TFO Formulės

I Matematika

1. Teiloro eilutė:

$$f(a+x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}x + \frac{f^2(a)}{2!}x^2 \ ...$$

Kai x mažas, galima skaičiuoti apytiksliai.

4. Trikdžių metodas — tikslus sprendinys išreiškiamas prieš tai rastais paprastesnių uždavinių sprendiniais:

$$A = \varepsilon_0 A_0 + \varepsilon_1 A_1 + \dots .$$

3. Tiesinių diferencialinių lygčių su pastoviais koeficientais $ay'' + by' + cy = 0$ sprendimas:

$a\lambda^2 + b\lambda + c = 0$ — charakteringoji lygtis, $\lambda_{1,2}$ — jos sprendiniai,

$\lambda_1 \neq \lambda_2$, $\lambda_{1,2} \in R$: $y = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 e^{\lambda_2 x}$;

$\lambda_1 = \lambda_2$, $\lambda_{1,2} \in R$: $y = e^{\lambda_1}\left(C_1 + xC_2\right)$;

$\lambda_{1,2} = \gamma \pm i\omega$:

$$y = e^{\gamma x}\left(C_1 \sin(\omega x) + C_2 \cos(\omega x)\right) = .$$
$$= Ae^{\gamma x}\sin(\omega x + \varphi_0)$$

4. Kompleksiniai skaičiai

$$z = a + bi = |z|e^{i\varphi};\ \bar z = a - bi = |z|e^{-i\varphi}$$

$$|z|^2 = z|z| = a^2 + b^2;\ \varphi = \arg z = \arcsin\frac{b}{|z|};$$

$$\operatorname{Re} z = \frac{z + \bar z}{2};\ \operatorname{Im} z = \frac{z - \bar z}{2};$$

$$|z_1 z_2| = |z_1||z_2|;\ \arg z_1 z_2 = \arg z_1 + \arg z_2;$$

$$e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi$$

$$(\cos\varphi + i\sin\varphi)^n = \cos(n\varphi) + i\sin(n\varphi)$$

5. $\cos\varphi = \dfrac{e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}}{2}$; $i\sin\varphi = \dfrac{e^{i\varphi} - e^{-i\varphi}}{2}$;

$$\cosh\varphi = \frac{e^{\varphi} + e^{-\varphi}}{2};\ \sinh\varphi = \frac{e^{\varphi} - e^{-\varphi}}{2}.$$

6. Vektorių ir skaliarų sandauga yra distributyvi:

$$a(\vec b + \vec c) = a\vec b + a\vec c,\ \vec a(b + c) = \vec a b + \vec a c.$$

Vektorinė sandauga yra neperstatoma (antikomutatyvi): $\vec a \times \vec b = -\vec b \times \vec a$

$$\vec a \cdot \vec b = |\vec a||\vec b|\cos\varphi;\ |\vec a \times \vec b| = |\vec a||\vec b|\sin\varphi;$$

$$\vec a \times \vec b = \begin{vmatrix} \vec i & \vec j & \vec k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

Mišriosios sandaugos apibrėžimas:

$$(\vec a, \vec b, \vec c) = \left(\vec a \cdot \left[\vec b \times \vec c\right]\right) = \left(\left[\vec a \times \vec b\right] \cdot \vec c\right) = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$$

Dviguba vektorinė sandauga:

$$\vec a \times \left[\vec b \times \vec c\right] = \vec b(\vec a \cdot \vec c) - \vec c(\vec a \cdot \vec b);$$

7. Kosinusų ir sinusų teoremos

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\varphi;$$

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = 2R$$

8. Įbrėžtiniai kampai, besiremiantys į tą patį lanką, yra lygūs. Jie yra lygūs pusei atitinkamo centrinio kampo. Stačiojo trikampio įžambinė sutampa su apibrėžtinio apskritimo skersmeniu.

Jei keturkampio priešingų kampų suma lygi π, tai apie jį galima apibrėžti apskritimą.

9. Išvestinių radimas:

$$f\left[g(x)\right]' = f'\left[g(x)\right]g'(x);\ y'_x = \frac{1}{x'_y};$$

$$y' = y \cdot \left(\ln|y|\right)';\ y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$$

10. Integravimas $\int u\mathrm{d}v = uv - \int v\mathrm{d}u$

$$\int f(ax+b)\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\int f(ax+b)\mathrm{d}(ax+b).$$

11. Apytikslis lygčių sprendimas.

Niutono (liestinių) metodas funkcijos kirtimosi su ordinačių ašimi radimui $f(x) = 0$:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Stygų metodas:

$$x_s = \frac{a \cdot f(b) - b \cdot f(a)}{f(b) - f(a)}$$

12. Apytikslis integravimas. Trapecijų metodas:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{a-b}{2n}\left[f(x_0) + 2f(x_1) + \dots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)\right]$$

13. Vektorių išvestinės ir integralai skaičiuojami pagal komponentes arba (išvestinės atveju) – geometriškai – naudojantis trikampio savybėmis.

14. Tiesinių lygčių sistemos sprendimas Gauso Žordano metodu.

II Bendros rekomendacijos

1. Patikrinkite visų formulių teisingumą: a) išanalizuokite vienetus; b) patikrinkite specialius atvejus (kai funkcija ar jos argumentas artėja link begalybės, nulio); c) patikrinkite, ar sprendinys „realus" pagal uždavinio sąlygą.

2. Jei uždavinio sąlygoje yra neįprastų sutapimų (pvz.: dvi reikšmės vienodos), ieškokite priežasties.

3. Atidžiai perskaitykite rekomendacijas uždavinio tekste. Kreipkite dėmesį į uždavinio formuluotę – kartais nereikšmingos detalės reiškia labai daug. Jei kažkiek laiko sprendžiate ir nieko neišeina, perskaitykite uždavinį dar kartą: galbūt jo nesupratote.

4. Ilgus pertvarkymus atlikite tada, kai viskas kita baigta. BET visada užrašykite visas pradines lygtis, kurias reikia pertvarkyti.

5. Jei uždavinys yra beviltiškai sunkus, jis, ko gero, turi neįtikėtinai paprastą sprendimą. Tai tinka tik olimpiadų uždaviniams, nes jie būtinai turi turėti sprendimą.

6. Eksperimente svarbu: a) eksperimento brėžinys; b) matavimo tikslumas; c) matavimo duomenų kiekis.

III Kinematika

1. Tiesiaeigis judėjimas, išvestinės ir integralai:

$\vec v = \dfrac{d\vec x}{dt}$; $\vec x = \int \vec v dt$; (arba $x = \int v_x dt + C$)

$$\vec a = \frac{d\vec v}{dt} = \frac{d^2\vec x}{dt^2};\ v = \int a dt + C;$$

$$t = \int\frac{dx}{v_x} = \int\frac{dv_x}{a_x};\ x = \int\frac{v_x dv_x}{a_x} + C;$$

Jei $a = const$, tai ankstesni integralai randami lengvai:

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{at^2}{2} = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}.$$

2. Sukamasis judėjimas – tiesinio judėjimo analogija:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt};\ \varepsilon = \frac{d\omega}{dt};\ \vec a = \vec\tau\frac{dv}{dt} + \vec n\frac{v^2}{R};$$

$\vec\tau$ ir $\vec n$ - vienetiniai krypties vektoriai (tangentė ir normalė).

3. Kreivaeigis judėjimas – tas pats, kaip (1), bet vektoriai turi būti pakeisti linijiniais greičiais, pagreičiais ir kelio ilgiais. Tačiau tik nedidelis kampo pokytis gali būti vektoriškai pridėtas.

4. Kietojo kūno judėjimas: a) dviejų kūno taškų greičių projekcijos linijoje, kuri jungia tuos taškus, yra lygios (taškai neartėja ir netolsta); b) momentinis sukimosi centras gali būti rastas naudojantis dviem greičio vektoriais pagal statmenų, brėžtų per tų vektorių galus, susikirtimo tašką.

5. Neinercinė sistema:

$$\vec v_2 = \vec v_0 + \vec v_1;\ \vec a_2 = \vec a_0 + \vec a_1 + \omega^2\vec R + \vec a_{Kor};$$

$$\vec a_{Kor} = -2\,\vec\omega \times \vec r$$

6. Sviedinio pasiekiama erdvė:

$$y \le \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gx^2}{2v_0^2}$$

IV Dinamika.

1. Antrasis Niutono dėsnis tiesiniam ir sukamajam judėjimui:

$\vec F = m\vec a$, $a = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{dv}{dt}\cdot\dfrac{dx}{dx} = v\dfrac{dv}{dx}$; $\vec M = I\vec\varepsilon$, $\vec M = \vec r \times \vec F$;

Dvimatėje erdvėje $\vec M$ ir $\vec\varepsilon$ dažniausiai būna skaliarai ir $M = Fl$, kur l - jėgos petys.

2. Antrasis Niutono dėsnis: jei sistemos būsena yra apibūdinama parametru ξ, tai jo išvestinė $\dot\xi$, potencinė energija $\Pi(\xi)$ ir kinetinė energija $K = \dfrac{\mu\dot\xi^2}{2}$, tada energijos tvermės dėsnio išvestinė pagal laiką duoda. $\mu\ddot\xi = -\dfrac{d\Pi(\xi)}{d\xi}$ Išvada: jėga — tai potencinės energijos išvestinė pagal parametrą.

3. Jei sistema susideda iš masės taškų m_i:

$$\vec r_c = \frac{\sum m_i \vec r_i}{\sum m_j};\ \vec P = \sum m_i \vec v_i;\ \vec L = \sum m_i \vec r_i \times \vec v_i;$$

$$K = \sum\frac{m_i \vec v_i^{\,2}}{2};\ I_z = \sum m_i\left(x_i^2 + y_i^2\right) = \int\left(x^2 + y^2\right)dm$$

4. Sistemoje, kuri juda masės centro atžvilgiu greičiu $\vec v_c$

$$\vec L = \vec L_c + M_\Sigma \vec R_c \times \vec v_c;\ K = K_c + \frac{M_\Sigma \vec v_c^2}{2}$$

5. Heigenso Šteinerio teorema: $I = I_c + mb^2$ (b- atstumas iki masės centro). Dvimačiams kūnams x-y plokštumoje galioja $I_z = I_y + I_x$.

6. Perėjimas nuo vienos atskaitos sistemos prie kitos:

$$\vec P = \vec P_c + M_\Sigma \vec v_c.$$

7. Visai sistemai: $\vec{F}_\Sigma = \frac{d\vec{P}}{dt}$; $\vec{M}_\Sigma = \frac{d\vec{L}}{dt}$.

8. Inercijos momentai $I = \int R^2 dm = kmR_l^2$, cilindrui ½, pilnavidurei sferai 2/5, tuščiavidurei sferai 1/3, strypui apie centrą 1/12, apie galą – 1/3.

9. Inercijos momentas masės centro ir z ašies atžvilgiu gali būti skaičiuojamas ir taip:

$$I_{Z0} = \frac{\sum_{i,j} m_i m_j \left[(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2\right]}{2M_\Sigma}$$

10. Inercijos momentas koordinačių pradžios atžvilgiu yra lygus pusei inercijos momentų koordinačių ašių atžvilgiu sumos.: $2\theta = I_x + I_y + I_z$;

$\theta = \int R^2 dm = \int (x^2 + y^2 + z^2) dm$

11. Fizinė švytuoklė $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}}$, l – atstumas tarp pakabinimo ašies ir masių centro.

12. Dažnai pritaikomi tvermės dėsniai
energijos (sistema elastiška, be trinties);
judesio kiekio (išorinių jėgų suma lygi nuliui arba taikoma vienai krypčiai, kurios kryptimi jėgų suma lygi nuliui)
judesio kiekio momento (jei išorinių momentų suma lygi nuliui – arba nėra jėgų, arba jų pečiai lygus nuliui)

13. Neinercinės sistemos: jose veikia papildoma inercijos jėga, išcentrinė jėga ir Koriolio jėga (jos darbas lygus nuliui)

14. Nuožulniosios plokštumos atveju geriausia parinkti lygiagrečią ir statmeną plokštumai koordinačių ašis, bet tada sunkio projekcijos yra nenulinės į abi ašis. Ašys gali būti ir nestatmenos.

15. Kūnų susidūrimas: išlaikomi yra: a) visas judesio kiekis, b) visas judesio kiekio momentas, c) judesio kiekio momentas kiekvienam kūnui susidūrimo taško atžvilgiu prieš pat ir iškart po susidūrimo d) visa energija (elastiniam smūgiui); kinetinė energija gali būti išlaikoma ir tik vienoje ašyje (elastinis smūgis su trintimi).
Papildomai: e) jei slydimas sustoja, tada kūnų greičiai susidūrimo taške susidūrimo plokštumoje lygūs; f) jei slydimas nesustoja, tai judesio kiekių suteikto susidūrimo plokštumoje ir jai statmena kryptimi santykis yra μ.

16. Kiekvieno kietojo kūno judėjimas gali būti perteikiamas kaip sukimasis apie momentinę sukimosi ašį. BET atstumas tarp taško ir momentinio sukimosi centro nėra trajektorijos kreivumo spindulys.

17. Per du pakabinimo taškus permestos masyvios virvės įtempimo jėgos horizontalioji komponentė yra pastovi.
Tampri virvė slegia kreivą paviršių ilginiu slėgiu, proporcingu įtempimui ir atvirkščiai proporcingu paviršiaus kreivumui :
$P_l = \frac{F_{it}}{R}$, analogiškai muilo plėvelei $P = \frac{2\sigma}{R}$. Aplink cilindrą apsukta virvė $F = F_0 e^{-\mu\alpha}$

18. Adiabatinis invariantas: jei periodinės sistemos parametrai nepasikeičia arba mažai pasikeičia po vieno periodo, tada figūros plotas fazės plokštumoje (p-x koordinačių sistemoje) yra apytiksliai konstanta. Tai gali tikti ir kitokiom fazinėm plokštumom.

19. Stabilumui tikrinti: a) minimalios potencinės energijos principas; b) mažo virtualaus paslinkimo principas.

20. Virialio teorema
a) $\vec{F} \propto |\vec{r}|$, tai $\langle E_K \rangle = \langle E_P \rangle$
b) $\vec{F} \propto |\vec{r}|^{-2}$, tai $2\langle E_K \rangle = -\langle E_P \rangle$

V Svyravimai ir bangos

1. Slopstantys svyravimai
$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$; ($\gamma < \omega_0$);
Šios lygties sprendinys
$x = x_0 e^{-\gamma t}\sin\left(t\left(\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}\right) - \varphi_0\right)$,
jei $\gamma > \omega_0$, svyravimai nevyksta.

2. Surištųjų osciliatorių bendroji svyravimų lygtis:
$\ddot{x}_i = \sum_j a_{ij} x_j$

3. N surištųjų osciliatorių turi N laisvųjų svyravimų dažnių ω_i (visi svyravimai yra to paties dažnio, bet skirtingų amplitudžių: $x_j = x_{j0}\sin(\omega_i t + \varphi_j)$).
Bendras sprendinys yra visų svyravimų superpozicija ir turi papildomas pasirenkamas konstantas X_i ir ϕ_i:
$x_j = \sum_j X_i x_{j0}\sin(\omega_i t + \varphi_j + \phi_i)$

4. Jei sistema apibrėžiama parametru ξ ir žinoma, kad jo kinetinė energija $K = \frac{\mu\dot{\xi}^2}{2}$ ir potencinė energija $\Pi = \frac{\kappa\xi^2}{2}$, kur $\kappa = \Pi''(0)$, tada $\omega^2 = \frac{\kappa}{\mu}$.

5. Jei fiksuotame taške bangų dažnis yra ν, ir bangos ilgis λ, tada fazinis greitis $v_f = \nu\lambda = \frac{\omega}{k}$.

6. Tiesinėms bangoms (elektromagnetinės bangos, garso ir kūno paviršinės bangos su maža amplitude), bet kokia banga gali būti paprastų sinusoidinių bangų superpozicija. Stovinti banga yra dviejų identiškų bangų, keliaujančių į priešingas puses, suma.

7. Garso greitis dujose:
$c_g = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_{adiab}} = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = v\sqrt{\frac{\gamma}{2}}$

8. Garso greitis kietajame kūne $c_g = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$

9. Doplerio efektas: jei $c_g >> v_\parallel$, tada $\Delta v = v_0 \frac{v_\parallel}{c_g}$.

10. Hiuigenso principas: bangų frontas gali būti konstruojamas pažingsniui, padedant įsivaizduojamą bangų šaltinį kiekviename buvusiojo bangų fronto taške. Bangos keliauja statmenai bangų frontui.

VI Geometrinė optika. Fotometrija

1. Ferma principas: bangos sugaištas laiškas keliaujant iš taško A į tašką B yra ekstremalus.

2. Lūžio dėsnis (Snelio dėsnis):
$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$

3. Jei lūžio rodiklis keičiasi tolygiai, tada daiktą galima dalinti į mažus sluoksnelius su pastoviais n ir naudoti šviesos lūžimo dėsnį. Šviesos spinduliai gali keliauti išilgai pastovaus n sluoksnio, jei patenkinama visiškojo vidaus atspindžio sąlyga $n' = \frac{n}{r}$, kur r — kreivumo spindulys.

4. Jei lūžio rodiklis priklauso tik nuo z koordinatės, tai $n\sin\alpha = const$

5. Plonojo lęšio formulė (atkreipkite dėmesį į ženklus):
$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} = D$

6. Niutono taisyklė (sąryšis tarp atvaizdo ir objekto atstumo iki židinio plokštumos): $xx' = ff'$

7. Paralakso metodas atstumo iki atvaizdo nustatymui: nejudančio išorinio taško atžvilgiu matuoti kampus ir pagal panašiuosius trikampius apskaičiuoti atstumą.

8. Būdai surasti spindulio kelią per optinę sistemą:
a) spindulys, einantis per lęšio centrą, nelūžta;
b) spindulys, lygiagretus optinei ašiai, lūžta ir eina per lęšio židinį;
c) lygiagretūs spinduliai susirenka židinio plokštumoje
d) Plokštumos atvaizdas už lęšio – plokštuma, linijos – linija, taško – taškas. Pratęsta linija ir jos atvaizdas kertasi lęšio plokštumoje.

9. Šviesos srautas $[\Phi] = [lm] = [W]$ apibūdina šviesos intensyvumą, kuris praeina per kažkokį įsivaizduojamą paviršių. Šviesos stipris $[I] = [cd] = \left[\frac{W}{sr}\right]$ yra šviesos srautas, skleidžiamas šviesos šaltinio į erdvinį kampą: $I = \frac{\Phi}{\Omega}$. Apšvieta – tai šviesos srautas ploto vienetui: $E = \frac{\Phi}{S}$, $[E] = \left[\frac{W}{m^2}\right]$.

10. Gauso teorema šviesos srautui: jei įsivaizduojamas paviršius apsupa taškinius šviesos šaltinius, kurie spinduliuoja visomis kryptimis, tai $\Phi = 4\pi\sum I_i$. Apšviestumas tolstant nuo šviesos šaltinio $E = \frac{I\cos\alpha}{R^2}$.

11. Jei taukų dėmė ant popieriaus tokia pat šviesi, kaip ją supantis popierius, tada popierius vienodai apšviestas iš abiejų pusių.

VII Banginė optika

1. Difrakcija (bendras metodas, pagrįstas Hiuigenso principu): jei kliūtys dalina bangų frontą į vieną ar kelias dalis, tai šios bangos fronto dalys gali būti pakeistos įsivaizduojamais šviesos šaltiniais ir tada tiriama jų interferencija.

2. Dviejų plyšių interferencija (plyšio dydis mažesnis už atstumą tarp plyšių), maksimumo sąlyga yra: $\sin\varphi_{\max} = \frac{k\lambda}{d}$, $k \in Z$.

3. Paprastas plyšys su pločiu *d*: minimumo kampai $\sin\varphi_{\min} = \frac{k\lambda}{d}, k \in Z, k \neq 0$. Centrinis maksimumas dvigubai platesnis. Išvedimui plyšį dalyti į dalis ir toliau pagal (1) punktą.

4. Difrakcinė gardelė, kurios konstanta d : pagrindinių maksimumų padėtis ta pati, kaip ir (2). Difrakcija bendrai analizuojama taip pat, kaip ir vieno plyšio

difrakcija. Spektrinė skiriamoji geba (bangos, kurių ilgiai λ ir $\lambda + \Delta\lambda$, dar atskiriamos. N – plyšių skaičius):
$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{kN}$.
5. Idealaus teleskopo (lęšiai) skiriamoji geba: du taškai atskiriami, jei kampas tarp jų $\varphi = 1.22\frac{\lambda}{d}$
Šiuo atveju pirmojo taško difrakcijos maksimumas dengia antrojo difrakcijos minimumą.
6. Brego lygtis: jei atstumas tarp atominių plokštumų yra *d*, tai Rentgeno spinduliai atsispindi, jei slydimo kampas atitinka sąlygą.
$2d\sin\alpha = k\lambda$
7. Atspindys nuo optiškai tankesnės dielektrinės aplinkos – fazė pastumta per π.
8. Fabri-Pero interferometras: du lygiagretūs pusiau pralaidūs veidrodžiai su atspindžio rodikliu r, $1 - r \ll 1$. Perduodamo spektro plotis yra $\lambda(1-r)$. Gali būti išvestas pagal a) sudedant atspindžius, atspindžių atspindžius ir t.t. (geometrinė progresija) arba b) taikant kraštines sąlygas dviem atstojamosioms bangoms, keliaujančioms į priešingas puses .
9. Koherentinės elektromagnetinės bangos: elektriniai laukai yra sudedami; gali būti naudojama vektorių diagrama; kampas tarp vektorių – fazės poslinkis. **!!!** Lūžio rodiklis $n = n(\omega)$, $I \sim nE^2$.
10. Maliu dėsnis: poliarizuotai šviesai $I = I_0\cos^2\varphi$, kur φ yra kampas tarp poliarizacijos plokštumų.
11. Briusterio dėsnis: jei atsispindėję ir lūžę spinduliai statmeni, tada atspindėję spinduliai visiškai poliarizuoti $\tan\varphi_B = n$
12. Niutono biprizmė: jei tiriamas tik difrakcijos atvaizdas, tai lęšius ir prizmes pakeičiame ekvivalenčia dviejų šaltinių sistema ir tiriame tik atvaizdus.

VIII Elektrinės grandinės

1. Omo ir Džaulio dėsniai: $U = IR$, $P = UI$
2. Kirkhofo taisyklės: $\sum_{mazgo} I = 0$; $\sum_{kont.} U = 0$;
3. Sprendimo metodai: a)potencialai; b)kontūro srovės; c)tapačios grandinės: trikampis-žvaigždė, r ir $\mathcal{E}$ sujungtos į eilę; d) superpozicija
4. Specialūs metodai: begalinės grandinės varža, varža tarp gretimų mazgų begaliniame tinkle
5. Kintamoji srovė: tas pats kaip ir nuolatinė:
$Z_R = R$, $Z_C = \frac{1}{i\omega C}$, $Z_L = i\omega L$,
$\varphi = \arg Z$, $U_e = |Z| I_e$
$P = |U||I|\cos(\arg Z) = \sum I_i^2 R_i$
6. Būdingoji trukmė
$\tau_{RC} = RC$, $\tau_{LR} = \frac{L}{R}$, $\omega_{LC} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.
Artėjimas link nuolatinės srovės vyksta eksponentiškai $\propto e^{-\frac{t}{\tau}}$.
7. Energijos tvermės dėsnis elektrinėms grandinėms:
$\Delta W + Q = Uq$
Kur q yra krūvis, pratekėjęs per potencialų kritimą U; krūvius išskiriančios jėgos darbas $A = \varepsilon q$
8. $W_C = \frac{CU^2}{2}$; $W_L = \frac{LI^2}{2}$.
9. $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$; $\Phi = BS$.
10. Netiesinės grandines: sprendinį rasti galima grafiniu metodu - pagal linijos, atitinkančios Omo/Kirkhofo dėsnius, ir netiesinės kreivės sankirtos tašką U-I diagramoje. Keleto sprendinių atveju tikrinti stabilumą - kiti sprendiniai paprastai nestabilūs.
11. Apytikslis sprendimas: jei $\tau_{stebėjimo} \gg \tau_{RC}$ arba τ_{LR}. Pasiekiama kvazistacionari būsena - arba $I_C \approx 0$ (prie C nutrūkęs laidas), arba $\varepsilon_L \approx 0$ (L yra užtrumpinta).
Jei $\tau_{stebėjimo} \ll \tau_{RC}$ arba τ_{LR}, tada, kadangi krūvio arba srovės pasikeitimai nežymūs, $\Delta Q \ll Q$ arba $\Delta I \ll I$, C potencialas ir srovė per L yra praktiškai pastovūs.
12. Jei $L \neq 0$, tai $I(t)$ - tolydi funkcija.
13. Jei superlaidaus kontūro $L = const$, tada kontūro srovė $I = const$ (universaliau: magnetinis srautas per kontūrą $\Phi = const$).
14. Abipusis induktyvumas: magnetinis srautas per kontūrą $\Phi_1 = L_1 I_1 + L_{12} I_2$ (I_2 - srovė antrame kontūre). $L_{12} = L_{21} \equiv M$.

IX Elektromagnetizmas

1. $F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$, $\Pi = k\frac{q_1 q_2}{r}$ - galima taikyti Keplerio dėsnius.
2. Gauso teorema $\oint \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E} d\vec{S} = Q$, $\oint \vec{B} d\vec{S} = 0$, $\oint \vec{g} d\vec{S} = 4\pi M$;
3. Lauko cirkuliacija
$\oint \vec{E} d\vec{l} = 0 (= \dot{\Phi})$, $\oint \frac{\vec{B} d\vec{l}}{\mu_0 \mu} = I$, $\oint \vec{g} d\vec{l} = 0$
4. Magnetinis laukas, sukurtas srovės elemento
$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}$
Pavienio krūvio sukurtas magnetinis laukas:
$\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 q \vec{v} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$
5. $\vec{F} = e(\vec{v} \times \vec{B} + \vec{E})$, $\vec{F} = \vec{I} \times \vec{B} l$
6. Gauso ir lauko cirkuliacijos teoremų išvados:
a) įkrauto laido kuriamas $E \propto \frac{1}{r}$, srovės, tekančios laidu, kuriama $B \propto \frac{1}{r}$;
b) plokštuma tekančios srovės kuriama $B = const$, įkrautos plokštumos kuriamas $E = const$
c) įkrautos sferos ir begalinio cilindro viduje $E = 0$, jei srovė teka cilindriniu paviršiumi išilgai jo ašiai, tai $B = 0$.
d) jei krūvio ir srovės tankiai yra pastovūs, tai $E \propto r (\propto x)$ sferai, cilindrui ir sluoksniui (viduje).
7. Ilgas solenoidas: viduje $B = In\mu\mu_0$, išorėje $B = 0$, kitur $B_{\parallel} \propto \Omega$; $\Phi = NBS$; $L = \frac{\Phi}{I} = Vn^2\mu\mu_0$
8. Magnetinio lauko matavimas voltmetru impulsiniame (?) rėžime
$q = \int \frac{U}{R} dt = \frac{NS\Delta B}{R}$
9. Krūvių sistemos potencinė energija:
$\Pi = \sum_{i>j} \frac{q_i q_j}{r_{ij}} = \frac{1}{2}\int \varphi(\vec{r}) dq, dq = \rho(\vec{r}) dV$.
10. Jėgas tarp tolygiai įkrauto cilindro ar sferos paviršiaus dalių galima rasti skaičiuojant slėgį.
11. Taške, nutolusiame nuo visų krūvių vienodai, $\varphi = \frac{kQ}{r}$ (sferos centre)
12. Norint suskaičiuoti laido kuriamą potencialą ar el. lauką, reikia skaičiuoti krūvius poromis – uždavinys tampa simetriškas.
13. Negalima pamatyti krūvių ir elektrinio lauko laidaus ekrano viduje: atrodo, kad įsielektrinęs laidininkas.
14. Kondensatorių talpos:
plokščiojo $C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$
sferinio $C = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}$; cilindrinio $C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$;
15. Dipolio momentas
$\vec{d}_e = \sum q_i \vec{r}_i = \vec{l} q$, $\vec{d}_\mu = I\vec{S}$
16. Dipolio energija ir sukimo momentas
$W = -\vec{d} \cdot \vec{E}(\vec{B})$; $\vec{M} = \vec{d} \times \vec{E}(\vec{B})$
17. Dipolio kuriamas laukas: $\varphi = \vec{d} \cdot \frac{\vec{e}_r}{r^2}$, $E, B \propto r^{-3}$
18. Jėgos, veikiančios dipolyje: $F = (\vec{E}\vec{d}_e)'$, $F = (\vec{B}\vec{d}_\mu)'$ dviejų dipolių sąveika $F \propto r^{-4}$.
19. Brėžiniai: įžeminta (superlaidi magnetams) plokštuma veikia kaip veidrodis, įžemintos ar neįžemintos sferos laukas gali būti surastas naudojantis įsivaizduojamu krūviu ar lauku vienos ar dviejų sferų viduje.
20. Sferos (cilindro) poliarizacija vienalyčiame (elektriniame) lauke: dviejų tolygiai įkrautų sferų (cilindrų) superpozicija, $d \propto E$.
21. Eddy's srovių momentas $\Delta p \propto \frac{B^2}{a}$, kur a - tipinis sistemos dydis (ilgis)
22. Superlaidininke ir greito srovės kitimo atveju laidininke $B = 0$ (viduje), todėl $I = 0$ - srovė teka paviršiniuose sluoksniuose.
23. Krūvis tolygiame magnetiniame lauke:
Impulsas yra pastovus
$p_x' = mv_x + Bye$, $p_y' = mv_y - Bxe$.
Vidutinis greitis judant išilgai cikloidės $v = \frac{E}{B} = \frac{F}{eB}$
24. MHD generatorius (a – ilgis išilgai $\vec{E}$ krypties)
$\varepsilon = vBa$, $r = \rho\frac{a}{bc}$.

25. Histerezė: S formos kreivė B-H arba U-I (ritė su šerdimi) koordinatėse – šilumos nuostoliai per vieną periodą proporcingi kreivės grafike plotui.

26. Laukai medžiagose: $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$, kur $\vec{P}$ yra dielektrinės poliarizacijos vektorius (dipolio momento tankis); $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu\mu_0} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}$, kur $\vec{J}$ yra įmagnetėjimas (magnetinio momento tankis).

27. Dviejų medžiagų sandūroje $E_\tau,\ D_n (= \varepsilon\varepsilon_0 E_n)$, $H_t (= B_t / \mu)$, B_n yra pastovūs.

28. Energijos tankis $w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu\mu_0}$

X Termodinamika

1. $pV = \nu RT$

2. Dujų vidinė energija $U = \frac{i}{2}\nu RT$

3. Vieno molio dujų tūris normaliosiomis sąlygomis $V_N = 22{,}4l$.

4. $pV^\gamma = const$ (ir $TV^{\gamma-1} = const$)

5. $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{i+2}{i}$

6. Boltzmano pasiskirstymas $\rho = \rho_0 \cdot e^{-\frac{\mu g h}{RT}}$

7. Maksvelo pasiskirstymas $\eta \propto e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}}$ ($\eta = \omega(v) = \frac{dN}{N} = 4\pi v^2\left(\frac{m_0}{4\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} dv$)

8. Jei $\Delta p \ll p$, tai $\Delta p = \rho g \Delta h$.

9. $p = \frac{1}{3}\rho\overline{v^2}$, $\overline{v^2} = \frac{3RT}{M}$ - vidutinis kvadratinis.

Tikimiausias greitis $v_t = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}$.

10. Karno ciklas – 2 adiabatės, 2 izotermės.

$\eta = \frac{T_{šild} - T_{auš}}{T_{šild}}$

11. Atvirkštinis ciklas $\eta = \frac{T_{šild}}{T_{šild} - T_{auš}}$

12. Entropija $dS = \frac{\partial Q}{T}$

13. Pirmasis termodinamikos dėsnis $\partial Q = dU + \partial A$

14. Antrasis termodinamikos dėsnis $\Delta S \geq 0$ (ir $\eta_{realaus} < \eta_{karno}$

15. Dujų darbas $A = \int p dV$, adiabatiniam vyksme $A = \frac{i}{2}\Delta(pV)$

16. Daltono dėsnis $p = \sum p_i$

17. Virimas: sočiųjų garų slėgis p_0

18. Šilumos srautas $P = \frac{kS\Delta T}{l}$, analogija su nuolatine elektros srove ($P \to I, \Delta T \to U$).

19. Šiluminė talpa $Q = \int c(T) dT$

20. Paviršiaus įtempimas $U = S\sigma$, $F = l\sigma$, $p = \frac{2\sigma}{R}$.

XI Kvantinė mechanika

1. $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ (modulis $p = \frac{h}{\lambda}$), $E = h\nu = \hbar\omega$

2. Interferencija kaip ir banginėje optikoje.

3. Neapibrėžtumas $\Delta p \Delta x \approx \hbar$, $\Delta E \Delta t \approx \hbar$

4. Spektras $h\nu = E_n - E_m$; linijos plotis ir gyvavimo trukmė $\Gamma\tau \approx h$

5. Osciliatoriaus (pvz. molekulės) virpesių dažnis $\nu_0 : E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)h\nu_0$. Jei yra daug natūraliųjų dažnių, tai $E = \sum_i h n_i \nu_i$

6. Tuneliavimas: l barjeras Γ yra lengvai apeinamas, jei $\Gamma\tau \approx h$, kur $\tau = \frac{l}{\sqrt{\frac{\Gamma}{m}}}$

7. Boro modelis $E_n \propto \frac{1}{n^2}$. Apskritiminėje orbitoje yra sveikas bangų ilgių skaičius $\lambda = \frac{h}{mv}$.

8. Komptono efektas: fotonas yra išsklaidomas elektrono, $\Delta\lambda = \lambda_C(1 - \cos\theta)$

9. Fotoefektas $A + \frac{mv^2}{2} = h\nu$. I-U grafikas: srovė prasideda iškart, jei $U < 0$, prie didelių U įsisotina.

10. Stefano-Bolzmano lygtis: $P = \sigma T^4 S\varepsilon$

XII Keplerio dėsniai

1. $F = \gamma\frac{m_1 m_2}{r^2}$, $\Pi = -\gamma\frac{m_1 m_2}{r}$.

2. Gravitacija tarp dviejų taškinių kūnų: abiejų trajektorija elipsė, kurios centras – sistemos masių centras.

3. Judant centrinių jėgų lauke, spindulio vektorius brėžia vienodus plotus per vienodą laiką.

4. $\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3$, kur a - didysis orbitos elipsės pusašis.

5. Elipsine orbita judančio kūno energija $E = -\gamma\frac{Mm}{2a}$

6. Mažo elipsiškumo atveju orbita gali būti laikoma apskritimine, bet židiniai yra ne viename taške.

7. Elipsės savybės: $l_1 + l_2 = 2a$, $\alpha_1 = \alpha_2$, $S = \pi ab$.

8. Bendrą židinį turinčių elipsės ir apskritimo sąlyčio taškas gali būti tik didesniosios ašies gale.

9. Galilėjaus invariantas $\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{L} \times \vec{v}}{\gamma Mm} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \vec{e}_r$

10. Kritimas tiese, gali būti laikomas judėjimu labai suplota elipse. Galima pritaikyti Keplerio dėsnius elektromagnetizmo uždaviniuose, tik reikia pakeisti konstantas.

XIII Reliatyvumo teorija

1. Lorenco transformacijos (4 dimensijų erdvėlaikis)

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad x' = \beta(x - vt), \quad y' = y, \quad t' = \beta\left(t - \frac{vx}{c^2}\right) \qquad v_x' = \beta(p_x - mv);$$

$$m' = \beta\left(m - \frac{p_{xv}}{c^2}\right)$$

2. 4 dimensijų vektoriaus ilgis: s tarp bet kokių dviejų įvykių, bet kokioje sistemoje pastovus.

$s^2 = c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2$

$m_0^2 c^2 = m^2 c^2 - p_x^2 - p_y^2 - p_z^2$

3. Greičių sudėtis $\omega = \frac{u + v}{1 + \frac{uv}{c^2}}$

4. Doplerio efektas $v' = v_0\sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}$

5. Minkovskio erdvėlaikis $\tanh\varphi = \frac{v}{c}$, $\sinh$, $\cosh$, $\tanh$ vietoje $\sin$, $\cos$, $\tan$. Savybė: $\cosh^2\varphi - \sinh^2\varphi = 1$

6. Reliatyvistinis sutrumpėjimas $l' = \frac{l_0}{\beta}$

7. Laiko pailgėjimas $t' = t_0\beta$

8. Vienalaikiškumas reliatyvus

9. $\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$, kur $m = m_0\beta$

10. Ultrareliatyvistinis skaičiavimas: $v \approx c$, tai $p \approx mc, \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx \sqrt{2\left(1 - \frac{v}{c}\right)}$

11. $.v = \frac{pc^2}{E}.E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}},,p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$

12. Nagrinėjant reliatyvistinius įvykius naudinga nusibrėžti erdvės-laiko diagramą.