

Iš (1) ir (2) turime, kad:

$$T_2 = \frac{T_1}{1 - m_0/\rho V} = 341\,K, \qquad t_2 = 68^0\,C. \qquad (3)$$

II. Jei orą balione įkaitiname iki temperatūros T_3 = 383K, balioną su įkaitintu oru veiks sunkio jėga F_S':

$$F_S' = m_0 g + \rho_3 Vg.$$

Jėga F, kuri galės išlaikyti balioną:

$$F = F_A - F_S' = \rho_1 Vg - (m_0 g + \rho_3 Vg) = [(\rho_1 - \rho_3)V - m_0]g. \qquad (4)$$

Analogiškai (2) užrašome:

$$\rho_1/\rho_3 = T_3/T_1. \qquad (5)$$

Iš (4) ir (5) gauname:

$$F = [\rho_1(1 - T_1/T_3)V - m_0]g = 1{,}2\,N. \qquad (6)$$

III. Iš baliono pusiausvyros sąlygos aukštyje h gauname:

$$F_A' = F_S', \quad \rho_h Vg = \rho_3 Vg + m_0 g, \quad \rho_h = \frac{m_0}{V} + \rho_3, \qquad (7)$$

kur ρ_h – oro tankis aukštyje h. Izoterminėje atmosferoje ρ_h susietas su ρ_1 ir h barometrine formule:

$$\rho_h = \rho_1 e^{-\rho_1 g h / p_0}, \qquad (8)$$

iš kurios ir gauname:

$$h = \frac{p_0}{\rho_1 g} \ln \frac{\rho_1}{\rho_h},$$

o atsižvelgę į (5) ir (7) nustatome:

$$h = \frac{p_0}{\rho_1 g} \ln \frac{\rho_1}{\rho_3 + m_0 / V} = \frac{p_0}{\rho_1 g} \ln \frac{\rho_1}{\rho_1 T_1 / T_3 + m_0 / V} \approx 843\,m. \qquad (9)$$

IV. Aukštis $\Delta h << h,$ todėl barometrinę formulę šiems svyravimams galime aproksimuoti tiesine funkcija:

$$\rho_{h+\Delta h} = \rho_1 e^{-\rho_1 g (h+\Delta h)/p_0} = \rho_h e^{-\rho_1 g \Delta h / p_0} \approx \rho_h (1 - \rho_1 g \Delta h / p_0).$$

Uždarą balioną veikianti Archimedo jėga

$$F_A + \Delta F_A = \rho_{h+\Delta h} V g.$$

Nesunku apskaičiuoti šios jėgos pokyčio ΔF_A priklausomybę nuo Δh:

$$\Delta F_A = -\frac{\rho_h \rho_1 g^2}{p_0} V \Delta h.$$

Matome, kad Archimedo jėgos, veikiančios balioną, pokytis yra tiesiai proporcingas baliono poslinkiui vertikalia kryptimi. Tokioms sąlygoms balionas harmoningai svyruos, o jo svyravimų periodas T:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(m_0 + \rho_3 V) p_0}{\rho_h \rho_1 g^2 V}} = \frac{2\pi}{g} \sqrt{\frac{(m_0 + \rho_3 V) p_0}{(m_0 + \rho_3 V) \rho_1}} = .$$

$$= \frac{2\pi}{g} \sqrt{\frac{p_0}{\rho_1}} = 186s \approx 3\min.$$

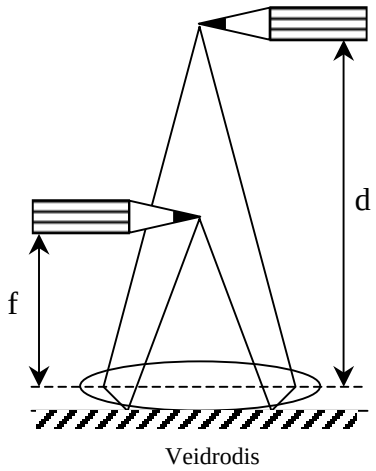
Šis rezultatas gautas neatsižvelgiant į oro pasipriešinimą, dėl kurio poveikio svyravimų amplitudė mažės, o periodas bus didesnis nei apskaičiuotasis, tačiau šios pataisos bus nereikšmingos palyginti su pakankamai dideliu svyravimų periodu.

Pastaba: Sprendžiant šį uždavinį nebuvo atsižvelgta į „prijungtos“ oro masės judėjimą.

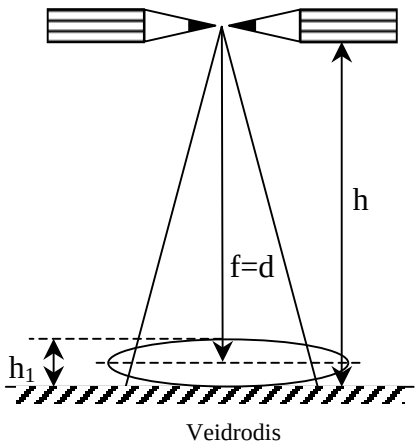
Eksperimentinių užduočių sprendimai

57. 1) Lęšio židinio nuotolio nustatymo metodas naudojant veidrodį yra toks.

Lęšis padedamas ant veidrodžio, o virš jo stove įtvirtintas nudrožtas pieštukas (57a pav.). Iš pieštuko galo sklindantys spinduliai lūžta lęšyje, atsispindi nuo veidrodžio ir vėl lūžta lęšyje. Tikrasis pieštuko galo atvaizdas stebimas akimi ir fiksuojamas paralaksinio poslinkio metodu.



57a pav.



57b pav.

Matavimai bus tikslesni, jei atstumai d ir f bus lygūs. Šiuo atveju pieštuko galas ir jo atvaizdas nepasislinks vienas kito atžvilgiu, keičiantis stebėtojo padėčiai (57b pav.).

Panaudosime lęšio formulę:

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=D.$$

Čia D yra lęšių sistemos laužiamoji geba:

$$D = D_0 + D_0 = 2D_0 = 2/F_0.$$

Čia D_0 – vieno lęšio laužiamoji geba, F_0 – ieškomasis lęšio židinio nuotolis.

Iš išraiškos

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{2}{F_0}$$

galima surasti F_0. Kai d = f, F_0 = d. 57b pav. pavaizduotų spindulių eigos schema patvirtina, kad jei d = F_0, tai ir f = F_0.

Matuojant atstumus d ir f, reikia nepamiršti, kad šie atstumai yra nuo lęšio optinio centro. Todėl, išmatavus atstumą h nuo pieštuko galo iki veidrodžio, riekia atimti pusę lęšio storio, t.y.

$$d = h - h_1/2.$$

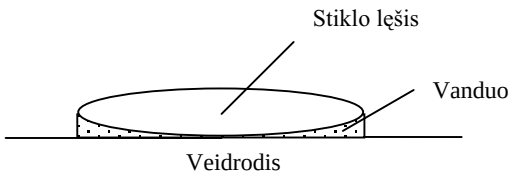
2) Lęšio lūžio rodiklis gali būti nustatytas iš formulės

$$\frac{1}{F}=(n-1)(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}).$$

Kadangi lęšis yra simetriškas ir abipus iškilas, r_1 = - r_2 = r, ir tada

$$\frac{1}{F_0}=(n-1)\frac{2}{r}. \qquad (1)$$

Lęšio kreivumo radiusą galima nustatyti tokiu būdu. Ant veidrodžio užpilama vandens ir ant jo padedamas lęšis. Gaunama optinė sistema, susidedanti iš abipus iškilojo lęšio, plokščiai įgaubtojo vandens lęšio ir plokščiojo veidrodžio (57c pav.). Naudojant punkte 1) aprašytąjį būdą, galima nustatyti lęšių sistemos židinio nuotolį F_s ir surasti vandens lęšio židinio nuotolį.



57c pav.

$$D_s = D_v + D_0, \quad \frac{1}{F_s}=\frac{1}{F_v}+\frac{1}{F_0}.$$

Iš čia

$$\frac{1}{F_v}=\frac{1}{F_s}-\frac{1}{F_0}. \qquad (2)$$

Be to,

$$\frac{1}{F_v}=(n_v-1)(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}).$$

Kadangi vandens lęšio r_1 = - r ir $r_2 = \infty$,

$$\frac{1}{F_v}=-(n_v-1)\frac{1}{r}.$$

Čia n_v – žinomas vandens lūžio rodiklis.

Iš išraiškų (1), (2) ir (3) gaunama:

$$n=\frac{r}{2F_0}+1, \qquad r=\frac{(n_v-1)F_0F_s}{F_s-F_0},$$

ir užduoties atsakymas

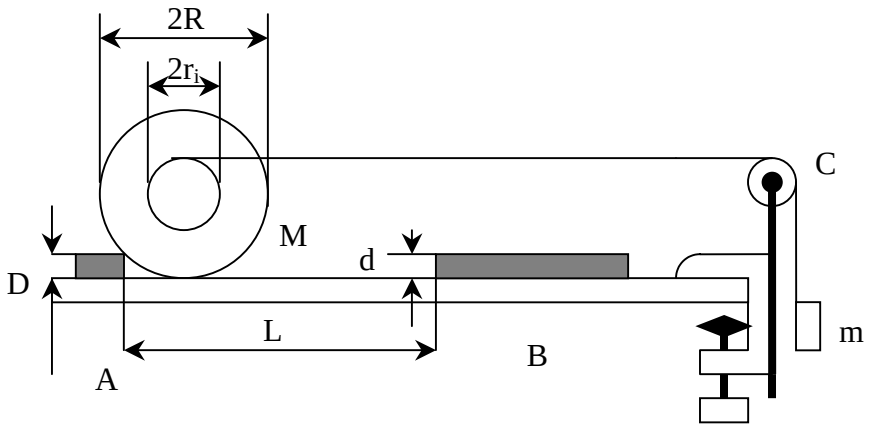
$$n = 1 + \frac{(n_v - 1)F_s}{2(F_s - F_0)}.$$

58. Cilindro ašies linijinį pagreitį galima apskaičiuoti iš formulės

$$s = at^2 / 2, \qquad (1)$$

išmatuojant per laiką t nueitą kelią s:

$$a = \frac{2s}{t^2}. \qquad (2)$$



58a pav.

Kaip matyti iš 58a pav., cilindro nueito kelio tarp kontaktų A ir B ilgis

$$s = L - \sqrt{D(2R - D)} - \sqrt{d(2R - d)}. \qquad (3)$$

Laiką t matuojame elektroniniu sekundometru. Pagal (2) formulę pagreičius reikia apskaičiuoti, kai siūlas užvyniotas ant skriemulių, kurių spinduliai r_1 = 0,75 cm, r_2 = 1,50 cm, r_3 = 2,25 cm, r_4 = 3,00 cm, r_5 = 3,74 cm, r_6 = 4,50 cm.

Tegul T – siūlo įtempimo jėga, o F_i – ieškoma plokštumos reakcijos jėgos horizontalioji dedamoji, kai siūlai užvynioti ant skriemulių, kurių spindulys r_i (i = 1, 2, ..., 6). Užrašome Niutono dėsnio projekcijas į siūlo kryptį. Kroviniui

$$mg - T = ma_m, \qquad (4)$$

cilindrui

$$T - F_i = Ma_i, \qquad (5)$$

čia m – krovinio masė, a_m – krovinio pagreitis. Rašydami (5) lygtį tariame, kad jėgų T ir F_i kryptys priešingos.

Cilindrui pasisukus kampu φ jo masės centras pasislenka atstumu

$$\Delta x_i = R\varphi, \qquad (6)$$

o krovinys – atstumu

$$\Delta x_m = (R + r_i)\varphi. \qquad (7)$$

Iš (6) ir (7) formulių eliminavę φ gauname

$$\Delta x_m = \frac{R + r_i}{R}\Delta x_i. \qquad (8)$$

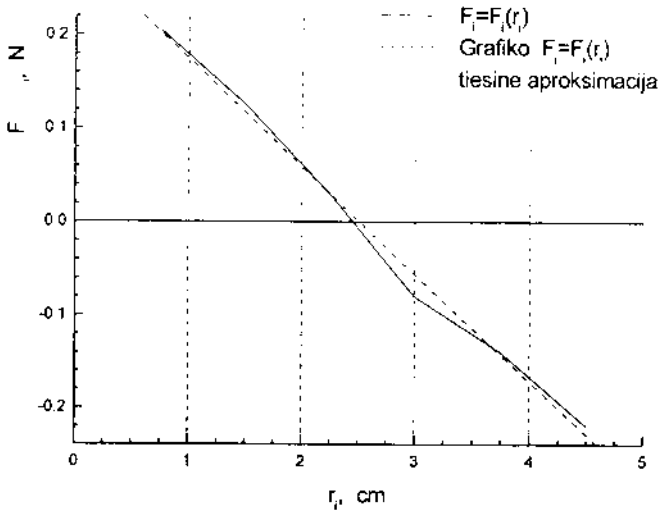
Atsižvelgę į (1) formulę galime užrašyti sąryšį pagreičiams

$$a_m = \frac{R + r_i}{R}a_i. \qquad (9)$$

Iš sąryšių (4), (5) ir (9) nustatome, kad

$$F_i = mg - \left\{M + m\left(1 + \frac{r_i}{R}\right)\right\}a_i,$$
$$T = m\left\{g - \frac{R + r_i}{R}a_i\right\}. \qquad (10)$$

Panaudodami (10) formulę ir išmatuotas a_i vertes apskaičiuojame F_i. Eksperimentas rodo, kad $F_i > 0$, kai i = 1, 2, 3 ir $F_i < 0$, kai i = 4, 5, 6. Grafikas $F_i = F_i(r_i)$ turi pavidalą



58b pav.

Iš 58b pav. grafiko matyti, kad F_i ženklas pakinta apie r_0 = 2,5 cm, o tai yra apytikriai pusė cilindro spindulio

$$r_0 \approx R / 2. \qquad (11)$$

Šį reiškinį galima paaiškinti taip. Mažiems r_i (i = 1, 2, 3) jėgos T momentas mažesnis už reikšmę, kuri suteiktų cilindrui tokį kampinį pagreitį, kad cilindras galėtų riedėti neslysdamas. Esant trinčiai jėgos $\vec{F}_i$ kryptis priešinga jėgos $\vec{T}$ krypčiai ir sukuria papildomą sukimo momentą. Jėgos $\vec{F}_i$ projekcija į siūlo kryptį tada teigiama, kaip ir rašėme lygtyse (4) ir (5). Didesniems r_i (i = 4, 5, 6) jėgos $\vec{T}$ momentas viršija reikšmę, reikalingą tam, kad cilindras galėtų riedėti neslysdamas. Dabar jau esant trinties jėgai jėga $\vec{F}_i$ sukuria sukamąjį momentą, priešingos krypties negu jėga $\vec{T}$, ir taip kompensuoja jėgos momento perteklių.

Cilindro masės centro atžvilgiu pagrindinė sukamojo judėjimo lygtis atrodo taip:

$$Tr + F_i R = I\varepsilon, \qquad (12)$$

čia ε - cilindro kampinis pagreitis, I – cilindro inercijos momentas. Neatsižvelgiant į skriemulius I = MR^2 / 2. Kadangi $\varepsilon = a_i / R$, įrašę į (12) išraiškas (10) gauname lygtį

$$a_i = \frac{mg(R + r_i)}{mr_i \dfrac{R + r_i}{R} + m(R + r_i) + MR + \dfrac{I}{R}}. \qquad (13)$$

Įrašę (13) formulę į F_i išraišką (10) lygtyse gauname

$$F_i = mg \frac{1 - 2\dfrac{r_i}{R}}{3 + 2\dfrac{m}{M}(1 + \dfrac{r_i}{R})^2}. \qquad (14)$$

Kaip matome,

$$kai \quad r_i \to 0 \qquad F_i = \frac{mg}{3 + 2\dfrac{m}{M}},$$

$$kai \quad r_i \to R \qquad F_i = -\frac{mg}{3 + 8\dfrac{m}{M}}.$$

Kada, kaip uždavinio sąlygoje m << M (m = 0,1 kg, M = 3,275 kg), (4) išraiškos vardiklio antrąjį narį atmetame, turime

$$F_i = \frac{mg}{3}(1 - 2\frac{r_i}{R}). \qquad (15)$$

Gautoji išraiška tiesinė r_i atžvilgiu ir lygi nuliui, kai

$$r_i = \frac{R}{2}. \qquad (16)$$

Kaip matome, (11) sąryšis plaukia iš teorinių samprotavimų.

XIV tarptautinė fizikos olimpiada, 1983 m. (Rumunija)

Teorinių užduočių sprendimai

59. Dalelės potencinė energija jėgos $\vec{F}$ lauke

$$U = U_0 - (F_x x) = U_0 + 10x. \qquad (1)$$

Čia U_0 – konstanta, parenkama nurodant vertę, nuo kurios atskaičiuojama potencinė energija. Nemažinant bendrumo čia priimame, kad $U_0 = 0$. Pilnutinė energija pradiniu laiko momentu

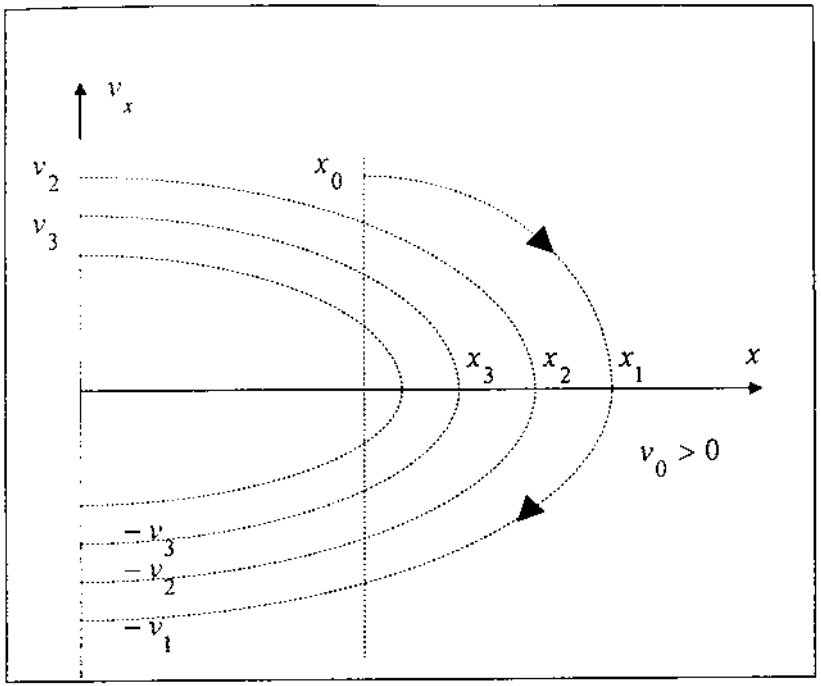
$$E_0 = E_k + U(x_0). \qquad (2)$$

Dalelė sustos, kai jos pradiniu laiko momentu turėta energija bus lygi trinties jėgos atliktam darbui

$$E_0 = F_{tr}\, s. \qquad (3)$$

Iš čia aiškėja, kad

$$s = (E_k + U(x_0)) / F_{tr} = 20m. \qquad (4)$$



59a pav.

Kai dalelės greitis v > 0, ją veikiančios jėgos modulis $F^+ = |F_x| + |F_{tr}|$, o kai v < 0 – jėgos modulis $F^- = |F_x| - |F_{tr}|$. Kai pradinis greitis $v_0 > 0$, pirmo apgrąžos taško padėtis

$$x_1 = x_0 + s_0 = x_0 + \frac{E_0}{F^+}. \qquad (5)$$

Kitų apgrąžos taškų padėtys

$$x_2 = \frac{F^-}{F^+} x_1, \quad x_3 = \frac{F^-}{F^+} x_2, \ldots \qquad (5)$$

Kai dalelė k – ąjį kartą pasiekia sienelę, jos energija

$$E_k = F^- x_k. \qquad (6)$$

Dalelės greitis

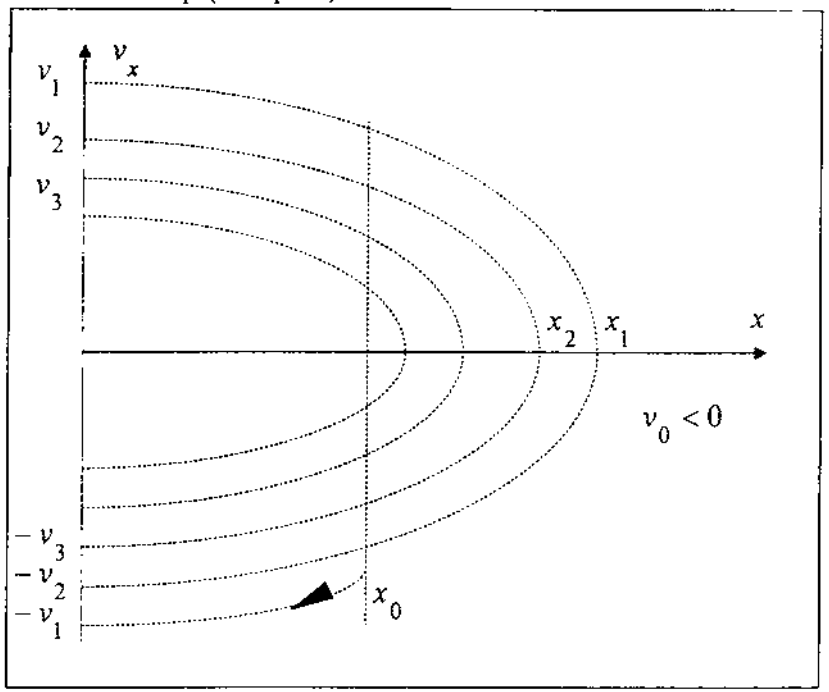
$$v = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{m}(E_k - F^+ x)},\ v > 0,\ k = 0,1,2,..., \\ \sqrt{\frac{2}{m}(E_k - F^-(x_k - x))},\ v < 0,\ k = 1,2,.... \end{cases} \qquad (7)$$

Grafikai v = v(x) yra parabolės, skirtingos dalelei tolstant nuo sienelės ir artėjant prie jos (59a pav.).

Kai dalelė pradiniu laiko momentu artėja prie sienelės (v < 0), tai

$$E_1 = E_0 + F^- x_0 \qquad (8)$$

ir, lyginant su išnagrinėtu atveju, pasislenka apgrąžos taškų numeriai. Greičio priklausomybės nuo koordinatės x kokybiškai tada atrodo taip (59b pav.):



59b pav.

60. a) Pasinaudodami vektorinių diagramų metodu (žr. 60a pav.) apskaičiuojame srovės šaltiniu tekančios srovės stiprį I:

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_{L1} + I_{L2} - I_{C1} - I_{C2})^2} =$$

$$= U\sqrt{\frac{1}{R^2} + (\frac{1}{\omega L_1} + \frac{1}{\omega L_2} - \omega C_1 - \omega C_2)^2}.$$

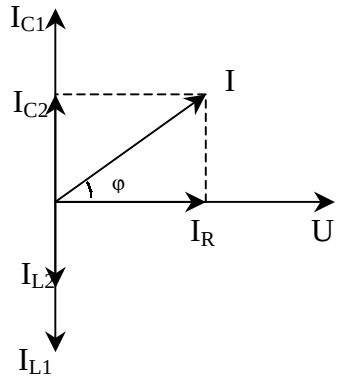
Pagal uždavinio sąlygą šios srovės amplitudė palaikoma pastovi esant bet kokiam generatoriaus dažniui: $I = I_0$.

Apskaičiavę dviejų lygiagrečiai sujungtų ričių induktyvumą $\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$ ir talpą $C = C_1 + C_2$, gauname:

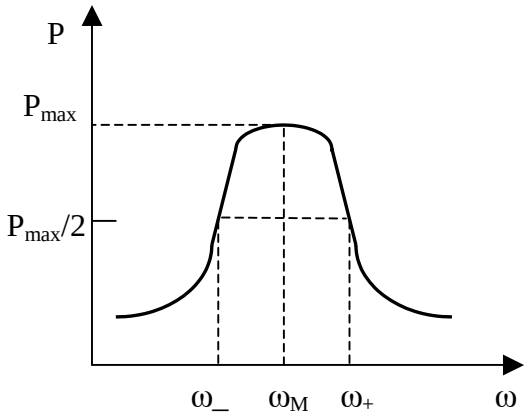
$$U = \frac{I_0 R}{\sqrt{1 + R^2(\frac{1}{\omega L} - \omega C)^2}}.$$

Aktyvioji galia

$$P = \frac{U^2}{2R} = \frac{I_0^2 R}{2} \cdot \frac{1}{1 + R^2(\frac{1}{\omega L} - \omega C)^2}.$$



60a pav.



60b pav.

Iš šios formulės aiškėja, kad šaltinio tiekiama grandinei aktyvioji galia esti didžiausia, kai

$$\frac{1}{\omega_M L} - \omega_M C = 0.$$

Pagal tai apskaičiuojame, kad

$$\omega_M = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \sqrt{\frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2 (C_1 + C_2)}} = 10^5 \ rad/s.$$

Sąlygą, kuriai esant aktyvioji galia $P(\omega_\pm)$ lygi pusei didžiausios galios $P_{\max}$:

$$P(\omega_\pm) = P_{\max}/2$$

galima užrašyti taip (60b pav.):

$$R^2 (\frac{1}{\omega L} - \omega C)^2 = 1,$$

arba

$$\frac{1}{\omega_- L} - \omega_- C = \frac{1}{R} \ \ ir \ \ \frac{1}{\omega_+ L} - \omega_+ C = \frac{1}{R}.$$

Iš šių lygčių nustatome, kad

$$\omega_- = -\frac{1}{2RC} + \sqrt{(\frac{1}{2RC})^2 + \frac{1}{LC}},$$

$$\omega_+ = \frac{1}{2RC} + \sqrt{(\frac{1}{2RC})^2 + \frac{1}{LC}}.$$

Taigi

$$\Delta\omega = \omega_+ - \omega_- = \frac{1}{RC},$$

o santykis $\nu_M / \Delta\nu$ lygus

$$\frac{\nu_M}{\Delta\nu} = \frac{\omega_M}{\Delta\omega} = \frac{RC}{\sqrt{LC}} = R\sqrt{\frac{C}{L}} = R\sqrt{\frac{(C_1 + C_2)(L_1 + L_2)}{L_1 L_2}} = 150.$$

b) $L_1C_1C_2L_2$ kontūrą galime pakeisti lygiaverčiu LC kontūru, kurio

$$L = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}, \ C = C_1 + C_2.$$

Tada laisvųjų elektromagnetinių virpesių dažnį ν_0 galime apskaičiuoti taip:

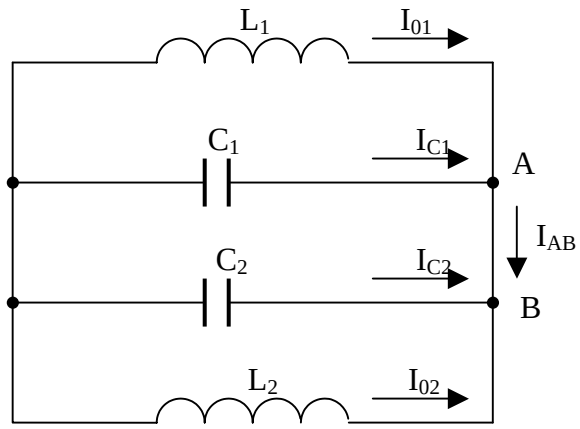
$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2 (C_1 + C_2)}} = 15{,}9 \ kHz.$$

Šį rezultatą įmanoma gauti ir kitokiu būdu, t.y. pasinaudojant a) punkte gautais duomenimis ir žinant, kad didžiausia aktyvioji galia kontūre išsiskiria tada, kai šaltinio įtampos dažnis ν_M sutampa su savųjų virpesių dažniu. Pastebime, jog šiuo atveju $L_1C_1 = L_2C_2$ (10mH·10nF = 20mH·5nF), taigi abiejų kontūrų laisvųjų virpesių dažniai sutampa:

$$\nu_1 = \nu_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 C_2}}$$

ir jų virpesiai tarp savęs yra nepriklausomi. Tai netrukdo uždara grandine, susidedančia iš ričių L_1 ir L_2, tekėti tam tikrai neslopstančiai nuolatinei srovei. Tokios srovės atsiradimo priežastis gali būti, pavyzdžiui, išorinio magnetinio lauko kitimas.

c) Jei srovė grandinės AB dalimi teka, ji ir yra ta srovė, kuri buvo aptarta b) punkto pabaigoje. Panagrinėkime grandinę, kurios schema parodyta 60c pav. Pagal pirmąją Kirchhofo taisyklę galima užrašyti, kad



60c pav.

$$I_{AB} = i_{01} + i_{C1} = -i_{C2} - i_{02}, \ \ i_{C1} + i_{C2} = -(i_{01} + i_{02}).$$

Tačiau

$$i_{C1} = \frac{dQ}{dt} = C_1 \frac{dU}{dt}, \quad i_{C2} = C_2 \frac{dU}{dt},$$

tad

$$\frac{i_{C1}}{i_{C2}} = \frac{C_1}{C_2}$$

ir

$$i_{C1} = -(i_{01} + i_{02}) \cdot \frac{C_1}{C_1 + C_2},$$

$$I_{AB} = i_{01} + i_{C1} = i_{01} - (i_{01} + i_{02}) \cdot \frac{C_1}{C_1 + C_2} = -0{,}1\,A.$$

Matome, kad srovė teka iš taško B į tašką A ir lygi I_{AB} = 0,1A.

d) Kadangi virpesiai kontūruose L_1C_1 ir L_2C_2 tarp savęs yra nesusiję, virpesių srovės stiprio ritėje L_1 amplitudę galime apskaičiuoti, pirmajam kontūrui pritaikę energijos tvermės dėsnį. Atsižvelgsime į tą faktą, kad U(t), I(t) ir Q(t) virpesiai nepriklauso nuo nuolatinės srovės I_{AB}, tekančios ritėmis L_1 ir L_2. Atėmę šią srovę iš i_{01}, sužinosime momentinę virpesių ritėje L_1 srovę:

$$i_1 = i_{01} - I_{AB}.$$

Srovės i_1 amplitudę pažymėkime I_{01}. Tada

$$\frac{L_1 I_{01}^2}{2} = \frac{L_1}{2} \cdot (i_{01} - I_{AB})^2 + \frac{C_1 U_0^2}{2}.$$

Iš čia apskaičiuojame virpesių srovės stiprio ritėje L_1 amplitudę:

$$I_{01} = \sqrt{(i_{01} - I_{AB})^2 + \frac{C_1 U_0^2}{L_1}} \approx 0{,}204\,A.$$

61. 1) Kad bangos ilgio λ_0 šviesos pluoštelis nelūžtų ties riba AC, esant bet kokiam kritimo kampui į sienelę AD, abiejų prizmių lūžio rodikliai turi būti vienodi ($n_1 = n_2$). Tada

$$a_1 + \frac{b_1}{\lambda_0^2} = a_2 + \frac{b_2}{\lambda_0^2}, \qquad \lambda_0 = \sqrt{\frac{b_1 - b_2}{a_2 - a_1}} = 500\,nm.$$

Be to,

$$n_1 = n_2 = n_0 = a_1 + \frac{b_1}{\lambda_0^2} = 1{,}5.$$

2) Tegul raudonosios spalvos bangos ilgis λ_r = 800nm, o violetinės λ_v = 400nm. Tada

$$n_{1r} = a_1 + \frac{b_1}{\lambda_r^2} = 1{,}26; \quad n_{2r} = a_2 + \frac{b_2}{\lambda_r^2} = 1{,}38.$$

Analogiškai randama n_{1v} = 1,73 ir n_{2v} = 1,61.

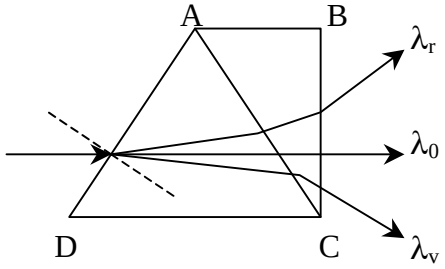
Gaunama, kad antrosios prizmės lūžio rodiklis raudonajai šviesai yra didesnis už pirmosios prizmės lūžio rodiklį, o violetinei šviesai – atvirkščiai. Atsižvelgiant į šiuos santykius, galima kokybiškai nubrėžti spindulių eigą prizmėje (61a pav.).

3) Kai krintančios šviesos bangos ilgis tenkina sąlygą $n_1 = n_2$, abi prizmės yra ekvivalenčios vienai prizmei, kurios laužiamasis kampas $A_0 = 30^0$. Tokioje prizmėje spindulio nuokrypio kampas Θ bus mažiausias tada, kai spindulio kritimo į sienelę AD kampas bus lygus kampui, kuriuo spindulys išeina iš prizmės sienelės BC (61b pav.), t.y.

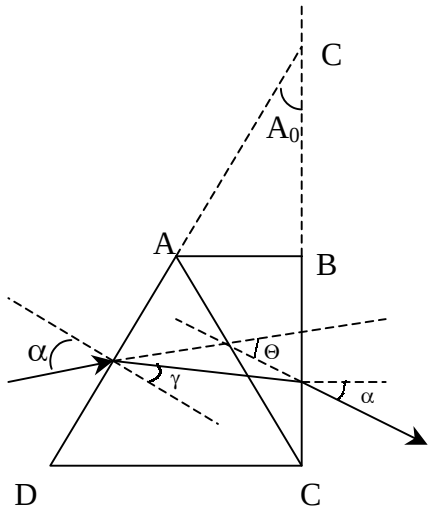
$$n_0 = \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{\sin(A_0 + \Theta_{\min})/2}{\sin(A_0/2)}.$$

Iš čia

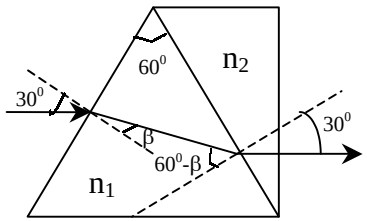
$$\Theta_{\min} = 2\arcsin[n_0 \sin(A_0/2)] - A_0 = 15^0 40'.$$



61a pav.



61b pav.



61c pav.

4) 61c pav. nubrėžta spindulio eiga, tenkinanti užduoties sąlygą. Užrašykime šiam spinduliui lūžimo dėsnius:

$$\frac{\sin 30^0}{\sin\beta} = n_1; \quad \frac{\sin(60^0-\beta)}{\sin 30^0} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Įrašius lūžio rodiklių išraiškas iš užduoties sąlygos

$$n_1 = a_1 + \frac{b_1}{\lambda^2}, \qquad n_2 = a_2 + \frac{b_2}{\lambda^2},$$

gaunama lygtis:

$$\lambda^4(3a_1^2 - a_2^2 - a_2 - 1) + \lambda^2(6a_1b_1 - 2a_2b_2 - b_2) +$$
$$+ (3b_1^2 - b_2^2) = 0.$$
$$0{,}36\lambda^4 - 4{,}8\cdot 10^5\lambda^2 - 2{,}75\cdot 10^{10} = 0.$$

Šios bikvadratinės lygties sprendinys yra:

$$\lambda \approx 1200\text{nm}.$$

62. Pirmojo elektrono de Broilio bangos ilgis λ yra

$$\lambda = h/p_1,$$

čia h – Planko konstanta, p_1 – elektrono judesio kiekis.

Panaudodami reliatyvistines išraiškas

$$E = c\sqrt{p_1^2 + m_0^2c^2},$$
$$E_k = mc^2 - m_0c^2,$$

gauname

$$p_1 = \sqrt{E_k(E_k + 2m_0c^2)}/c.$$

Čia E – pilnoji judančio elektrono energija, E_k – jo kinetinė energija, m_0 – elektrono rimties masė, m – judančio elektrono masė, c – šviesos greitis. Elektrono kinetinę energiją randame panaudodami energijos tvermės dėsnį:

$$mc^2 + hc/\lambda_i = m_0c^2 + hc/\lambda_0, \; E_k = mc^2 - m_0c^2 = hc/\lambda_0 - hc/\lambda_i.$$

Taigi reikia rasti λ_0 ir λ_i. Jų sąryšį nustatysime panaudoję energijos ir judesio kiekio tvermės dėsnius. Iš pradžių nagrinėjame fotono sklaidą nejudančiu elektronu.

$$mc^2 + hc/\lambda_f = m_0c^2 + hc/\lambda_0$$

$$p_2^2 = \left(\frac{h}{\lambda_0}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda_f}\right)^2 - 2\frac{h^2}{\lambda_0\lambda_f}\cos\vartheta.$$

Čia panaudota fotono judesio kiekio išraiška $p_n = h/\lambda_n$ ir iš judesio kiekių vektorinės sudėties schemos pagal kosinusų teoremą išreikštas elektrono judesio kiekis p_2. Elektrono kinetinės energijos išraiška per

pradinio ir išsklaidyto fotonų bangos ilgius bei jos sąryšis su judesio kiekiu gaunamas kaip ir pirmajam elektronui:

$$p_2 = \sqrt{(\frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda_f})(\frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda_f} + m_0c^2)} / c.$$

Gautą išraišką pakėlę kvadratu, sulyginę su anksčiau pateikta p_2^2 išraiška ir sutraukę panašius narius gauname

$$\lambda_f - \lambda_0 = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\vartheta).$$

Dydis h/m_0c vadinamas Komptono bangos ilgiu, elektronui jis lygus $2{,}4\cdot10^{-12}$m. Taigi

$$\lambda_0 = \lambda_f - \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\vartheta) = 1{,}24\cdot10^{-10}\,m.$$

Pritaikę judesio kiekio ir energijos tvermės dėsnius pirmojo elektrono sukeltai sklaidai analogiškai gauname

$$\lambda_i - \lambda_0 = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\vartheta).$$

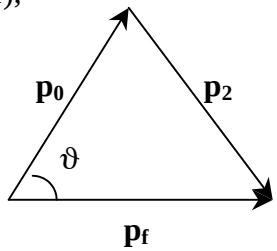
Kaip matome, abiejų elektronų sukeltos sklaidos išraiškos identiškos, todėl $\lambda_i = \lambda_f$, $p_1 = p_2$. Tai galima buvo gauti iš karto pastebėjus, kad abu sklaidos procesai skiriasi tik laiko tėkmės kryptimi, o mechanikos lygtys simetriškos laiko pakeitimo t → - t atžvilgiu.

Kadangi elektrono kinetinė energija E_k =
= $hc/\lambda_0 - hc/\lambda_i = 1{,}6\cdot10^{-17}$J = 100eV yra kur kas mažesnė už jo rimties energiją m_0c^2 =
= $5{,}1\cdot10^5$eV, naudojame nereliatyvistinį judesio kiekio ir kinetinės energijos sąryšį $p_1 = \sqrt{2m_0E_k}$ ir gauname ieškomąjį de Broilio bangos ilgį

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0E_k}} = 1{,}24\cdot10^{-10}\,m.$$

Uždavinį galima paprastai išspręsti apytiksliu būdu pastebėjus, kad $\Delta\lambda << \lambda_i\,(\Delta\lambda = 1{,}24\cdot10^{-12}\,m,\ \lambda_i = 1{,}25\cdot10^{-10}\,m)$, todėl fotono judesio kiekiai p_i ir p_0 apytiksliai lygūs ir sudaro 60^0 kampą (62 pav.). Tad tų judesio kiekių skirtumas Δp, lygus elektrono judesio kiekiui ir vaizduojantis trečią beveik lygiakraščio trikampio kraštinę, yra tokio pat didumo. Taigi

$$\lambda = \frac{h}{p} \approx \frac{h}{(h/\lambda_i)} = \lambda_i = 1{,}25\cdot10^{-10}\,m.$$



62 pav.

Eksperimentinių užduočių sprendimai

63. a) Pirmąją užduoties dalį reikia atlikti naudojant kiek galint mažiau elektrinių schemų. Pasirodo, tam užtenka tik dviejų schemų, pavaizduotų 63a ir 63b pav.

Užrašysime Omo dėsnį šioms grandinėms:

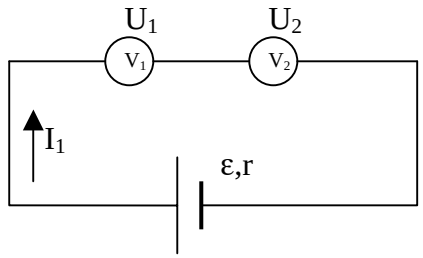
$$\begin{cases} \varepsilon = I_1R_1 + I_1R_2 + I_1r, \\ \varepsilon = I_2R_2 + I_2r. \end{cases}$$

Iš šių lygčių išreiškiame elektrovarą (ev):

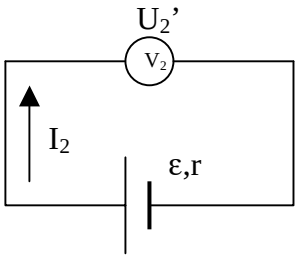
$$\varepsilon = \frac{I_1I_2R_1}{I_2 - I_1} = \frac{I_1I_2R_1R_2}{I_2R_2 - I_1R_1} = \frac{U_1U_2'}{U_2' - U_2}.$$

Čia R_1 ir R_2 – voltmetrų V_1 ir V_2 varžos, r – srovės šaltinio vidinė varža. Išmatavę U_1, U_2 ir U_2', pagal šią formulę apskaičiuojame ε.

Šis metodas duoda gerus rezultatus, kai abiejų voltmetrų varžos esti artimos. Tuomet jų rodmenys esti panašūs, o matavimų paklaida – mažiausia.

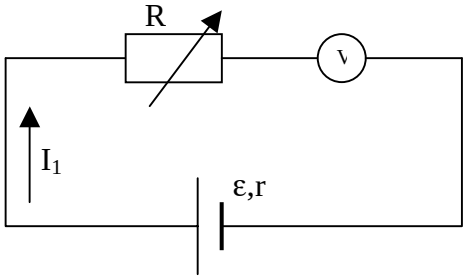


63a pav.

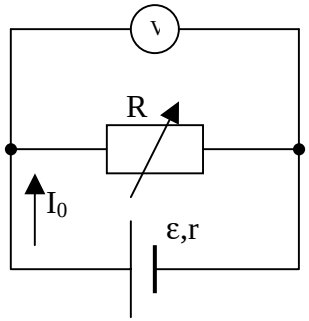


63b pav.

b) Atliekant antrąją užduoties dalį reikia atlikti nemažai matavimų pagal 63c ir 63d pav. schemas.



63c pav.



63d pav.

63c grandinėje voltmetras, kurio varža R_v, rodo

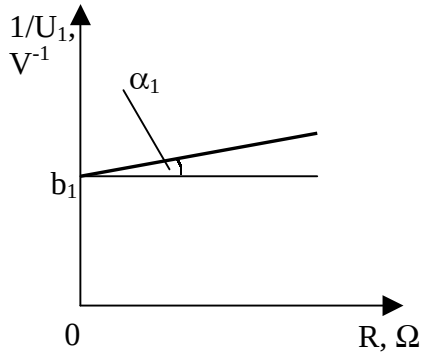
$$U_1 = I_1 R_v = \frac{\varepsilon R_v}{R + R_v + r}.$$

Šią formulę galima pertvarkyti taip: $\frac{1}{U_1} = \frac{R + R_v + r}{\varepsilon R_v}$.

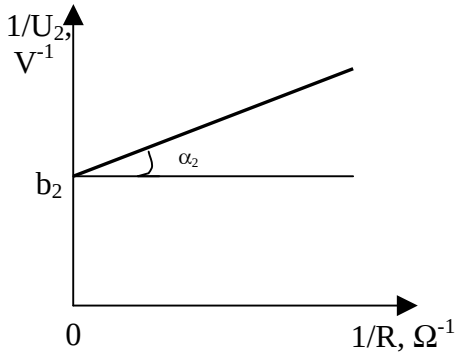
Matome, kad $1/U_1 = f(R)$ priklausomybė yra tiesinė (kaip reikalauja užduotis). Šios priklausomybės grafikui nubraižyti reikalingus duomenis galime gauti keisdami varžyno varžos R didumą. Šis grafikas kirs ordinačių $1/U_1$ ašį taške

$$b_1 = \frac{R_v + r}{\varepsilon R_v},$$

o kampo tarp tiesės ir abscisių ašies (R) tangentas lygus



63e pav.



63f pav.

$$k_1 = tg\alpha_1 = 1/\varepsilon R_v \quad (63e\ pav.).$$

Antrojoje grandinėje (63d pav.) voltmetras rodo

$$U_2 = I_0 R_0 = \frac{\varepsilon R_0}{R_0 + r} = \frac{\varepsilon}{1 + r/R_0} = \frac{\varepsilon}{1 + r(1/R_v + 1/R)},$$

t.y.

$$\frac{1}{U_2} = \frac{1 + r(1/R + 1/R_v)}{\varepsilon}.$$

Šiuo atveju $1/U_2 = f(1/R)$ grafikas bus tiesė, kertanti ordinačių $1/U_2$ ašį taške

$$b_2 = \frac{R_v + r}{\varepsilon R_v} = b_1,$$

o jos polinkio į abscisių ašį 1/R kampo tangentas

$$k_2 = tg\alpha_2 = r/\varepsilon \quad (63f\ pav.).$$

Užrašykime lygčių sistemą:

$$\begin{cases} r/\varepsilon = k_2, \\ 1/\varepsilon R_v = k_1, \\ (r + R_v)/\varepsilon R_v = b, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} rR_v = k_2/k_1, \\ R_v + r = b/k_1, \\ \varepsilon = 1/k_1 R_v. \end{cases}$$

Iš šios sistemos dviejų pirmųjų lygčių galime sudaryti tokią kvadratinę lygtį:

$$R^2 - \frac{b}{k_1} \cdot R + \frac{k_2}{k_1} = 0,$$

t.y.

$$k_1 R^2 - bR + k_2 = 0.$$

Šios lygties sprendiniai yra

$$R_{1,2} = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4k_1 k_2}}{2k_1}.$$

Vienas iš šių sprendinių yra srovės šaltinio vidinė varža r, kitas – voltmetro varža R_v, tačiau nustatyti, kuris iš dviejų sprendinių (R_1 ar R_2) atitinka r, o kuris R_v, šiame darbe negalima. Todėl pateikiame po dvi galimas elektrovaros vertes:

$$\varepsilon = 1/k_1 R_1 \quad ir \quad \varepsilon = 1/k_1 R_2$$

arba

$$\varepsilon = r_1 / k_2 \quad ir \quad \varepsilon = r_2 / k_2.$$

Jei padarytume prielaidą, kad R_v buvo didesnė negu r, tada būtų

$$R_v = \frac{b + \sqrt{b^2 - 4k_1 k_2}}{2k_1},$$

$$r = \frac{b - \sqrt{b^2 - 4k_1 k_2}}{2k_1},$$

$$\varepsilon = \frac{b - \sqrt{b^2 - 4k_1 k_2}}{2k_1 k_2}.$$

Matuojant buvo eksperimentiškai nustatyta, kad b = 0,21V^{-1}, k_1 = 10^{-6} (Ω·V)$^{-1}$, k_2=10^3 Ω/V. Panaudojus šiuos rezultatus buvo apskaičiuotos tokios ieškomųjų dydžių skaitinės vertės: $R_v \approx (200 \pm 6)k\Omega, r \approx (5{,}2 \pm 0{,}15)k\Omega, \varepsilon \approx (4{,}8 \pm 0{,}15)V.$

Pastaba. Prielaidos, kad $R_v > r$, teisingumą patvirtina tas faktas, jog taip nustatytoji srovės šaltinio ev vertė dera su pirmojoje dalyje a) gautąją verte.

c) Atliekant užduoties pirmąją a) dalį čia pasiūlytu būdu didžiausias matavimo rezultatų tikslumas pasiekiamas, kai srovės šaltinio vidinė varža esti didelė (maždaug lygi voltmetrų varžai). Matuojant ev didžiausią paklaidą sudaro mažas U_2' – U_2 skirtumas. Todėl matuojant pagal 63b pav. schemą, iš dviejų voltmetrų (V_1 ir V_2) reikia pasirinkti tą, su kuriuo šis skirtumas esti didžiausias.

Atliekant užduoties antrąją b) dalį, matuoti reikia grandine tekant nedidelei srovei, nes priešingu atveju matavimo metu kinta baterijų ev ir vidinės varžos, todėl grafikai nesti tiesės.

Šiame darbe norint apriboti tekančią per bateriją srovę ir padidinti srovės šaltinio vidinę varžą, nuosekliai baterijai buvo įjungtas 5,2Ω varžos rezistorius. Įprastinės baterijos atveju pakaktų sujungti vieną grandinę pagal 63b schemą ir tarti, kad $\varepsilon = U_2^{'}$.

XV tarptautinė fizikos olimpiada, 1984 m. (Švedija)

Teorinių užduočių sprendimai

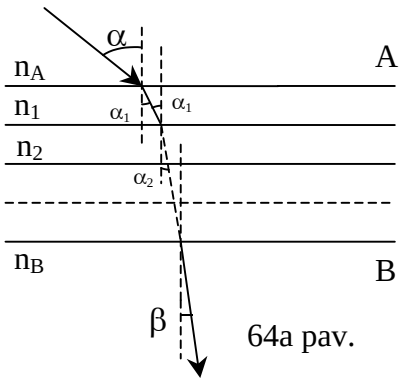
64. a) Suskaidome plokštelę į daug lygiagrečių sluoksnių (64a pav.), kurių lūžio rodikliai yra n_1, n_2, n_3, n_4,... . Užrašykime lūžio dėsnį kiekvienai sluoksnių porai:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha_1} = \frac{n_1}{n_A}, \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}, \frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_3} = \frac{n_3}{n_2}, ...$$

Iš čia gaunama:

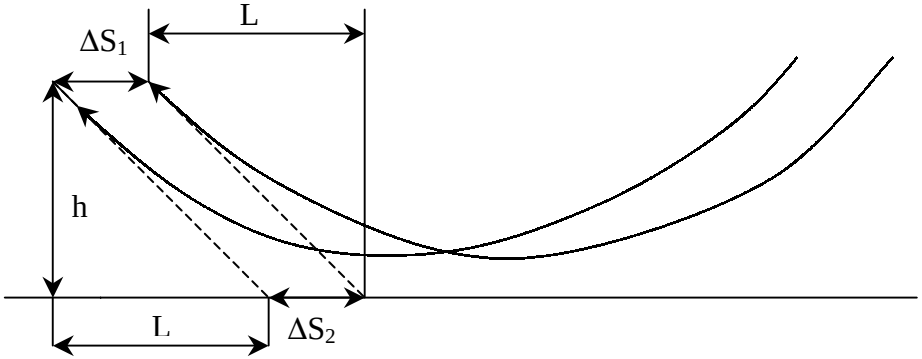
$$n_A \sin\alpha = n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\alpha_2 = ... = n_B \sin\beta.$$

b) Iš dangaus sklindančios šviesos spinduliai atsispindi nuo žemesnių oro sluoksnių prie žemės, kurių temperatūra yra didesnė ir drauge lūžio rodiklis mažesnis. Kai tenkinama visiškojo atspindžio sąlyga, matomas miražas – „vandens paviršius“, vaizduojantis dangų.



64a pav.

Pasislinkus stebėtojui atstumu ΔS, visas vaizdas pasislenka taip, kad atstumas iki „vandens“ išlieka vienodas. Tai pavaizduota 64b pav. „vandens paviršiaus“ riba atrodo kaip skritulys, kurio centre yra stebėtojas.



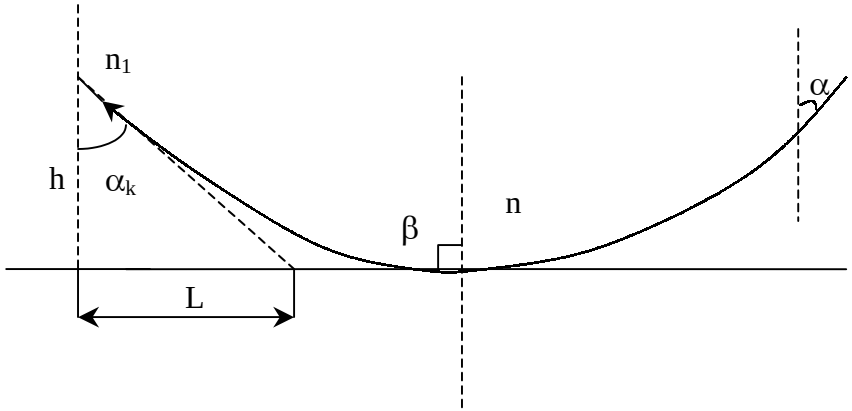
64b pav.

c) Panagrinėkime spindulių eigą, kurie, mums atrodo, sklinda iš „vandens paviršiaus“ ribos (64c pav.). Oro lūžio rodiklį Žemės paviršiuje pažymėkime n, o stebėtojo taške – n_0. Užduotyje a) gauta:

$$n \sin\beta = n_1 \sin\alpha_k .$$

Kadangi $\sin\beta = \sin 90^0 = 1,\ n_1 \sin\alpha_k = n.$ Čia α_k yra kritinis kampas, kuriam esant stebėtojas pradeda matyti „vandens paviršių“.

Panaudojus formulę



64c pav.

$$\sin\alpha = \frac{L}{\sqrt{L^2 + h^2}},$$

galima išreikšti oro lūžio rodiklį:

$$n = \frac{L}{\sqrt{L^2 + h^2}} n_1. \qquad (1)$$

Kadangi pagal užduoties sąlygą n – 1 ~ ρ, o ρ = m/V = $P_A M/RT$, tai

$$n_0 - 1 = P_A M / RT_0,$$

$$n - 1 = P_A M / RT,$$

$$n_1 - 1 = P_A M / RT_1.$$

Čia $T_0 = 15^0C = 288$ K, $T_1 = 30^0C = 303$ K, o T – ieškoma oro virš Žemės paviršiaus temperatūra.

Iš pateiktų išraiškų gaunama:

$$n = 1 + \frac{T_0}{T}(n_0 - 1), \qquad (2)$$

$$n_1 = 1 + \frac{T_0}{T_1}(n_0 - 1). \qquad (3)$$

Įrašius į (3) skaitines vertes gaunama: $n_1 = 1{,}0002623$. Žinant n_1, iš formulės (1) suskaičiuojamas n:

$$n = \frac{L}{\sqrt{L^2 + h^2}} n_1 = 1{,}0002418.$$

Iš išraiškos (2) gaunama ieškoma temperatūra:

$$T = T_0 \frac{n_0 - 1}{n - 1} = 329\,K = 56^0 C.$$

Galima įvertinti paklaidą dėl oro slėgio pokyčio:

$$\Delta P < \rho_1 gh = \frac{P_A M}{RT_1} gh,$$

$$\Delta P < \frac{Mgh}{RT_1} \approx 1{,}8 \cdot 10^{-4}.$$

Taigi slėgio pokyčio dėl aukščio galima nepaisyti, nes oro lūžio rodiklio pokytis yra kur kas didesnis.

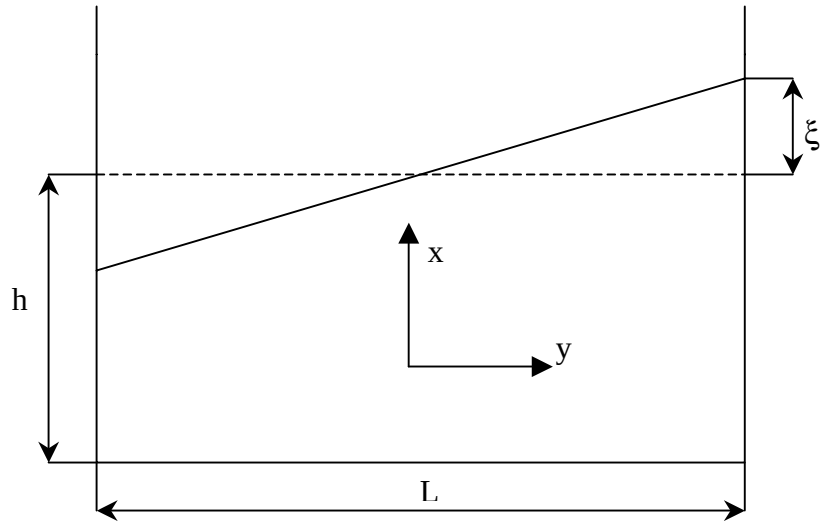
65. Atskaitos sistemos pradžią pasirenkame vandens masės centre, kol dar paviršius nesutrikdytas (horizontalus). Sutrikdžius paviršių pasikeičia vandens masės centro padėtis ir drauge pakinta energija. Sutrikdžius paviršių masės centro koordinatės bus

$$x_c = \frac{L\xi}{6h}, \quad y_c = \frac{\xi^2}{6h}. \qquad (1)$$

Masės centro judėjimo greičio komponentes gauname išdiferencijavę lygybes (1) laiko atžvilgiu

$$v_x = \frac{L\dot{\xi}}{6h}, \quad v_y = \frac{\xi\dot{\xi}}{3h}. \qquad (2)$$

Čia pažymėta $\dot{\xi} = \frac{d\xi}{dt}$. Vandens su nesutrikdytu paviršiumi potencinę energiją laikydami esant lygią nuliui, sutrikdyto paviršiaus atveju



65 pav.

potencinė energija bus

$$U = mg\frac{\xi^2}{6h}. \qquad (3)$$

Čia m pažymėta viso vandens masė. Vandens kinetinė energija

$$E_k = \frac{1}{2} m(v_x^2 + v_y^2) = \frac{1}{2}\frac{m}{h^2}\left(\frac{L^2}{36} + \frac{\xi^2}{9}\right)\dot{\xi}^2. \qquad (4)$$

Kadangi $\xi << L$, antrąjį narį skliaustuose galima atmesti. Pilnutinė mechaninė energija

$$E = \frac{1}{2}\frac{mL^2}{36h^2}\dot{\xi}^2 + mg\frac{\xi^2}{6h}. \qquad (5)$$

Vandens lygio svyravimai harmoniniai. Užrašome harmoninio oscliatoriaus pilnutinę mechaninę energiją

$$E_h = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}M\omega^2 x^2, \qquad (6)$$

čia ω - osciliatoriaus svyravimų ciklinis dažnis. Koordinatė x kinta harmoniškai. Darome prielaidą, kad koeficientai prie atitinkamų dydžių turi tą pačią fizikinę prasmę, todėl rašome lygybes

$$M = \frac{mL^2}{36h^2}, \quad M\omega^2 = \frac{mg}{3h}. \qquad (7)$$

Iš (7) plaukia, kad

$$\omega = \frac{2}{L}\sqrt{3gh}. \qquad (8)$$

Tokį ciklinį dažnį atitinka svyravimai su periodu

$$T = \frac{\pi}{\sqrt{3}}\frac{L}{\sqrt{gh}}. \qquad (9)$$

Mes gavome, kad $T \sim \frac{L}{\sqrt{gh}}$. Proporcingumo koeficientą $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ gavome panaudoję gana supaprastintą reiškinio modelį ir idealizavę vonelės (ežero) formą. Todėl, pasinaudodami pateiktais eksperimentiniais duomenimis ir (9) formule, apskaičiuojame proporcingumo koeficientą, laikydami jį nežinomu. Pažymime proporcingumo koeficientą β

$$\beta = \frac{T\sqrt{gh}}{L}. \qquad (10)$$

L=479 *mm*

h, mm	30	50	69	88	107	124	142
T, s	1,78	1,40	1,18	1,08	1,00	0,91	0,82
β	2,016	2,047	2,027	2,095	2,139	2,096	2,020

Dydžio β vidutinė vertė $\overline{\beta}$ = 2,063.

L=143 *mm*

h, mm	31	38	58	67	124
T, s	0,52	0,48	0,43	0,35	0,28
β	2,005	2,049	2,268	1,984	2,160

Dydžio β vidutinė vertė $\overline{\beta}$ = 2,093.

Matome, kad ilgesnei vonelei β vidutinė vertė didesnė. Pagal mūsų modelį $\beta = \frac{\pi}{\sqrt{3}} = 1{,}8138$.

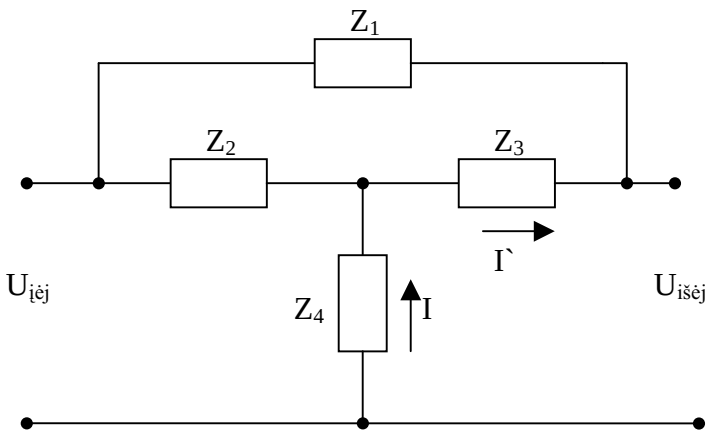
Galimas kitoks nagrinėjamo reiškinio modelis. Tariame, kad vonelėje susidaro stovinti banga su mazgu (nejudančiu tašku) viduryje. Tokios bangos ilgis bus lygus dvigubam vonelės ilgiui. Baseine, kurio gylis h, paviršinių bangų sklidimo greitis yra $v = \sqrt{gh}$. Bangos svyravimų periodas

$$T = \frac{2L}{v} = \frac{2L}{\sqrt{gh}}. \qquad (11)$$

Šiuo atveju β = 2.

Vatterno ežerui, imant už β vertę $\overline{\beta}$ ilgesniajai vonelei, apskaičiuojame periodą. Grafike (a) periodų užima 14,6 dalijimo intervalų. Grafike (b) periodų užima 15,6 dalijimo intervalų. Apskaičiavę randame, kad Vatterno ežero seišos periodas
T_v=11456 s = 3 val 6 min 56 s.
Grafiko (a) padalos vertė τ_a=7847 s = 2val 6min 47s.
Grafiko (b) padalos vertė τ_b=8078s = 2val 14 min 38s.

66. Iš pradžių išnagrinėkime bendrą atvejį. Grandinės elementų impedansus pažymėkime Z_1, Z_2, Z_3 ir Z_4 (66a pav.).



66a pav.

Akivaizdu, kad kai $\nu \to 0$ ir $\nu \to \infty$, išvardytų uždavinio sąlygoje elementų impedansai artėja arba į nulį, arba į begalybę, arba lieka pastovūs. Išsiaiškinkime, kokiais atvejais bus tenkinama sąlyga

$$K = U_{išėj} / U_{įėj} = 1.$$

Iš 60b (1 – 4) pav. matyti, jog K = 1, kai 1) $Z_1 \to 0$, 2) $Z_2 \to 0$, 3) $Z_3 \to \infty$, 4) $Z_4 \to \infty$.

Apskaičiuokime visos filtro grandinės impedansą:

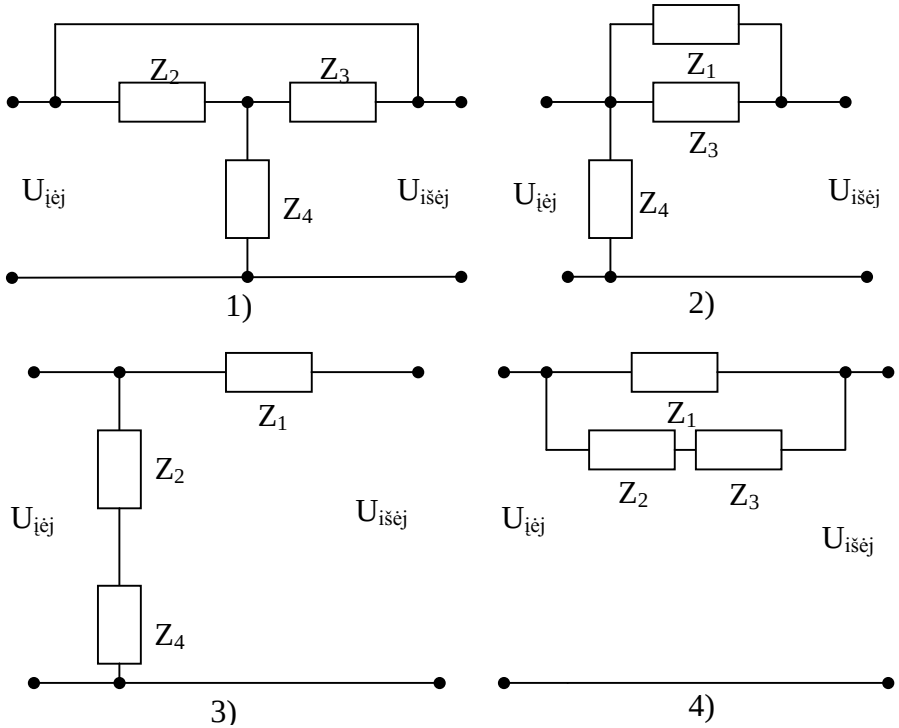
$$Z = Z_4 + \frac{(Z_1 + Z_3)Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3}.$$

Srovės, tekančios per Z_4, stiprį pažymėkime I, o per Z_3 – I' (66a pav.). Tada

$$U_{įėj} = I\,Z,\ U_{išėj} = I\,Z_4 + I'\,Z_3,$$

o

$$I' = I \cdot \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3}.$$



66b pav.

Taigi

$$K = \frac{I(Z_4 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3})}{I(Z_4 + 2\frac{(Z_1 + Z_3)Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3})} = 1 - \frac{Z_1 Z_2}{Z_4(Z_1 + Z_2 + Z_3) + Z_2(Z_1 + Z_3)}.$$

Užrašykime šią išraišką kompleksine forma:

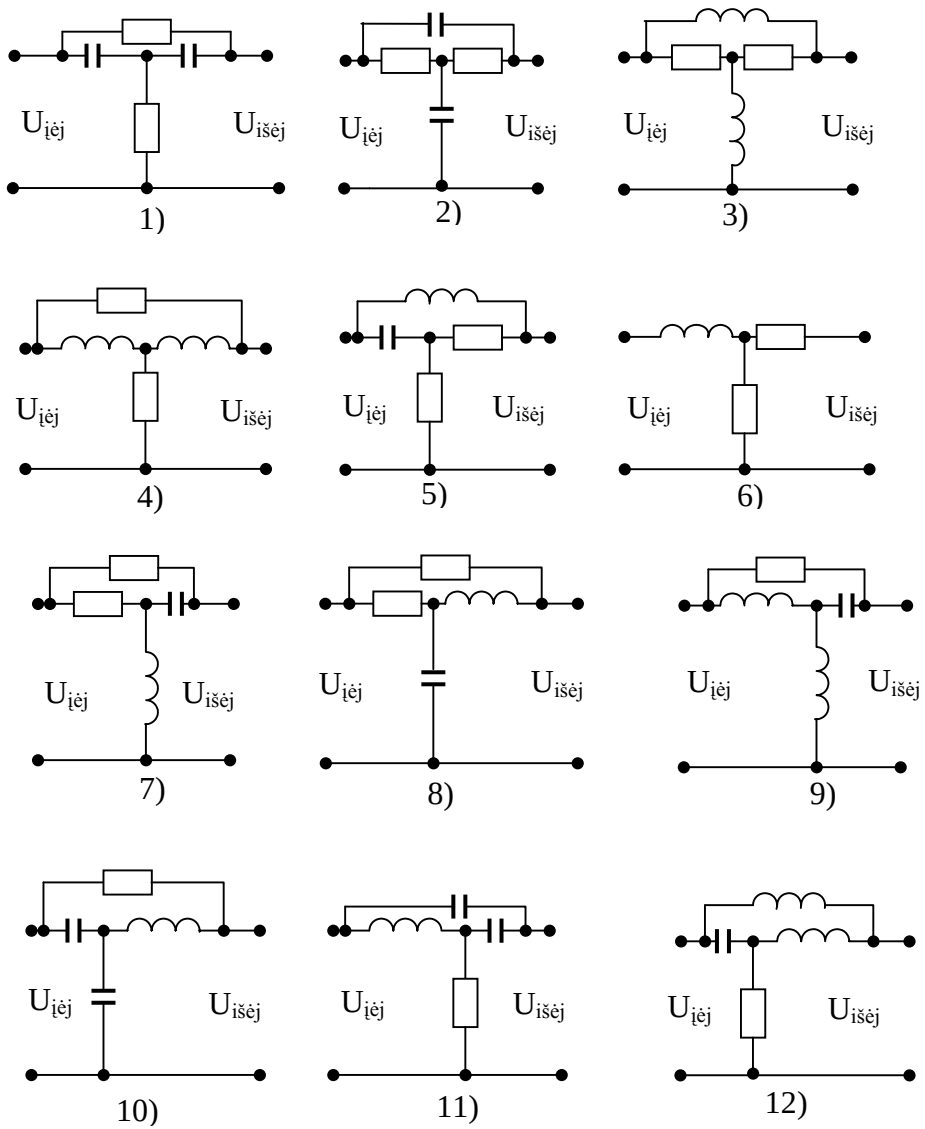
$$K = U_{išėj} / U_{įėj} = 1 - \frac{1}{A + iB}.$$

Fazių skirtumo $\Delta\varphi$ tarp $U_{išėj}$ ir $U_{įėj}$ nebus, jei B = 0 ir K > 0 (kai K < 0, $\Delta\varphi = \pi$). K išraišką pertvarkius taip

$$K = 1 - \frac{A - iB}{A^2 + B^2}$$

nesunku matyti, jog kai B = 0, K vertė esti mažiausia ir lygi

$$K_{\min} = 1 - \frac{1}{A}.$$



66c pav.

66c (1 – 12) pav. pateikta 12 galimų filtrų schemų, tenkinančių uždavinio sąlygas. Kiekvieną jų išnagrinėjame atskirai.

1) $\nu \to 0,\ Z_3 \to \infty;$
$\nu \to \infty,\ Z_2 \to 0;$

$$K = 1 - \frac{R \cdot \frac{1}{i\omega C}}{R\left(R + \frac{2}{i\omega C}\right) + \frac{1}{\omega C}\left(R + \frac{1}{i\omega C}\right)} = 1 - \frac{1}{3 + iR\left(\omega C - \frac{1}{\omega C R^2}\right)}.$$

Iš šios išraiškos matyti, kad esant $\omega_0 = 1/CR = 10^3$ rad/s, t.y. $\nu_0 = 159$Hz, K=1 – 1/3 = 2/3 ≈ 0,67.

Panašiai skaičiuojame ir pagal kitas schemas.

2) $\nu \to 0,\ Z_4 \to \infty;$
$\nu \to \infty,\ Z_1 \to 0;$

$$K = 1 - \frac{1}{3 + iR\left(\omega C - \frac{1}{\omega C R^2}\right)}.$$

Kai $\omega_0 = 1/CR = 10^3$ rad/s, $\nu_0 = 159$Hz, K = 0,67.

3) $\nu \to 0,\ Z_1 \to 0;$
$\nu \to \infty,\ Z_4 \to \infty;$

$$K = 1 - \frac{1}{3 + i\left(\frac{\omega L}{R} - \frac{R}{\omega L}\right)}.$$

Kai $\omega_0 = 1/CR = 6{,}25 \cdot 10^5$ rad/s, $\nu_0 = 10^5$ Hz, K = 0,67.

4) $\nu \to 0,\ Z_2 \to 0;$
$\nu \to \infty,\ Z_3 \to \infty;$

$$K = 1 - \frac{1}{3 + i(\frac{\omega L}{R} - \frac{R}{\omega L})}.$$

Kai $\omega_0 = 1/CR = 6{,}25 \cdot 10^5$ rad/s, $\nu_0 = 10^5$ Hz, K = 0,67.

5) $\nu \to 0,\ Z_1 \to 0;$
$\nu \to \infty,\ Z_2 \to 0;$

$$K = 1 - \frac{L/C}{R^2 + \frac{L}{C} + iR\left(\omega L - \frac{2}{\omega C}\right)}.$$

Kai $\omega_0 = \sqrt{2/LC} =$ 3,5·10^4 rad/s, ν_0 = 5,6·10^3 Hz,

$$K = 1 - \frac{L/C}{R^2 + L/C} = \frac{1}{1 + L/CR^2} = 1.$$

6) $\nu \to 0,\ Z_2 \to 0;$
$\nu \to \infty,\ Z_1 \to 0;$

$$K = 1 - \frac{L/C}{R^2 + \frac{L}{C} + iR\left(2\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}.$$

Kai $\omega_0 = \sqrt{1/2LC}$ = 1,8·10^4 rad/s, ν_0 = 2,8 kHz, $K = \frac{1}{1 + L/CR^2} = 1.$

7) $\nu \to 0,\ Z_3 \to \infty;$
$\nu \to \infty,\ Z_4 \to \infty;$

$$K = 1 - \frac{L/C}{R^2 + \frac{L}{C} + iR\left(2\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}.$$

Kai $\omega_0 = \sqrt{1/2LC}$ =1,8·10^4 rad/s, ν_0=2,8 kHz,

$$K = \frac{1}{1 + CR^2/L} \approx 0{,}0016.$$

8) $\nu \to 0,\ Z_4 \to \infty;$
$\nu \to \infty,\ Z_3 \to 0;$

$$K = 1 - \frac{R^2}{R^2 + \frac{L}{C} + iR\left(\omega L - \frac{2}{\omega C}\right)}.$$

Kai $\omega_0 = \sqrt{2/LC} =$ 3,5·10^4 rad/s, ν_0 = 5,6·10^3 Hz,

$$K = \frac{1}{1 + CR^2/L} \approx 0{,}0016.$$

9) $\nu \to 0,\ Z_2 \to 0;$
$\nu \to \infty,\ Z_4 \to \infty;$

$$K = 1 - \frac{R}{2R + i\left(\omega L - \frac{2}{\omega C}\right)}.$$

Kai $\omega_0 = \sqrt{2/LC}$ = 3,5·10^4 rad/s, ν_0 = 5,6·10^3 Hz, K = 0,5.

10) $\nu \to 0,\ Z_4 \to \infty;$
$\nu \to \infty,\ Z_2 \to 0;$

$$K = 1 - \frac{R}{2R + i\left(2\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}.$$

Kai $\omega_0 = \sqrt{1/2LC}$ = 1,8·10^4 rad/s, ν_0 = 2,8 kHz, K = 0,5.

11) $\nu \to 0,\ Z_2 \to 0;$
$\nu \to \infty,\ Z_1 \to 0;$

$$K = 1 - \frac{L/C}{\frac{2L}{C} + iR\left(\omega L - \frac{2}{\omega C}\right)}.$$

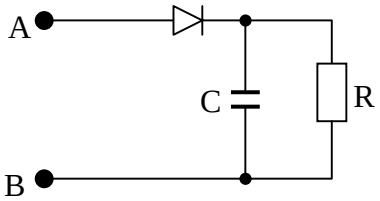
Kai $\omega_0 = \sqrt{2/LC}$ = 3,5·10^4 rad/s, ν_0 = 5,6·10^3 Hz, K = 0,5.

12) $\nu \to 0,\ Z_1 \to 0;$
$\nu \to \infty,\ Z_2 \to 0;$

$$K = 1 - \frac{L/C}{\frac{2L}{C} + iR\left(2\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}.$$

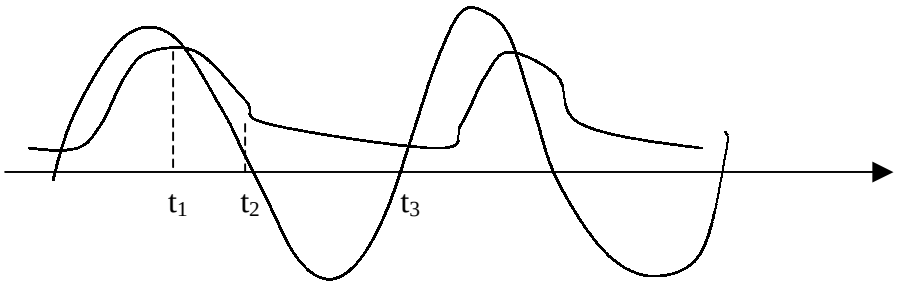
Kai $\omega_0 = \sqrt{1/2LC}$ = 1,8·10^4 rad/s, ν_0 = 2,8 kHz, K = 0,5.

67. Pagal 67a pav. schemą sujungiame elektros grandinę. A ir B gnybtus prijungiame prie kintamosios srovės generatoriaus. A ir B išvadus prijungiame prie vieno oscilografo kanalo, o kondensatorių – prie kito.



67a pav.

Pagal pirmąjį kanalą parenkame generatoriaus įtampos amplitudę ir periodą, o antrajame stebime kondensatoriaus įsikrovimo ir išsikrovimo kreives. Oscilografo ekrane sutapatiname kanalų kreives (67b pav.).



67b pav.

$0 - t_1$ laiko intervale kondensatorius įsikrauna, o $t_1 - t_2$ – išsikrauna, tačiau jo įtampa mažėja ne eksponentiškai. $t_2 - t_3$ intervale kondensatorius išsikrauna pagal eksponentinį dėsnį, nes išorinė įtampa lygi nuliui:

$$\frac{q}{C} + \frac{dq}{dt} \cdot R = 0 \Rightarrow \frac{dq}{dt} = -\frac{q}{RC} \Rightarrow \frac{dq}{q} = -\frac{dt}{RC} \Rightarrow \ln\frac{q}{q_0} = -\frac{t}{RC} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q = q_0 e^{-t/RC} \Rightarrow U = U_0 e^{-t/RC}.$$

Šiame intervale išmatavę dvi kondensatoriaus įtampos U_1 ir U_2 vertes, kurias skiria laiko tarpas Δt, rezistoriaus varžą galime apskaičiuoti pagal formulę

$$\frac{U_2}{U_1} = e^{-\Delta t/RC} \Rightarrow R = \frac{\Delta t}{C \ln\frac{U_1}{U_2}}.$$

Norint tiksliau nustatyti R vertę, reikia atlikti keletą matavimų ir apskaičiuoti jų vidurkį. Dar tiksliau vidurkį galima surasti nubraižius lnU priklausomybės nuo t grafiką.

Žinodami R, rezistoriuje išsiskiriančią vidutinę galią galime apskaičiuoti pagal formulę

$$P = \frac{\int_0^T \frac{U^2}{R} dt}{T}.$$

Integralą $\int_0^T U^2 dt$ apskaičiuojame pagal plotą po $U^2(t)$ grafiku. U, t ir T nustatome iš oscilografo ekrane matomos oscilogramos.

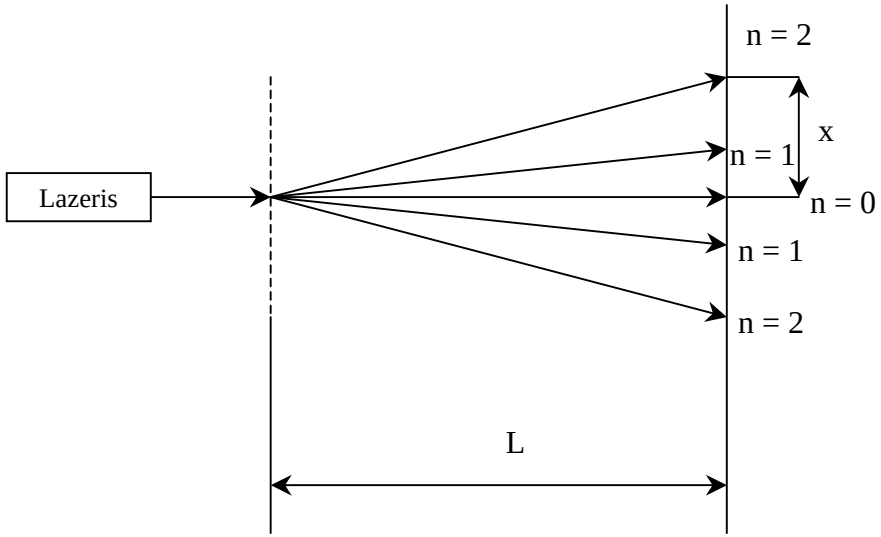
68. Norint nustatyti neono geltonosios spektro linijos bangos ilgį, reikia gauti jos spektrą difrakcine gardele.

Kadangi gardelės periodas d yra nežinomas, reikia palyginti difrakcijos vaizdus, gaunamus optiniu mikrometru, kuris yra savotiška difrakcijos žinomo periodo gardelė, ir difrakcijos gardele (68a pav.), naudojant lazerį.

Užrašome interferencijos maksimumų sąlygas abiejų bandymų atvejais:

$$d_0 \sin\alpha_0 = m_0\lambda, \quad d \sin\alpha = m\lambda_0.$$

Čia λ_0 – lazerio šviesos bangos ilgis, m_0 ir m – spektro eilė (ją reikia imti kiek galima didesnę),



68a pav.

$$\sin\alpha = \frac{x}{\sqrt{L^2 + x^2}}.$$

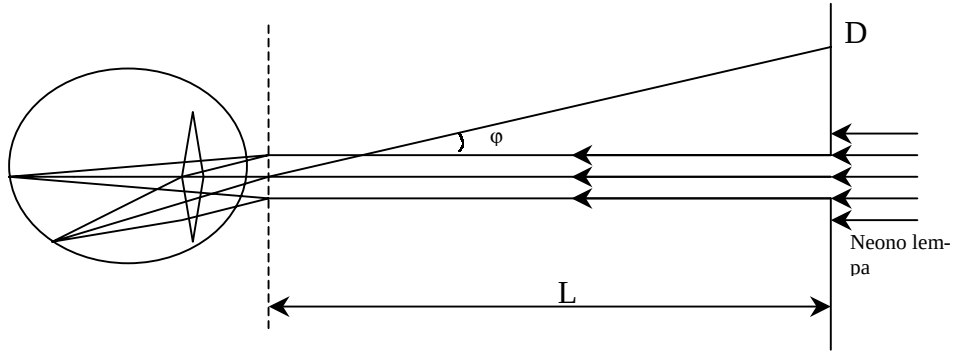
Kai L yra pakankamai didelis, $\sin\alpha \approx x / L$.

Iš užrašytų maksimumų sąlygų gaunama:

$$d = d_0 \frac{m \sin\alpha_0}{m_0 \sin\alpha}.$$

Čia α_0 ir α yra difrakcijos kampai, atitinkantys m_0 ir m eilių maksimumus, gaunamus naudojant optinį mikrometrą ir difrakcijos gardelę.

Difrakcijos gardelės periodas ($d \approx 1{,}67 \cdot 10^{-3}$ mm) gaunamas 6 kartus mažesnis už optinio mikrometro periodą. Ši gardelė gali būti panaudota neono lempos spektro tyrimui.



68b pav.

Neono lempos spinduliuotė stebimas per difrakcijos gardelę (68b pav.) ir nustatomas difrakcijos kampas φ, kuriuo gaunamas geltonos spektro linijos m – osios eilės atvaizdas. Suskaičiavus jos bangos ilgis iš interferencijos maksimumo sąlygos:

$$d \sin\varphi = m\lambda,$$

$$\lambda = \frac{d \sin\varphi}{m} = \frac{d}{m} \frac{x}{\sqrt{L^2 + x^2}}.$$

Atliekant bandymą pageidautina iškirpti juodame popieriuje plyšį, kad gautume siaurą neono lempos spinduliuotės pluoštelį.

Pastaba: ši informacija interneto svetainėje www.olimpas.lt skelbiama nuo 2004 04 19.