

**Mokykla „FIZIKOS OLIMPAS“
Mokomoji fizikos olimpiada (2011 01 16)**

Užduotys I kursui

1. Iš skysčio tolygiai kylančio rutuliuko sunkis sudaro 50 % jį veikiančios trinties jėgos. Kurią skysčio tankio dalį procentais sudaro rutuliuko medžiagos tankis, jei $\frac{2}{3}$ rutuliuko tūrio užima jo viduje esanti tuščia ertmė? Rutuliuką veikiančias jėgas parodykite masteliu, pagal kurį sunkio vektorius yra 1 cm ilgio.
2. Kokiu pagreičiu tolygiai greitėjo kūnas, jei per 2s jis pasislinko 8m, o jo greitis padidėjo 3 kartus?
3. Kiek pasislenka materialus taškas per 10s, pradėjęs judėti tiese taip, kad jo pagreitis per tą laiką tolygiai padidėja nuo 0 iki 6m/s^2 ?
4. Plokštumoje xy taškas pajuda iš koordinatinių pradžios greičiu $\mathbf{v} = 2\mathbf{i} + 4x\mathbf{j}$. Reikia rasti jo trajektorijos lygtį ir nubrėžti tą trajektoriją, kai koordinatė x kinta nuo 0 iki 3cm.
5. Raketa, kurios pradinė masė lygi 2 kg, buvo paleista nuo Žemės paviršiaus stačiai aukštyn. Degimo produktai išlekia jos atžvilgiu 150 m/s greičiu, o per sekundę sudega 200 g kuro. Po kiek laiko nuo paleidimo momento raketa įgyja $11,6\text{ m/s}^2$ pagreitį?

**Mokykla „FIZIKOS OLIMPAS“
Mokomoji fizikos olimpiada (2011 01 16)**

Užduotys II kursui

1. Plokštumoje xy taškas pajuda iš koordinatinių pradžios greičiu $\mathbf{v} = 2\mathbf{i} + 4x\mathbf{j}$. Reikia rasti jo trajektorijos lygtį ir nubrėžti tą trajektoriją, kai koordinatė x kinta nuo 0 iki 3 cm.
2. Raketa, kurios pradinė masė lygi 2 kg, buvo paleista nuo Žemės paviršiaus stačiai aukštyn. Degimo produktai išlekia jos atžvilgiu 150 m/s greičiu, o per sekundę sudega 200 g kuro. Po kiek laiko nuo paleidimo momento raketa įgyja $11,6\text{ m/s}^2$ pagreitį?
3. Kokio dydžio slėgiu (hektopaskaliais) veikia indo sienelės 10g/m^3 tankio dujos, kurių molekulių vidutinis kvadratinis greitis yra 480m/s ?
4. 5 mm skersmens švininis ($11,3\text{g/cm}^3$) rutuliukas, įelektrintas $1,6\text{nC}$ krūviu, yra pusiausviras glicerine ($1,26\text{g/cm}^3$). Koks yra elektrostatinio lauko stipris (kV/cm) glicerine? Nubrėžkite rutuliuką veikiančias jėgas, jo sunkiui skirdami 4 cm atkarpą.
5. Sfera, kurios skersmenį reikia rasti, yra tolygiai įelektrinta 1nC/m^2 tankio paviršiniu krūviu. Yra žinoma, kad elektrinio lauko stiprių skirtumas tarp taškų, nutolusių nuo jos paviršiaus per 10cm (vienas taškas yra už sferos, o kitas yra jos viduje), yra lygus 100V/m . $k = 9\text{GNm}^2/\text{C}^2$.

**Mokykla „FIZIKOS OLIMPAS“
Mokomoji fizikos olimpiada (2011 01 16)**

Užduotys III kursui

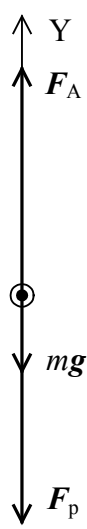
1. Plokštumoje xy taškas pajuda iš koordinatinių pradžių greičiu $\mathbf{v} = 2\mathbf{i} + 4x\mathbf{j}$. Reikia rasti jo trajektorijos lygtį ir nubrėžti tą trajektoriją, kai koordinatė x kinta nuo 0 iki 3 cm.
2. Raketa, kurios pradinė masė lygi 2 kg, buvo paleista nuo Žemės paviršiaus stačiai aukštyn. Degimo produktai išlekia jos atžvilgiu 150 m/s greičiu, o per sekundę sudega 200 g kuro. Po kiek laiko nuo paleidimo momento raketa įgyja $11,6 \text{ m/s}^2$ pagreitį?
3. Kokio dydžio slėgiu (hektopaskaliais) veikia indo sienelės 10g/m^3 tankio dujos, kurių molekulių vidutinis kvadratinis greitis yra 480m/s ?
4. Sfera, kurios skersmenį reikia rasti, yra tolygiai įelektrinta 1nC/m^2 tankio paviršiniu krūviu. Yra žinoma, kad elektrinio lauko stiprių skirtumas tarp taškų, nutolusių nuo jos paviršiaus per 10cm (vienas taškas yra už sferos, o kitas yra jos viduje), yra lygus 100V/m . $k = 9\text{GNm}^2/\text{C}^2$
5. Difrakcinės gardelės konstanta yra 10 kartų didesnė už 30° kampą į ją krintančios monochromatinės šviesos bangos ilgį. Kokiu kampą yra stebimas trečios eilės spektro pagrindinis maksimumas?

**Mokykla „FIZIKOS OLIMPAS“
Mokomoji fizikos olimpiada (2011 01 16)**

1. Iš skysčio tolygiai kylančio rutuliuko sunkis sudaro 50 % jį veikiančios trinties jėgos. Kurią skysčio tankio dalį procentais sudaro rutuliuko medžiagos tankis, jei $\frac{2}{3}$ rutuliuko tūrio užima jo viduje esanti tuščia ertmė? Rutuliuką veikiančias jėgas parodykite masteliu, pagal kurį sunkio vektorius yra 1 cm ilgio (užduotis I kursui).

Duota: $mg = 0,5F_p$, $V_e = \frac{2}{3}V$.

Rasti: $\frac{\rho_s}{\rho_k} - ?$



Rutuliuko masė $m = \rho_k(V - V_e) = \frac{1}{3}\rho_k V$.
Archimedo jėga $F_A = \rho_s V = mg + F_p = 3mg = \rho_k V$, tai $\rho_s = \rho_k$, o ieškomas santykis $\frac{\rho_s}{\rho_k} = 1 = 100\%$.

2. Kokiu pagreičiu tolygiai greitėjo kūnas, jei per 2s jis pasislinko 8m, o jo greitis padidėjo 3 kartus? (užduotis I kursui).

Duota: $t_1 = 2$ s, $s = 8$ m, $v = 3v_0$.

Rasti: $a - ?$

Greitis $v = v_0 + at = 3v_0$, tai pagreitis $a = \frac{2v_0}{t}$.

Poslinkio modulis $s = v_0 t + \frac{at^2}{2} = 2v_0 t$, tai pradinis greitis $v_0 = \frac{2s}{t}$.

Tada $a = \frac{s}{t^2}$, $a = \frac{8}{2^2} = 2$ (m/s²).

3. Kiek pasislenka materialus taškas per 10s, pradėjęs judėti tiese taip, kad jo pagreitis per tą laiką tolygiai padidėja nuo 0 iki 6m/s²? (užduotis I kursui).

Duota: $t_1 = 10$ s, $a_0 = 0$, $a_1 = 6$ m/s².

Rasti: $s_1 - ?$

Pagreičio priklausomybė nuo laiko $a = kt = \frac{a_1}{t_1}t$, tai greitis $v = \frac{a_1}{t_1} \int_0^t t dt = \frac{at^2}{2t_1}$, o poslinkio

modulis $s = \frac{a}{2t_1} \int_0^t t^2 dt = \frac{at^3}{6t_1}$. Tada $s_1 = \frac{a_1 t_1^2}{6}$, $s_1 = \frac{6 \cdot 10^2}{6} = 100$ (m).

Užduotis ir jų sprendimus pateikė
VU FF magistrantė Milda Tamošiūnaitė

**Mokykla „FIZIKOS OLIMPAS“
Mokomoji fizikos olimpiada (2011 01 16)**

1. Plokštumoje xy taškas pajuda iš koordinatinių pradžių greičiu $\mathbf{v} = 2\mathbf{i} + 4x\mathbf{j}$. Reikia rasti jo trajektorijos lygtį ir nubrėžti tą trajektoriją, kai koordinatė x kinta nuo 0 iki 3 cm. (užduotis I, II ir III kursams).

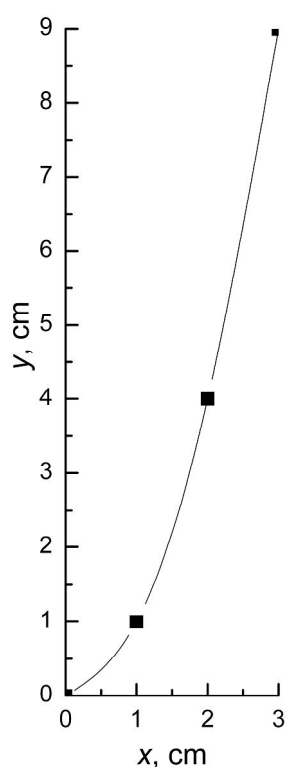
Duota: $\mathbf{v} = 2\mathbf{i} + 4x\mathbf{j}$, $x = (0-3)$ cm.

Rasti: $y(x)$ - ?

Greitis $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}$, tai $v_x = 2$ cm/s, $v_y = 4x$ cm/s.

Diferencialai $dx = v_x dt = 2dt$, $dy = v_y dt = 4xdt$.

Tada $\frac{dy}{dx} = 2x$, o trajektorija $y(x) = 2\int_0^x x dx = x^2$ yra parabolė.



2. Raketa, kurios pradinė masė lygi 2 kg, buvo paleista nuo Žemės paviršiaus stačiai aukštyn. Degimo produktai išlekia jos atžvilgiu 150 m/s greičiu, o per sekundę sudega 200 g kuro. Po kiek laiko nuo paleidimo momento raketa įgyja $11,6 \text{ m/s}^2$ pagreitį? (užduotis I, II ir III kursams).

Duota: $m_0 = 2$ kg, $v = 150$ m/s, $u = 200$ g/s = 0,2 kg/s, $a = 11,6 \text{ m/s}^2$. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$,

Rasti: t - ?

Pagal antrąjį Niutono dėsnį pagreitis $a = \frac{F - mg}{m} = \frac{F}{m} - g$.

Traukos jėga $F = vu$, o masė mažėja: $m = m_0 - ut$.

Įrašius tai į pagreičio formulę gautume $t = \frac{m_0}{u} - \frac{v}{a + g}$,

$$t = \frac{0,2}{2} - \frac{150}{11,6 + 9,8} \approx 3 \text{ (s)}.$$

Tada raketos masė $m = 2 - 0,2 \cdot 3 = 1,4$ (kg).

Įdomu, kad jei būtų pagreitis $a = 15 - 9,8 = 5,2 \text{ (m/s}^2\text{)}$, tai toks jis būtų pradiniu raketos paleidimo momentu.

Koks gi galėtų būti didžiausias laikas? $m = 0$, kai $t' = 10$ s, bet jau nėra raketos!

3. Kokio dydžio slėgiu (hektopaskaliais) veikia indo sienelės 10 g/m^3 tankio dujos, kurių molekulių vidutinis kvadratinis greitis yra 480 m/s ? (užduotis II ir III kursams).

Duota: $\rho = 10 \text{ g/m}^3 = 0,01 \text{ kg/m}^3$, $v_k = 480 \text{ m/s}$.

Rasti: p - ?

Pagal Mendelejevo Klapeirono lygtį slėgis $p = \frac{mRT}{MV} = \rho \frac{RT}{M}$, o iš vidutinio kvadratinio

greičio išraiškos seka, kad $\frac{RT}{M} = \frac{v_k^2}{3}$, tai $p = \rho \frac{v_k^2}{3}$, $p = 0,01 \frac{480^2}{3} \approx 768 \text{ (Pa)} \approx 7,7 \text{ (hPa)}$.

4. 5 mm skersmens švininis ($11,3 \text{ g/cm}^3$) rutuliukas, įelektrintas $1,6 \text{ nC}$ krūviu, yra pusiausviras glicerine ($1,26 \text{ g/cm}^3$). Koks yra elektrostatinio lauko stipris (kV/cm) glicerine? Nubrėžkite rutuliuką veikiančias jėgas, jo sunkiui skirdami 4 cm atkarpą. (užduotis II kursui).

Duota: $d = 5 \text{ mm} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, $\rho_s = 11,3 \text{ g/cm}^3 = 11,3 \text{ kg/m}^3$, $q = 1,6 \text{ nC} = 1,6 \cdot 10^{-9} \text{ C}$, $\rho_g = 1,26 \text{ g/cm}^3 = 1,26 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

Rasti: $E - ?$

Archimedo jėga $F_A = \rho_g V g = \pi \frac{d^3}{6} g$. Elektrinė jėga $F_e = qE$. Rutuliuko sunkio

jėga $mg = \rho_s V g = \pi \frac{d^3}{6} g$. Pagal I Niutono dėsnį $F_e + F_A - mg = 0$.

Irašę jėgas gauname

$$E = \frac{\pi d^3}{6} (\rho_s - \rho_g) g; E = \frac{3,14 \cdot 5^3 \cdot 10^{-9}}{6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-9}} (11,2 - 1,26) 10^3 \cdot 9,8 \approx 4 \text{ (MV/m)}.$$

F_A

5. Sfera, kurios skersmenį reikia rasti, yra tolygiai įelektrinta 1 nC/m^2 tankio paviršiniu krūviu. Yra žinoma, kad elektrinio lauko stiprių skirtumas tarp taškų, nutolusių nuo jos paviršiaus per 10 cm (vienas taškas yra už sferos, o kitas yra jos viduje), yra lygus 100 V/m . $k = 9 \text{ GNm}^2/\text{C}^2$. (užduotis II ir III kursams).

mg

Duota: $\sigma = 1 \text{ nC/m}^2 = 1 \cdot 10^{-9} \text{ C/m}^2$, $l = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$, $\Delta E_{AB} = 100 \text{ V/m}$,

$$k = 9 \text{ GNm}^2/\text{C}^2 = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2.$$

Rasti: $d - ?$

Sferos viduje elektrinio lauko nėra, todėl duotas laukų stiprių skirtumas yra lygus elektrinio

lauko stipriui šalia sferos: $\Delta E_{AB} = E_A = k \frac{\sigma \pi d^2}{(0,5d + l)^2}$.

Irašę turimus duomenis gauname kvadratinę lygtį $3,26d^2 - 10d - 1 = 0$, kurios sprendinys

$$d = \frac{10 + \sqrt{10^2 + 4 \cdot 3,26 \cdot 1}}{2 \cdot 3,26} \approx 3,16 \text{ (m)}.$$

6. Difrakcinės gardelės konstanta yra 10 kartų didesnė už 30° kampą į ją krintančios monochromatinės šviesos bangos ilgį. Kokiu kampu yra stebimas trečios eilės spektro pagrindinis maksimumas? (užduotis III kursui).

Duota: $d = 10\lambda$, $\alpha = 30^\circ$, $m = 3$.

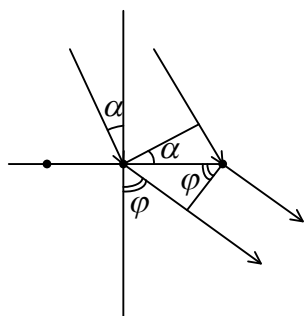
Rasti: $\varphi - ?$

Spindulių eigos skirtumas prieš gardelę yra $d \sin \alpha$, o už gardelės yra $d \sin \varphi$, tai

$$\Delta = d (\sin \varphi - \sin \alpha).$$

Maksimumo sąlyga $\Delta = m\lambda$, tada $\varphi = \arcsin\left(\frac{m\lambda}{d} + \sin \alpha\right)$,

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{3}{10} + \sin 30^\circ\right) \approx 53^\circ.$$



Užduotis ir jų sprendimus pateikė

VU FF docentas dr. Stasys Tamošiūnas