II Lietuvos jaunųjų fizikų čempionatas

1. **Dvi raketos startavo vienu metu iš vieno taško. Pirmoji juda x ašies kryptimi pastoviu pagreičiu a_1, antroji – y ašies kryptimi pastoviu pagreičiu a_2. Kaip judės antroji raketa pirmosios atžvilgiu: kokia judėjimo kryptis (ar ji pastovi) ir pagal kokį dėsnį kinta atstumas l tarp raketų ($a_1 = 3$ m/s^2, $a_2 = 4$ m/s^2)?**

Sprendimas

Raketų greičiai

$$\vec{v}_1 = \vec{a}_1 t,\ \vec{v}_2 = \vec{a}_2 t.$$

Antrosios raketos greitis pirmosios atžvilgiu

$$\vec{v}_{21} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = (\vec{a}_2 - \vec{a}_1)t = \vec{a}_{12} t.$$

Matome, kad antroji raketa pirmosios atžvilgiu juda pastoviu pagreičiu, t.y. tolygiai greitėdama pastovia kryptimi. Pagreitis a_{12} lygus

$$a_{12} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2},\ a_{12} = 5 m/s^2.$$

Kampas α tarp a_{12} ir ašies x randamas iš sąlygos

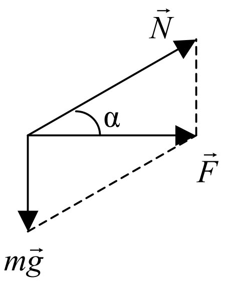
$$tg\alpha = \frac{a_2}{a_1},\ \alpha = 53^0.$$

Atstumas tarp raketų

$$l = \frac{a_{12} t^2}{2} = 2{,}5 t^2.$$

2. **Masės m rutuliukas, užmautas ant horizontalaus nejudančio spindulio r žiedo, slysta juo be trinties greičiu v. Raskite žiedo reakcijos jėgą N (jos dydį ir kampą, kurį sudaro su žiedo plokštuma).**

Sprendimas



Rutuliuką veikia dvi jėgos: sunkio jėga mg ir žiedo reakcijos jėga N. Tų jėgų atstojamoji F suteikia rutuliukui įcentrinį pagreitį:

$$F = \frac{mv^2}{r}.$$

Gauname sąryšius:

$$N\cos\alpha = \frac{mv^2}{r},$$
$$N\sin\alpha = mg.$$

Iš čia

$$N = mg\sqrt{g^2 + \frac{v^4}{r^2}},$$

$$tg\alpha = \frac{mg}{v^2}.$$

3. **Laisvai ant grindų pastatytų masės M = 50kg staklių korpuse, veikiant vidiniam mechanizmui, vertikaliai harmonikai amplitude A = 0,2 m svyruoja masės m = 1 kg detalė. Kokiam svyravimo dažniui esant staklės pradės šokinėti?**

Sprendimas

Tarkime, kad detalė svyruoja išilgai tiesės, einančios per staklių masės centrą. Didžiausia į viršų nukreipta jėga detalė veikia stakles būdama viršutiniame didžiausio atsilenkimo taške, nes tada jos pagreitis yra didžiausias ir nukreiptas žemyn. Pagal II Niutono dėsnį:

$$ma = mg + N.$$

Harmoniniam svyravimui a = Aω^2, kur ω – svyravimo dažnis. Staklės pradės šokinėti, kai

$$N_{\max} > Mg.$$

Panaudodami tą sąlygą, gauname

$$\omega > \sqrt{\frac{(M+m)g}{mA}},$$

$$\nu > \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{(M+m)g}{mA}},\ \nu > 8s^{-1}.$$

4. Kokia turėtų būti Žemės temperatūra, kad planeta pradėtų netekti savo atmosferos?

Sprendimas

Kad Žemė pradėtų netekti savo atmosferos, lengviausių atmosferos dalelių (vandenilio atomų) vidutinis greitis v turi viršyti antrąjį kosminį greitį u = 11,2km/h. Imdami

$$v = \sqrt{\frac{3RT}{M}},$$

kur vandenilio molinė masė M = 0,001kg/mol, gauname

$$T > \frac{Mv^2}{3R} = 5000K.$$

5. Du vienodos temperatūros rutuliukai juda vienas prieš kitą, pirmasis greičiu v, antrasis, kurio masė 3 kartus didesnė, greičiu 2v. Rutuliukų medžiagos specifinė šiluma c. Kiek pakito rutuliukų temperatūra po netampraus centrinio smūgio?

Sprendimas

Visa abiejų rutuliukų energija iki susidūrimo

$$E = \frac{mv^2}{2} + 3m\frac{(2v)^2}{2} = \frac{13}{2}mv^2.$$

Rutuliukams netampriai susidūrus, energija kinta, o impulsas nepakis, rutuliukai sulimpa ir toliau juda kartu greičiu v`:

$$3m \cdot 2v + mv = (3m+m)v',$$

$$v' = \frac{5}{4}v.$$

Tada rutuliukų energija po susidūrimo

$$E' = \frac{4mv'^2}{2} = \frac{25}{8}mv^2.$$

Išsiskyrusios šilumos kiekis lygus energijų skirtumui

$$Q = E - E' = 4mc\Delta t.$$

Tada, įstatę energijų išraiškas, gauname temperatūros pokytį

$$\Delta t = \frac{\frac{13}{2}mv^2 - \frac{25}{8}mv^2}{4mc} = \frac{27v^2}{32c}.$$

6. Į 10 l talpos tvirtasienį indą įleista 2 g vandenilio ir 32 g deguonies esant 273 K temperatūrai. Šiame hermetiškame inde vandenilis jungėsi su deguonimi. Kiek kartų pakito slėgis inde po reakcijos nusistovėjus 373 K temperatūrai?

Sprendimas

Inde prieš reakciją buvo dujų H_2 ir O_2 mišinys. Jų slėgį randame iš dujų būvio lygties:

$$p = p_H + p_O = \left(\frac{m_H}{M_H} + \frac{m_O}{M_O}\right)\frac{RT}{V},$$

kur vandenilio molis M_H = 0,002kg/mol, deguonies molis M_O = 0,032kg/mol.

Reakcija vyksta pagal formulę

$$2H_2 + O_2 = 2H_2O,$$

t.y. du moliai vandenilio jungiasi su vienu moliu deguonies ir susidaro du moliai vandens. Kadangi pradžioje buvo 1mol vandenilio ir 1mol deguonies, tai vandenilis sureaguos visas, susidarys 1mol vandens ir dar liks pusė molio deguonies, kurį pažymim m_{O1}. Išnagrinėkime, koks bus vandens garų slėgis. Jei garais virstų visas vanduo, jų slėgis būtų

$$p_V = \frac{m_V RT_1}{M_V V} = 3{,}1 \cdot 10^5 \, Pa.$$

Tačiau 373 K (100^0C) temperatūroje sočiųjų vandens garų slėgis yra $p_{V1} = 10^5 Pa.$ Taigi garais virsta ne visas vanduo, o tik apie 6g, likusieji 12g lieka skysčiu. Į skysčio užimamą tūrį neatsižvelgiame. Deguonies slėgį randame iš išraiškos

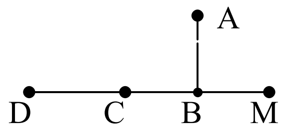
$$p_{O1} = \frac{m_{O1} RT_1}{M_O V}.$$

Tada slėgio po reakcijos santykis su pradiniu slėgiu yra

$$\frac{p_1}{p} = \frac{p_{V1} + p_{O1}}{p_H + p_O} = \frac{p_{V1} V + \frac{m_{O1} RT_1}{M_O}}{\left(\frac{m_H}{M_H} + \frac{m_O}{M_O} \right) RT},$$

$$\frac{p_1}{p} = 0{,}56.$$

7. Taškuose A, B ir C yra trys vienodo krūvio rutuliukai. AB=BC=CD=BM. Kiek kartų pakito elektrinio lauko stiprumas taške M, kai vienas rutuliukas perkeltas iš taško B į tašą D?



<u>Sprendimas</u>

Įvedame koordinačių sistemą, nukreipdami ašį x išilgai BM, ašį y – išilgai AB. Tada pradinio lauko stiprumo E_1 ir galutinio E_2 santykis

$$n = \frac{E_1}{E_2} = \frac{\sqrt{E_{1x}^2 + E_{1y}^2}}{\sqrt{E_{2x}^2 + E_{2y}^2}},$$

Kur

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C, \; \vec{E}_2 = \vec{E}_A + \vec{E}_D + \vec{E}_C.$$

Pažymime AB = BC = CD = BD = a, o rutuliukų krūvius q. Tada

$$E_A = \frac{kq}{2a^2}, \; E_{Ax} = \frac{kq}{2\sqrt{2}a^2}, \; E_{Ay} = -\frac{kq}{2\sqrt{2}a^2},$$

$$E_B = E_{Bx} = \frac{kq}{a^2},$$

$$E_C = E_{Cx} = \frac{kq}{4a^2},$$

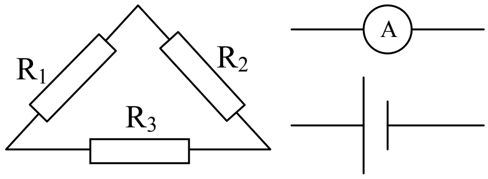
$$E_D = E_{Dx} = \frac{kq}{9a^2}.$$

Lengva matyti, kad skaičiuojant lauko stiprumų santykį daugikliai k, q ir a gali būti prastinami.

Gauname

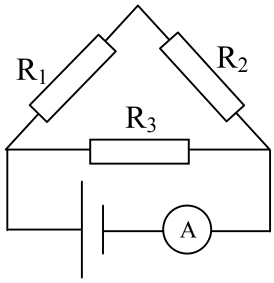
$$n=\frac{\sqrt{\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}+1+\frac{1}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2}}{\sqrt{\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}+\frac{1}{9}+\frac{1}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2}}=2{,}06.$$

8. Kaip sujungti grandinę iš srovės šaltinio, ampermetro, iš varžų trikampio (jo neišardant), kad ampermetras rodytų mažiausią srovę ($R_1>R_2>R_3$)?



Sprendimas

Grandinę galima sujungti dvejopai: 1) prie šaltinio gnybtų nuosekliai prijungti ampermetrą ir varžų trikampį arba 2) prie šaltinio prijungti varžų trikampį, o ampermetrą prijungti lygiagrečiai kuriai nors varžai. Laikome, kad ampermetro varža labai maža. Tada pirmuoju atveju ampermetro rodomą srovę išreiškiame taip:



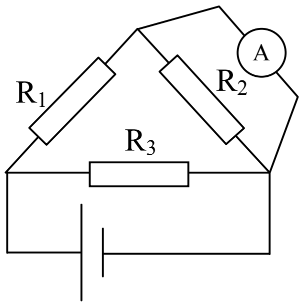
$$I_1=\frac{E}{\frac{R_x(R_y+R_z)}{R_x+R_y+R_z}},$$

kur x , y , z – bet koks indeksų 1,2,3 rinkinys. Srovė bus mažiausia, kai bus didžiausias vardiklis. Kadangi $R_1R_2+R_1R_3>R_1R_2+R_2R_3>R_1R_3+R_2R_3$, minimali srovė bus

$$I_{1\min}=\frac{E(R_1+R_2+R_3)}{R_1(R_2+R_3)}.$$

Antruoju atveju ampermetro rodomos srovės išraiška yra tokia:

$$I_2=\frac{E}{R_x}.$$



Čia minimali srovė bus

$$I_{2\min}=\frac{E}{R_1}.$$

Santykis

$$\frac{I_{1\min}}{I_{2\min}}=\frac{R_1+R_2+R_3}{R_2+R_3}>1,$$

t.y. antruoju atveju ampermetras rodys mažesnę srovę.

9. Prie oscilografo vertikalaus skleidimo gnybtų prijungti lygiagrečiai trys elektromagnetinių virpesių generatoriai, kurių virpamųjų kontūrų parametrai tokie: L_1=1mH, C_1=10μF; L_2=2mH, C_2=20μF; L_3=4mH, C_3=40μF. Oscilografo ekrane matomas stabilus vaizdas. Nubraižykite jį, jei tarp signalų amplitudžių yra ryšys: $A_1=A_2=2A_3$, o grandinės fazės $\varphi_1=\varphi_3=0$, $\varphi_2=\pi/2$.

Sprendimas

Spindulio nukrypimas oscilografo ekrane nuo horizontalios ašies x yra lygus atskirų virpesių aprašomų nukrypimų sumai

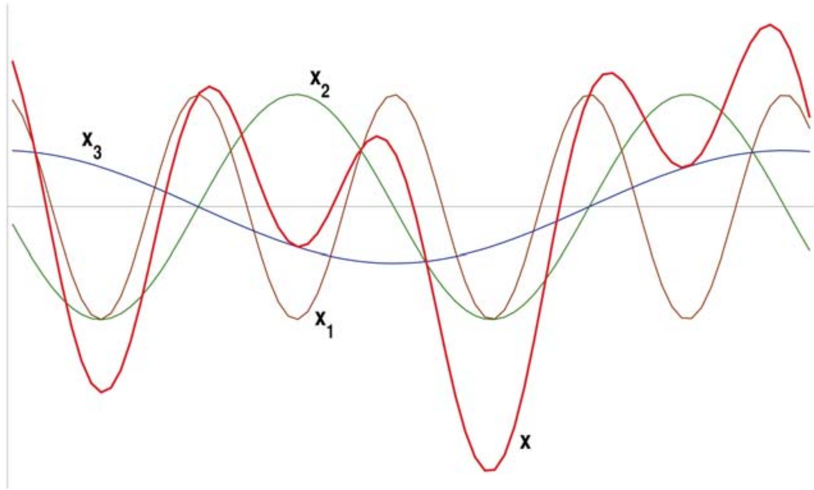
$$x=x_1+x_2+x_3,$$

$$x_1=A_1\cos\omega_1 t,\ \ x_2=A_2\cos(\omega_2 t+\frac{\pi}{2}),\ x_3=A_3\cos\omega_3 t.$$

Pagal Tompsono formulę $\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}$, gauname

$$\omega_1 = 4\omega_3,\ \omega_2 = 2\omega_3,$$
$$x = A_1(\cos 4\omega_3 t + \cos(2\omega_3 t + \pi/2) + (1/2)\cos\omega_3 t).$$

Reikiamą vaizdą gauname nubraižę tris skirtingo periodo ir fazių sinusoides ir jas grafiškai sudėję.



Užduotys ir sprendimai skelbiami iš leidinio:

39-OJI LIETUVOS JAUNŲJŲ FIZIKŲ OLIMPIADA. *Parengė A. Bandzaitis*

Pastaba: ši informacija interneto svetainėje www.olimpas.lt skelbiama nuo 2005 09 30.