I Lietuvos jaunųjų fizikų čempionatas

1. **Keliautojai per Lietuvą važiavo visą laiką viena kryptimi taip, kad tikslaus spidometro parodymai kas sekundę padidėdavo 0,36 km/h. Po 200s spidometras rodė 72km/h. Tuo momentu greičio dedamoji rytų kryptimi buvo lygi 62,354 km/h. Kokia kryptimi jie važiavo ir kiek per tą laiką pasikeitė jų atstumas nuo ašigalio?**

Sprendimas

Pabandykime sąlygoje aprašytą procesą įsivaizduoti tiksliau ir aiškiau. Akivaizdu, kad keliautojai judėjo pagreičiu:

$$a = 0{,}36\frac{km}{h \cdot s} = 0{,}1 m/s^2.$$

Galutinis greitis

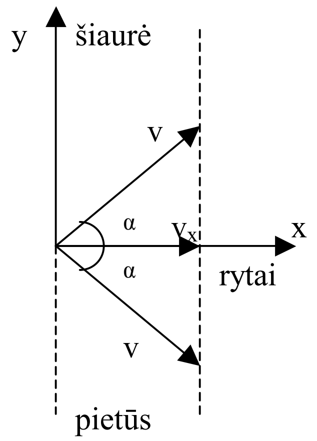
$$v = 72 km/h = 20 m/s.$$

Pradinio greičio v_0 dar nežinome. Paskaičiavus:

$$v_0 = v - at = 0.$$

Čia t=200s.

Vienas iš šio uždavinio „kabliukų“ – galimybė keliauti ne viena, o dviem kryptimis (arba šiaurės rytų, arba pietryčių). Aišku, išradingesnis sprendėjas gali įsivaizduoti ir kelionę, pavyzdžiui, kylančiu oro balionu. Tuomet tinkamų keliauti krypčių padaugėja iki begalybės. Toks sprendimas neprieštarauja sąlygai, bet vienas iš atsakymų (atstumo iki ašigalio pokytis) tampa neapibrėžtu. Tad toliau apsiribosime labiau įprastu keliavimo būdu – keliavimu Žemės paviršiumi.



1 pav.

Jei keliavimo kryptis sudaro kampą α su rytų kryptimi (1 pav.), tai:

$$\alpha = \arccos\frac{v_x}{v} \approx 30^0.$$

Kelias iki Šiaurės arba Pietų ašigalio sumažėja (arba padidėja) dydžiu:

$$y = v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2,$$

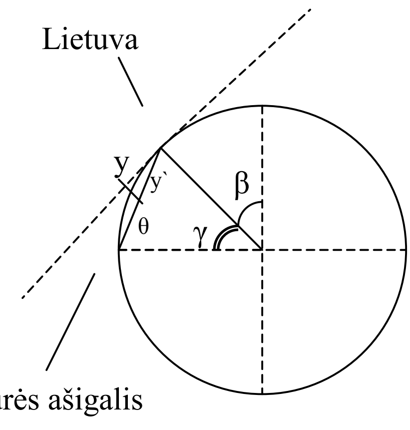
kur a_y, v_{0y} – pagreičio ir pradinio greičio dėmenys y ašies kryptimi.

$$v_{0y} = 0, \quad a_y = a\sin\alpha,$$

todėl

$$y = \frac{1}{2}at^2 \sin\alpha.$$

Žemės apvali ir todėl atstumas iki ašigalio nėra lygus keliui iki ašigalio. Atstumas iki ašigalio pasikeitė mažesniu dydžiu y\` (2 pav.). Lietuva yra maždaug $\beta=55^0$ geografinėje platumoje. Pažiūrėję į paveikslėlį matome, kad Šiaurės ašigaliui:



2 pav.

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \beta,$$

$$\theta = \frac{\pi - \gamma}{2},$$

$$\omega \approx \frac{\pi}{2} - \theta,$$

$$y' \approx y\cos\omega,$$

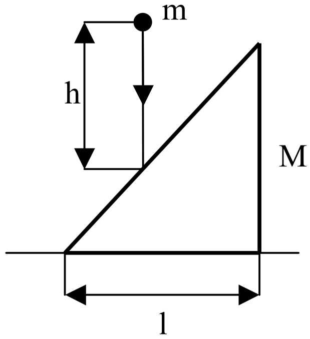
t.y.,

$$y' \approx y\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2}\right).$$

Akivaizdu, kad atstumas iki Pietų ašigalio pakito dydžiu

$$y'' \approx y\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{-\beta}{2}\right) = y\cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\beta}{2}\right).$$

2. Iš aukščio h laisvai krinta rutuliukas, kurio masė m. Jis pataiko į lygiašonės stačiakampės prizmės slidžią sienelę (žr. pav.). Prizmė guli ant slidžios plokštumos, o po smūgio nušliaužia ant šiurkščios plokštumos. Kokį atstumą S prizmė nušliauš šiurkščia plokštuma, jeigu smūgis buvo absoliučiai tamprus? Prizmės masė M, o jos šono ilgis l daug mažesnis už ieškomą atstumą S. Trinties koeficientas μ.

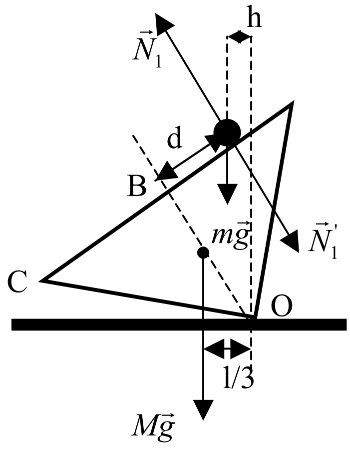


<u>Sprendimas</u>

Įdomu atkreipti dėmesį į tai, kad prizmė po smūgio gali atsilošti į priekį ir net apvirsti. Toks pat pavojus tyko ir užčiuožus ant šiurkštaus paviršiaus.

Pirmuoju atveju taip atsitiks, jei jėgos momentas taško O atžvilgiu (1 pav.) tiks nelygybė:

$$mgh + \frac{1}{3}Mgl < N_1^{'}d. \qquad \text{(A)}$$



1 pav.

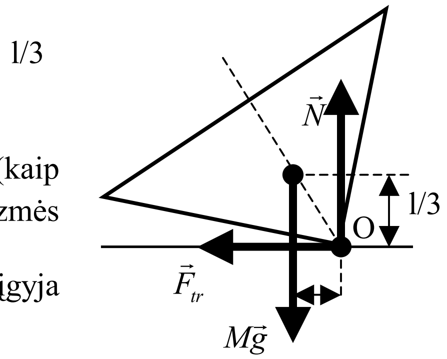
Čia N_1` - prizmės reakcijos jėga, veikianti rutuliuką. Ji statmena slidžiai prizmės sienelei. $N_1$` - jėga, su kuria rutuliukas slegia prizmę ($\vec{N}_1^{'} = -\vec{N}_1$). Smūgio metu N_1` gali būti gana didelė, todėl (A) sąlyga visai reali.

Užčiuožusi ant šiurkštaus paviršiaus, prizmė praras pusiausvyrą, jei (2 pav.):

$$\frac{1}{3}Mgl < \frac{1}{3}F_{tr}l. \qquad \text{(B)}$$

F_{tr}=μMg, todėl (B) virsta sąryšiu

$$\mu > 1. \qquad \text{(C)}$$



2 pav.

Toliau nekomplikuodami padėties, laikykime, kad $\mu < 1$ (kaip dažniausiai ir būna), o smūgis vyksta, pavyzdžiui, prizmės sienelės dalyje BC (ten $d < 0$).

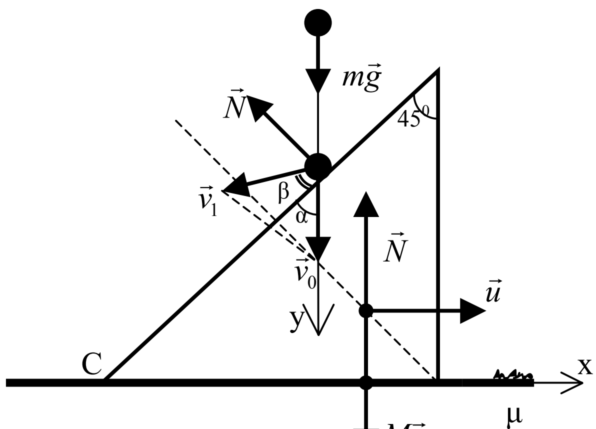
Taigi, rutuliukas greičiu v_0 atsitrenkia į prizmę, prizmė įgyja horizontalų greitį u (3 pav.). Greičiui v_0:

$$mgh = \frac{mv_0^2}{2}. \qquad (1)$$

Smūgis absoliučiai tamprus, todėl jo metu nesikeičia bendra rutuliuko ir prizmės energija (kinetinė energija, perduota Žemei, labai maža). Be to, smūgio metu horizontalios x ašies kryptimi sistemos rutuliukas – prizmė neveikia jokia išorinė jėga, ir todėl šia kryptimi jų impulsas nesikeičia. Užrašykime energijos ir impulso tvermės dėsnius:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mu^2}{2}, \qquad (2)$$

$$0 = mv_1\sin(\alpha + \beta) + Mu. \qquad (3)$$



3 pav.

(v_1 – rutuliuko greitis po smūgio, α=45^0).

Kadangi N_1>>mg, tai į mg įtaką smūgio metu galime neatsižvelgti. Tokiu atveju rutuliuko judesio kiekis sienelės CD kryptimi (statmenai N_1 krypčiai) nepasikeičia:

$$mv_0 \cos\alpha = mv_1 \cos\beta. \qquad (4)$$

Iš (1) – (4):

$$u = -\frac{m}{M + \frac{m}{2}}\sqrt{2gh}. \qquad (5)$$

Ieškomąjį atstumą S rasime iš lygybės:

$$\frac{Mu^2}{2} \approx \mu MgS. \qquad (6)$$

Iš (5) ir (6):

$$S \approx \frac{h}{\mu}\left(\frac{m}{M + \frac{m}{2}}\right)^2.$$

(6) lygybėje atsiradęs ženklas „≈“ primena, kad iš pradžių trinties jėga nėra pastovi. Ji kinta nuo nulio, kai prizmė tik pradeda lipti ant šiurkštaus paviršiaus, iki µMgS, kai prizmė visu svoriu gula ant tokio paviršiaus. Į šią paklaidą galime neatsižvelgti tik todėl, kad S>>l.

3. **Raskite sveriamo kūno masės pataisą dėl oro įtakos, jeigu yra žinoma sveriamojo kūno ir oro tankių santykis k, bei svarelių ir oro tankių santykis k_s.**

Sprendimas

Tik vakuume nėra Archimedo jėgos. Sveriant kūną ore (vandeny ir t.t.) Archimedo jėga veikia ir sveriamą kūną, ir svarelius, t.y.,

$$m_s g - \rho_0 V_s g = mg - \rho_0 Vg, \qquad (1)$$

kur m, ρ, V ir m_s, ρ_s, V_s – sveriamo kūno ir svarelių masė, tankis ir tūris, ρ_0 – oro tankis. Prisiminę, kad

$$\frac{\rho}{\rho_0} = k \quad ir \quad \frac{\rho_s}{\rho_0} = k_s, \qquad (2)$$

iš (1) – (2) gauname:

$$m = m_s \frac{k(k_s - 1)}{k_s(k-1)}.$$

Taigi, tikroji sveriamo kūno masė lygi ne svarelių masei m_s, o m. Masės paklaida:

$$\Delta m = m - m_s,$$

$$\Delta m = m_s \frac{k - k_s}{k_s(k-1)}.$$

$k = \dfrac{\rho}{\rho_0} > 1,$ nes sveriamas kūnas sunkesnis už orą (priešingu atveju kūnas ore kiltų aukštyn). Iš (3):

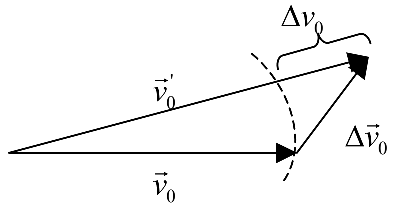
1) Δm>0, kai k_s>k (svarelių tankis didesnis, nei sveriamojo kūno), ir
2) Δm<0, kai k_s<k (svarelių tankis mažesnis, nei sveriamojo kūno).

4. **Cilindro formos indas laisvai juda kosminėje erdvėje. Jo dugne išilgai ašies padaryta skylutė. Indo masė m, tūris V. Indas pripildytas helio, kurio pradinis slėgis p. Kiek pasikeis indo greitis išėjus visoms dujoms, jeigu jo viduje palaikoma pastovi temperatūra T?**

Sprendimas

Pabandykime įsivaizduoti vykstantį procesą, atkreipdami dėmesį į tokius dalykus.
Indo viduje temperatūra pastovi, todėl pastovus ir helio molekulės vidutinis greitis, vadinasi, helio molekulės iš indo išlekia visą laiką vienodu (indo atžvilgiu) greičiu.

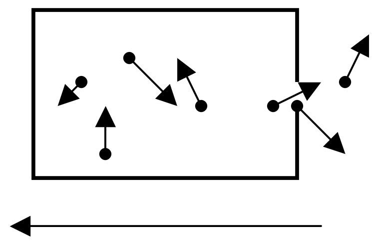
Sistemos indas – dujos judesio kiekis nekinta. Jei $m >> m_{He}$ (m_{He} – helio masė), tai galime laikyti, kad išlekiant helio molekulėms visa atatranka tenka tik indui, neatsižvelgiant į atatrankos dalį, tenkančią indo viduje tebesančioms dujoms. Ši sąlyga gali būti lengvai patenkinta, nes, pvz., kambario temperatūros ir atmosferos slėgio helio dujų 1 litro masė lygi ≈0,1g. Aišku, bendru atveju sąlyga $m >> m_{He}$ negalioja, ir tuomet sprendime tenka naudoti aukštąją matematiką. Apsiribokime variantu $m >> m_{He}$.



1 pav.

Indas su dujomis turi pradinį greitį nelygų nuliui, tačiau sąlygoje nenurodyta jo kryptis. Taigi, bendru atveju $\Delta\vec{v}_0$ nėra lygiagretus $\vec{v}_0$, ir tuo pačiu $|\Delta\vec{v}_0| \neq \Delta v_0$ (1 pav.). Čia indo greičio pokyčiai $\Delta\vec{v}_0 = \vec{v}_0^{'} - \vec{v}_0$, $\Delta v = v_0^{'} - v_0$.

Paskutinis dalykas, į kurį atkreipsim dėmesį – dujos iš indo išlekia ne viena, o įvairiomis kryptimis (2 pav.), bet simetriškai x ašies atžvilgiu.



2 pav.

Pereikim prie skaičiavimų. Impulso tvermės dėsnis sistemoje, judančioje pradiniu indo greičiu $\vec{v}_0$:

$$m_{He}\vec{v}_{ax} + m\Delta\vec{v}_0 = 0,$$

arba

$$-m_{He}|\vec{v}_{ax}| + m|\Delta\vec{v}_0| = 0. \qquad (1)$$

$|\vec{v}_{ax}|$ - vidutinis helio molekulės greitis x kryptimi. Dujų masė (iš dujų būvio lygties):

$$m_{He} = \frac{\mu p V}{RT}, \qquad (2)$$

μ – helio molekulinė masė.

Belieka rasti greitį $|\vec{v}_{ax}|$. Kadangi molekulės greičiui v:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2,$$

kur v_x, v_y, v_z – nepriklausomi nuo vienas kito greičio v dėmenys, tai ir vidutiniam kvadratiniam greičiui:

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}.$$

Taip pat akivaizdu, kad vidutiniai molekulių greičiai visomis kryptimis lygiaverčiai:

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2},$$

todėl

$$\overline{v^2} = 3\overline{v_x^2}. \qquad (3)$$

Kadangi vidutinis kvadratinis greitis

$$\left\{\overline{v^2}\right\}^{1/2} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}, \qquad (4)$$

o

$$|\vec{v}_{ax}| \approx \left\{\overline{v_x^2}\right\}^{1/2}, \qquad (5)$$

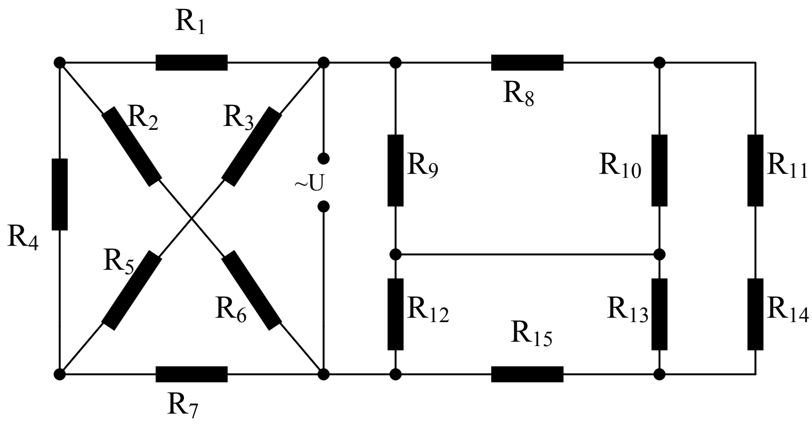
Tai iš (3) – (5):

$$|\vec{v}_{ax}| = \sqrt{\frac{RT}{\mu}}. \qquad (6)$$

Iš (1), (2) ir (6):

$$|\Delta\vec{v}_0| = \frac{pV}{m}\sqrt{\frac{\mu}{RT}}.$$

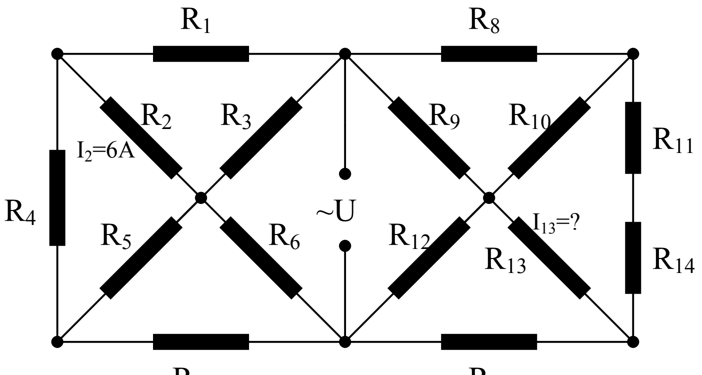
5. $R_1 = 10\Omega,\ R_2 = 50\Omega,$
$R_3 = 20\Omega,\ R_4 = 70\Omega,$
$R_5 = 60\Omega,\ R_6 = 30\Omega,$
$R_7 = 40\Omega,\ R_8 = 80\Omega,$
$R_9 = 60\Omega,\ R_{10} = 120\Omega,$
$R_{11} = 50\Omega,\ R_{12} = 40\Omega,$
$R_{13} = 100\Omega,\ R_{14} = 90\Omega,$
$R_{15} = 20\Omega.$



Rezistoriumi R_2 teka 6A srovė. Kokia srovė teka rezistoriumi R_{13} (žr. pav.)?

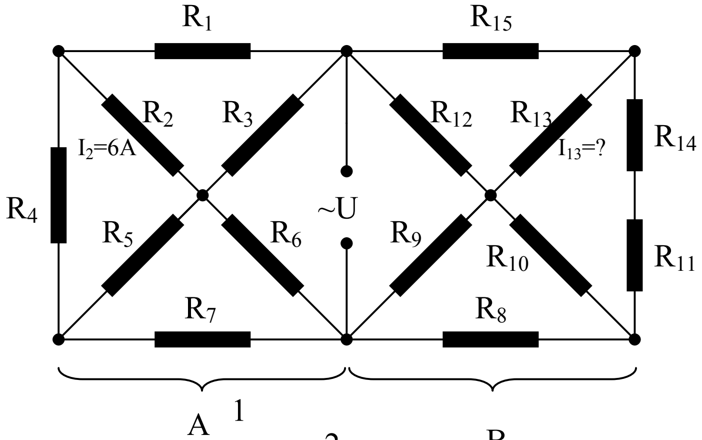
Sprendimas

Atsakymą galime rasti Omo bei Kirchhofo dėsnių pagalba ieškodami elektros srovių, tekančių pro kiekvieną rezistorių. Tačiau smarkiai išloš tie, kurie pastebės, kad šį kartą (kaip ir paprastai olimpiadose) sudėtinga elektrinė grandinė simetriška. Perbraižykime schemą, kad tai matytųsi aiškiau (1 ir 2 pav.).



1 pav.

Matome, kad visa schema susideda iš beveik simetriškų dalių A ir B, kurios skiriasi tik tuo, kad dalyje B visos varžos dvigubai didesnės už joms atitinkančias varžas dalyje A. Iš simetrijos ir Omo dėsnio seka, kad visos elektros srovės dalyje B bus 2 kartus silpnesnės už atitinkamas sroves dalyje A. Varžą R_{13} kaip tik atitinka varža R_2, todėl



2 pav.

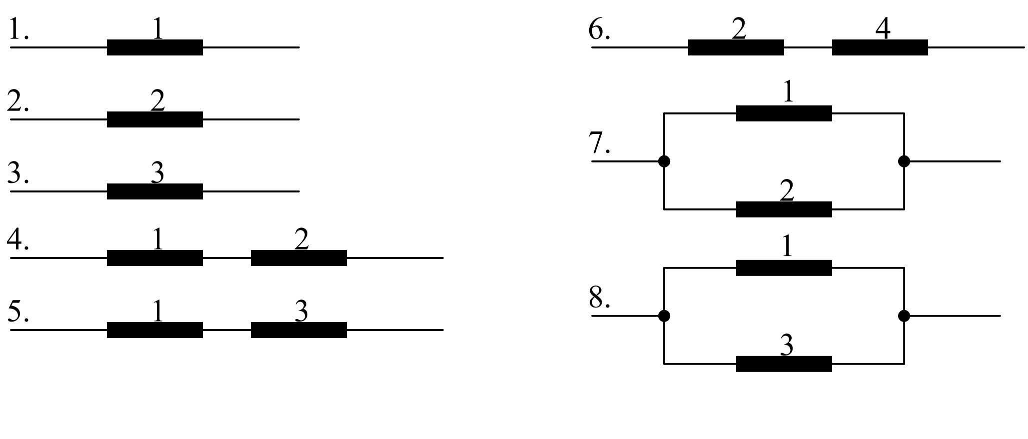
$$I_{13} = \frac{1}{2} I_2,$$

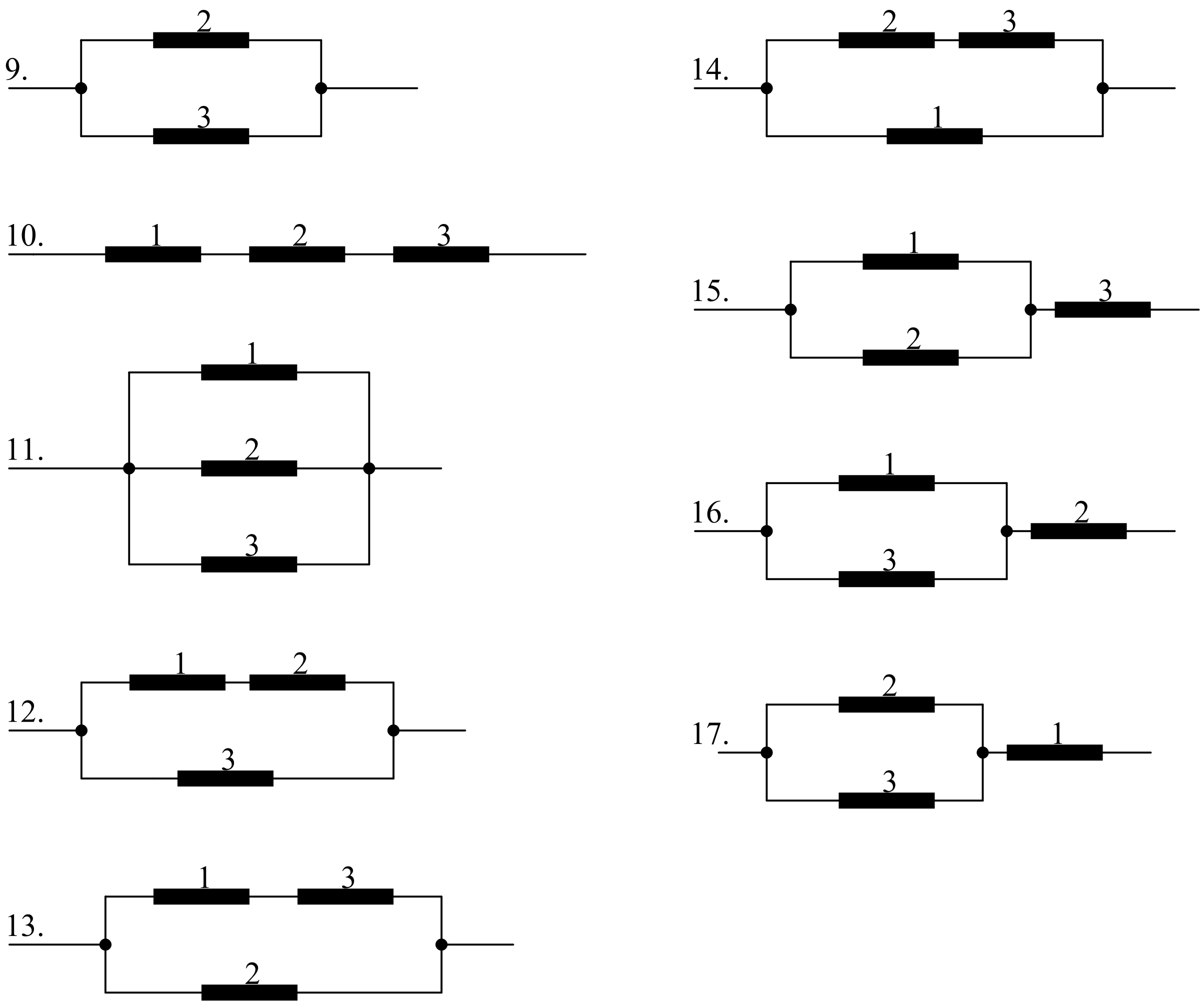
$$I_{13} = 3A.$$

6. Kiek ir kokių skirtingų varžų galima gauti, turint tris rezistorius, kurių varžos R_1=3Ω, R_2=5Ω, R_3=7Ω?

Sprendimas

Rezistorius R_1, R_2 ir R_3 pažymėkime skaičiais 1, 2, 3. Gautos skirtingos varžos pavaizduotos schematiškai:



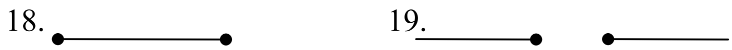


Varžų reikšmės atitinkamai:

$$1)\,3\Omega,\ \ 2)\,5\Omega,\ \ 3)\,7\Omega,\ \ 4)\,8\Omega,\ \ 5)\,10\Omega,\ \ 6)\,12\Omega,\ \ 7)\,\frac{15}{8}\Omega,\ \ 8)\,\frac{21}{10}\Omega,\ \ 9)\,\frac{35}{12}\Omega,\ \ 10)\,15\Omega,$$

$$11)\,\frac{105}{71}\Omega,\ \ 12)\,\frac{56}{15}\Omega,\ \ 13)\,\frac{10}{3}\Omega,\ \ 14)\,\frac{12}{5}\Omega,\ \ 15)\,\frac{71}{8}\Omega,\ \ 16)\,\frac{71}{10}\Omega,\ \ 17)\,\frac{71}{12}\Omega.$$

Lakesnės vaizduotės (ir drąsesnis) moksleivis galėtų pasiūlyti dar bent du variantus:



18 – oje schemoje varža lygi nuliui, o 19 – oje schemoje varžą galima laikyti begaline (čia rezistoriaus vaidmenyje – oro tarpas).

7. Du vienodi tamprūs rutuliukai kabo ant nesvarių siūlų. Siūlai lygiagretūs, o rutuliukų masės centrai yra viename lygyje. Iš pradžių rutuliukai liečiasi. Pirmojo siūlo ilgis l_1=1m, o antrojo – l_2=0,25m. Atlenkus antrą rutuliuką mažu kampu, jis paleidžiamas. Kiek kartų rutuliukai susidurs per t=4s nuo antrojo rutuliuko paleidimo momento?

<u>Sprendimas</u>

Pirmojo rutuliuko svyravimo periodas $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} = 2s,$

antrojo $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} = 1s.$

Tarkime, kad smūgiai centriniai. Rutuliukų masės lygios, todėl po kiekvieno tampraus smūgio centrinio smūgio rutuliukai apsikeičia impulsais ir energijomis. Mūsų atveju, po kiekvieno smūgio prieš tai judėjęs kamuoliukas sustoja, o stovėjęs pradeda judėti prieš tai judėjusio greičiu. Tuomet visi smūgiai vyksta pusiausvyros padėtyje. Laikotarpį nuo antrojo rutuliuko paleidimo iki pirmojo smūgio pažymėkime t_1, iki antrojo smūgio – t_2, ir t.t.:

$$t_1 = \frac{T_2}{4} = 0{,}25s,$$

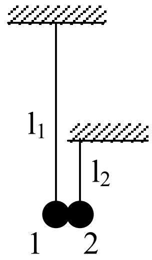
$$t_2 = t_1 + \frac{T_1}{2} = 1{,}25s,$$

$$t_3 = t_2 + \frac{T_2}{2} = 1{,}75s,$$

$$t_4 = t_3 + \frac{T_1}{2} = 2{,}75s,$$

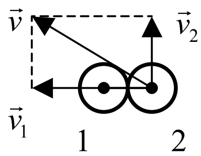
$$t_5 = t_4 + \frac{T_2}{2} = 3{,}25s,$$

$$t_6 = t_5 + \frac{T_1}{2} = 4{,}25s.$$



1 pav.

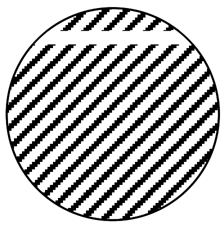
Iš šių lygybių matome, kad per 4s rutuliukai susidurs 5 kartus.
O dabar atkreipkime dėmesį, kad iš sąlygos neaišku, ar smūgiai centriniai, ar ne. Jei antrąjį rutuliuką 1 pav. atlenktume statmenai paveikslėlio plokštumai, rutuliukai nesusidurtų nei karto.
Atlenkus kitokiais kampais (ne statmenai paveikslėliui ir ne jo plokštumoje), rutuliukai susidurs, bet smūgiai bus necentriniai. 2 pav. matome rutuliukų vaizdą iš viršaus (arba apačios) prieš pat jų pirmąjį smūgį. Antrojo rutuliuko greitį $\vec{v}$ (įgytą iki smūgio) galime suskaidyti į du statmenus dėmenis $\vec{v}_1, \vec{v}_2$. Akivaizdu, kad turime tarsi du nepriklausomus antrojo rutuliuko judesius. Vienas – statmenai 1 pav., kitas – šio paveikslėlio plokštumoje. Kas gi vyks po pirmojo smūgio? Antrasis rutuliukas įgys greitį $\vec{v}_2$, pirmasis – greitį $\vec{v}_1$. Pirmasis rutuliukas grįš į pusiausvyros vietą po $T_1/2$=1s, kaip tik tuo metu, kai antrasis rutuliukas irgi (tik jau antrą kartą) grįžtą į pusiausvyros vietą. Dabar po smūgio pirmasis rutuliukas sustoja, o antrasis įgyja greitį $(-\vec{v}_1 + \vec{v}_2)$. Po $T_2/2$ antrasis rutuliukas vėl grįžta į pusiausvyros padėtį, ir įvyksta trečias smūgis, ir t.t. Akivaizdu, kad smūgiai vyksta tokiais pačiais laiko momentais, kaip ir centrinių smūgių atveju. Skiriasi tik greičių pasiskirstymai po smūgių.



2 pav.

Taigi, per 4s rutuliukai susidurs arba 5 kartus, arba nei karto.

8. Vienalyčiame rutulyje padaryta kiaurymė, kurios skersmuo žymiai mažesnis už rutulio matmenis (žr. pav.). Įrodyti, kad kiaurymėje esantis nedidelis rutuliukas, veikiamas gravitacijos jėgų, svyruoja harmonikai, ir rasti tų svyravimų periodą. Rutulio spindulys R, masė M. Į trintį neatsižvelgti.

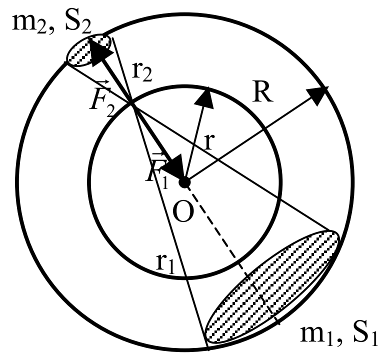


<u>Sprendimas</u>

Išsiaiškinkime, kam lygi gravitacinė jėga rutulio viduje. Suskirstykime rutulį į plonus sferinius sluoksnius. Patalpinus kokį nors kūną rutulio viduje, išoriniai rutulio sluoksniai to kūno neveiks. Įrodysime tai dviem būdais

<u>1būdas.</u> Pasiremkime gravitacinių ir elektrinių jėgų panašumu. Tolygiai įelektrintos sferos sukurtas elektrinis laukas sferos viduje lygus nuliui. Nuliui lygi ir elektrinė jėga, su kuria sfera veikia jos viduje esančius krūvius. Tą patį galime pasakyti ir apie gravitacines sferos jėgas, nes Niutono visuotinės traukos dėsnio išraiška analogiška Kulono dėsnio išraiškai (skiriasi tik koeficientai, kuriuos galime suvienodinti keisdami matavimo vienetus):

$$F \sim \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad F \sim \frac{q_1 q_2}{r^2}.$$



1 pav.

<u>2būdas.</u> Duotame M masės rutulyje taške A atstumu r nuo centro O patalpinkime m masės rutuliuką (1 pav.). Rutulio dalį nuo taško A iki paviršiaus supjaustykime plonais sferiniais sluoksniais. Paimkime vieno tokio sluoksnio dvi mažas dalis, kurių masės m_1 ir m_2, o plotai S_1 ir S_2. Rasime jėgas F_1 ir F_2, kuriomis masės m_1 ir m_2 veikia masę m:

$$\left.\begin{aligned} &F_1 = \gamma \frac{m_1 m}{r_1^2}, \; F_2 = \gamma \frac{m_2 m}{r_2^2}, \\ &m_1 = \sigma S_1, \; m_2 = \sigma S_2. \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Čia σ – paviršiaus masės tankis, matuojamas kg/m^2.
Žinome, kad apskritimo ilgio formulė $l=2\pi r$, o lanko ilgis atitinkamai $l_1=\alpha r$, kur α – centrinis kampas, matuojamas radianais. Analogiškai, rutulio paviršiaus plotas $S=4\pi r^2$, o paviršiaus dalies plotas $S_1=\Omega r^2$, kur Ω – centrinis erdvinis kampas, matuojamas steradianais. Taigi,

$$S_1 = \Omega r_1^2, \; S_2 = \Omega r_2^2.$$

Todėl iš (1):

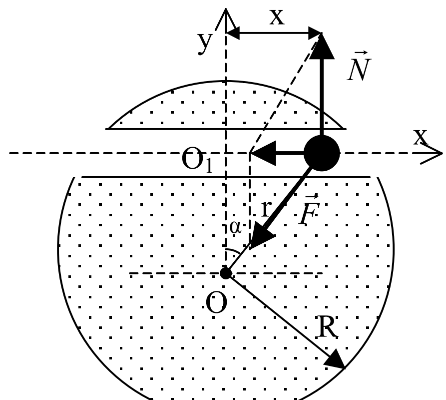
$$F_1 = F_2 = \gamma \sigma \Omega m$$

arba

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0.$$

Visą rutulio paviršių galima suskirstyti į tokias poras S_1 ir S_2, todėl ir vieno, ir visų išorėje nuo taško A esančių sferinių sluoksnių atstojamoji gravitacinė rutuliuką veikianti jėga $\vec{F} = 0$.
Taigi, įrodėme, kad rutuliuką m veikia tik masė M_1, esanti spindulio r rutulyje, t.y.,

$$F = \gamma \frac{m M_1}{r^2} = \frac{\gamma m}{r^2} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \rho = \frac{4}{3} \pi \rho \gamma m r.$$



2 pav.

Rutulio tankis $\rho = \frac{3M}{4\pi R^3}$, todėl $F = \gamma \frac{mMr}{R^3}$ arba

$$F = kr, \text{ kur } k = \frac{\gamma m M}{R^3}. \qquad (2)$$

Kiaurymėje taške A esantį rutuliuką veiks (2 pav.) gravitacinė jėga $\vec{F}$ ir kanalo sienelių reakcijos jėga $\vec{N}$, kuri statmena sienelių paviršiui (nes trinties nėra):

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{N}.$$

Suprojektavus į x ašį:

$$ma = -F \sin\alpha = -kr \sin\alpha = -kx, \qquad (3)$$

kur x – rutuliuko koordinatė. Iš (3) matyti, kad rutuliuką veikianti atstojamoji jėga yra tokia pati, kaip ir tamprumo jėga. Todėl rutuliukas ir svyruos tarsi veikiamas tamprumo jėgos, t.y., harmonikai. Svyravimų periodas:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Įrašę k reikšmę iš (2), gauname:

$$T = 2\pi R \sqrt{\frac{R}{\gamma M}}. \qquad (4)$$

T nepriklauso nuo kiaurymės vietos, svyruojančio kūno masės, formos ir svyravimų amplitudės (jei ji mažesnė už pusę kanalo ilgio).
Iš (4):

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{\gamma M}} = \sqrt{\frac{3\pi}{\gamma\rho}}.$$

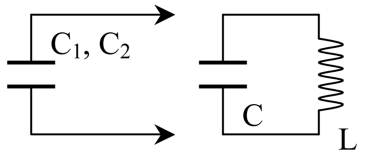
T kinta tik kintant rutulio tankiui ρ.

9. Lygiagrečiai prijungus prie virpamojo kontūro kondensatorių, kurio talpa C_1=60µF, sistemos elektrinių virpesių kampinis dažnis ω_1=500s^{-1}. Lygiagrečiai prijungus prie to paties kontūro kitą kondensatorių, kurio talpa C_2=160µF, sistemos elektrinių virpesių kampinis dažnis ω_2=333s^{-1}. Raskite kontūro laisvųjų elektrinių virpesių periodą.

Sprendimas

Ieškomasis periodas lygus

$$T = 2\pi\sqrt{LC}, \qquad (1)$$



o kampiniai dažniai:

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L(C+C_1)}}, \qquad (2)$$

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L(C+C_2)}}, \qquad (3)$$

nes kondensatoriai C ir C_1, C ir C_2 sujungti lygiagrečiai (žr pav.). Iš (1) – (3):

$$T = \frac{2\pi}{\omega_1\omega_2}\sqrt{\frac{\omega_2^2 C_2 - \omega_1^2 C_1}{C_2 - C_1}},$$

$$T = 6{,}25\cdot 10^{-9}\, s.$$

Užduotys ir sprendimai skelbiami iš leidinio:

38-OJI LIETUVOS JAUNŲJŲ FIZIKŲ OLIMPIADA. *Parengė Raimundas Žemaitis*

Pastaba: ši informacija interneto svetainėje www.olimpas.lt skelbiama nuo 2005 10 12.