2013 m. Lietuvos 25-ojo fizikos čempionato

UŽDUOČIŲ SPRENDIMAI

2013 m. gruodžio 7 d.

(Kiekvienas uždavinys vertinamas 10 taškų, visa galimų taškų suma – 100)

1. Moksliukas gyvena name, stovinčiame prie pat kelio tarp stotelių **A** ir **B** 800 m atstumu nuo stotelės **A**. Kryptimi iš **A** į **B** kasdien važiuoja autobusas 40 km/h greičiu ir troleibusas 20 km/h greičiu. Į stotelę **B** jie atvyksta tuo pačiu metu 08:00 valandą ryte. Kokiu pačiu vėliausiu laiku Moksliukas turi išeiti iš namų, kad suspėtų išvažiuoti autobusu? troleibusu? Moksliukas eina 4,8 km/h greičiu, atstumas tarp stotelių 2 km. Laikyti, kad stotelėje autobusas ir troleibusas stovi labai trumpai.

Sprendimas

Moksliukas turi dvi galimybes: eiti link stotelės **A** arba link stotelės **B**. Jis turi pasirinkti vieną, kuria pasinaudojus užtruks mažiau laiko patekti į stotelę **B**.
Tegul Moksliukas nori suspėti į autobusą.
Eidamas link stotelės **B**, jis užtruks

$t_B = (L - l)/v_M$, čia L –atstumas tarp stotelių, l –atstumas tarp namo ir stotelės **A**, v_M – Moksliuko greitis. (1 taškas)

$t_B = 15$ min. (1 taškas)

Eidamas link stotelės **A**, jis turi ateiti ne 8:00 val., o t_x min. anksčiau.

$t_x = L/v_a$, čia v_a – autobuso greitis. Taigi $t_x = 3$ min. (1 taškas)

Todėl iš namų jam reikia išeiti

$t_A = l/v_M + t_x$, t.y., $t_A = 13$ min. iki 8:00 val. (1 taškas)

Todėl šiuo atveju Moksliukui naudingiau eiti į stotelę **A**, o išeiti iš namų reikia 7 val. 47 min.

Kai Moksliukas nori suspėti į troleibusą, analogiškai samprotaujant, gaunami tokie rezultatai:
jei Moksliukas eina link stotelės **B**, jis turėtų išeiti 15 minučių iki 8:00 val.
(2 taškai)

Jei Moksliukas eitų link stotelės **A** - 16 minučių iki 8:00 val. Todėl Moksliukas iš namų turėtų išeiti 7:45 val. ir eiti link stotelės **B**. (2 taškai)

Atsakymas: Norėdamas suspėti į autobusą, Moksliukas iš namų turi išeiti 7 val. 47 min., o į troleibusą – 7 val. 45 min. (2 taškai).

2. Pasak vieno iš viduramžių pasaulio įvaizdžių Žemė guli ant trijų vienodų vandenyne plaukiojančių banginių nugarų. Darydami prielaidą, kad pagal tuometinius vaizdinius banginiai ir Žemė yra vienalyčiame gravitacijos lauke, nustatykite tokio banginio mažiausią ilgį. Žemę laikykite ritiniu, kurio pagrindo spindulys R = 6400 km, ritinio aukštis h = 9 km, o tankis $\rho_{Ž}$ = 5,5 g/cm^3. Banginį įsivaizduokite kaip ritinį, kurio skersmuo 10 kartų mažesnis už jo ilgį, banginio tankis ρ_B = 0,8 g/cm^3.

Sprendimas

Vieno banginio tūris $V_B = \frac{1}{4}\pi D^2 L$, čia $D = 0{,}1L$ - banginio skersmuo.

Tada $V_B = \frac{1}{400}\pi L^3$. (1 taškas)

Archimedo jėga, veikianti visus tris banginius, lygi $F_A = 3V_B(\rho_v - \rho_B)g$. (1 taškas)

Čia g – laisvojo kritimo pagreitis, ρ_v – vandens tankis.

Žemės plūduriavimo sąlyga $V_{Ž}\rho_{Ž}g = F_A$. (1 taškas)

Čia $V_{Ž} = \pi R^2 h$ - Žemės tūris. (1 taškas)

Viską surašome į plūduriavimo sąlygą, palikdami joje tik ieškomą ir duotus dydžius:

$$\frac{3}{400}\pi L^3(\rho_v - \rho_B)g = \pi R^2 h \rho_{Ž} g. \quad \text{(1 taškas)}$$

$$\frac{3}{400}L^3(\rho_v - \rho_B) = R^2 h \rho_{Ž}$$

$$L^3 = \frac{400}{3}R^2 h \frac{\rho_{Ž}}{\rho_v - \rho_B}$$

$$L = \sqrt[3]{\frac{400}{3}R^2 h \frac{\rho_{Ž}}{\rho_v - \rho_B}}. \quad \text{(3 taškai)}$$

$$L = \left(\frac{400 \cdot 6400000^2 \cdot 9000 \cdot 5500}{3 \cdot (1000 - 800)}\right)^{1/3} \approx 11 \cdot 10^6 \text{ m}.$$

$L = 11000$ km. (2 taškai)

Atsakymas: $L = 11000$ km.

.

3. Plonasieniame stikliniame inde (indo šiluminės talpos galima nepaisyti), pastatytame ant elektrinio kaitintuvo, šildomas m_{v} = 2 kg masės vanduo. Kai vandens temperatūra pasiekia t_0 = 80°C, neišjungiant kaitintuvo į indą įmetamas 0 °C temperatūros m_{l} = 1 kg masės ledo gabalas. Po laiko τ = 5 min ledas ištraukiamas ir pasveriamas. Paaiškėjo, kad per tą laiką pusė ledo išsilydė, o vandens temperatūra inde sumažėjo iki t = 70 °C. Ledo savitoji lydymosi šiluma λ = 330 kJ/kg, ledo savitoji šiluma c_{l} = 2,1 kJ/(kg °C), vandens savitoji šiluma c_{v} = 4,2 kJ/(kg °C). Šilumos nuostolių nepaisykite. Apskaičiuokite: A) elektrinio kaitintuvo galią; B) kiek dar laiko reikėtų šildyti, kad vandens temperatūra inde vėl pasiektų 80 °C?

Sprendimas

A) Per laiką τ kaitintuvas indui su vandeniu ir ledu atidavė šilumos kiekį

$$Q_{\mathrm{k}} = P\tau, \qquad (1)$$ (1 taškas)

čia P- kaitintuvo galia.

Kaitintuvui veikiant laiką τ, t.y. išsilydžius pusei ledo, vandens temperatūra inde sumažėjo nuo t_0 = 80 °C iki t = 70 °C. Vadinasi, šilumos kiekis, kurio reikėjo $\frac{m_{\mathrm{l}}}{2}$ masės ledo išlydymui, bei atsiradusio iš šio ledo tos pačios masės vandens pašildymui nuo 0 °C iki 70 °C, buvo gautas iš kaitintuvo ir iš inde buvusio 80° C temperatūros 2 kg masės vandens. (1 taškas)

Užrašome šilumos balanso lygtį:

$$m_{\mathrm{v}} c_{\mathrm{v}} (t_0 - t) + P\tau = \frac{m_{\mathrm{l}}}{2} [\lambda + + c_{\mathrm{v}} (t - t_{\mathrm{l}})]. \qquad (2)$$ (2 taškai)

Iš (2) lygties išreiškiame kaitintuvo galią:

$$P = \frac{1}{\tau} \left\{ \frac{m_{\mathrm{l}}}{2} [\lambda + + c_{\mathrm{v}} (t - t_{\mathrm{l}})] - m_v c_{\mathrm{v}} (t_0 - t) \right\} \qquad (3)$$ (1 taškas)

Apskaičiavę gauname, kad elektrinio kaitintuvo galia ***P* = 760 W.** (1 taškas)

B) Dabar inde yra $m_{\mathrm{v}} + \frac{m_{\mathrm{l}}}{2}$ masės vanduo, kurio temperatūra t = 70 °C.

Norint pašildyti vandenį iki t_0 = 80 °C temperatūros, kaitintuvas turi veikti laiką τ_2.

Užrašome šilumos balanso lygtį šiam atvejui:

$$P\tau_2 = \left(\frac{m_{\mathrm{l}}}{2} + m_{\mathrm{v}} \right) c_v (t_0 - t). \qquad (4)$$ (2 taškai)

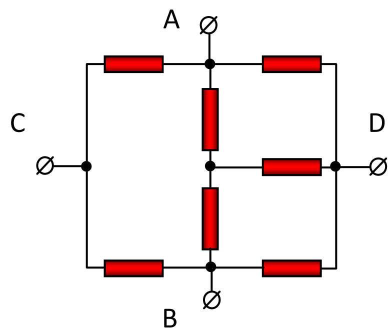
Iš (4) lygties išreiškiame laiką:

$$\tau_2 = \frac{1}{P} \left(\frac{m_{\mathrm{l}}}{2} + m_{\mathrm{v}} \right) c_v (t_0 - t). \qquad (5)$$ (1 taškas)

Apskaičiavę gauname, kad laikas $\boldsymbol{\tau_2}$ **= 138,2 s = 2,3 min.** (1 taškas)

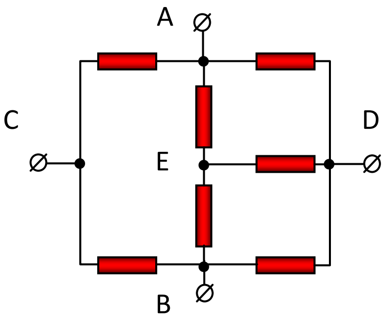
Atsakymas: A) P = 760 W; B) τ_2 = 2,3 min.

4. Apskaičiuoti varžą tarp taškų A ir B bei tarp taškų C ir D, jei visų rezistorių varžos vienodos ir lygios R.



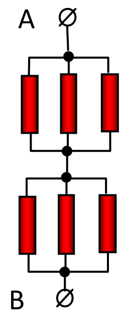
Sprendimas

1) R_{AB} atvejis.



Iš grandinės simetrijos aišku, kad taškai C, D ir E turi vienodus potencialus A ar B taškų atžvilgiu (C, D ir E - ekvipotencialūs taškai). (1 taškas)

Taigi, juos galima sujungti. Tada ekvivalentinė grandinė atrodo taip: (2 taškai)

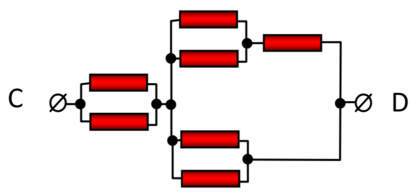


Tada $R_{AB} = \frac{R}{3} + \frac{R}{3} = \frac{2}{3}R$. (2 taškai)

2) R_{CD} atvejis.

Taškai A ir B simetriški C ir D taškų atžvilgiu, todėl jų potencialai C ar D taškų atžvilgiu vienodi (ekvipotencialūs taškai). (1 taškas)

Taigi taškus A ir B galima sujungti. Tada ekvivalentinė grandinė atrodo taip: (2 taškai)



Tada $R_{CD} = \frac{R}{2} + \frac{\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}+\frac{1}{2}}R = \frac{7}{8}R$. (2 taškai)

Atsakymas: 1) $R_{AB} = \frac{2}{3}R$; 2) $R_{CD} = \frac{7}{8}R$.

5. Kambaryje dega $P_1 = 100$ W galios elektros lempa, prijungta prie $U = 220$ V įtampos tinklo. Laidų, tiekiančių elektrą į butą, varža $R = 4\ \Omega$. Kaip pasikeis įtampa lempoje, kambaryje įjungus į tinklą $P_2 = 500$ W elektros korosnelę?

Sprendimas

Apskaičiuojame lempos ir krosnelės varžas:

$$R_1 = \frac{U^2}{P_1} = 484\ \Omega,\ R_2 = \frac{U^2}{P_2} = 96{,}8\ \Omega.$$ (2 taškai)

Jei dega tik lempa, jai tenka įtampa $U_1 = \dfrac{U}{R + R_1} R_1 \approx 218\ \text{V}$. (3 taškai)

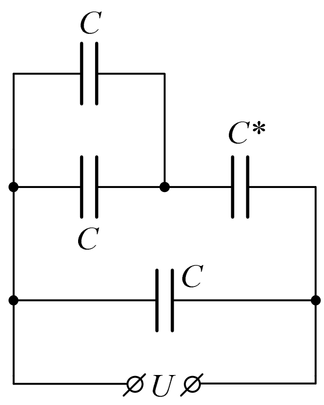
Įjungus krosnelę, lempai (taip pat ir krosnelei) tenka įtampa

$$U_2 = \frac{U}{R + \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{U R_1 R_2}{R R_1 + R R_2 + R_1 R_2} \approx 210\ \text{V}. \quad \text{(3 taškai)}$$

Taigi $\Delta U = U_1 - U_2 = \dfrac{U R_1}{R_0 + R_1} - \dfrac{U R_1 R_2}{R R_1 + R R_2 + R_1 R_2} \approx 8\ \text{V}$. (2 taškai)

Atsakymas: $\Delta U \approx 8\ \text{V}$.

6. Keturi vienodi kondensatoriai, kurių elektrinės talpos C, yra prijungti prie įtampos U šaltinio pagal pateiktą schemą. Kiek kartų šios kondensatorių baterijos elektrinė talpa yra didesnė už vieno kondensatoriaus elektrinę talpą? Kuri šaltinio įtampos dalis tenka žvaigždute pažymėtam kondensatoriui?



Sprendimas

Dviejų lygiagrečiai sujungtų kondensatorių viršutinėje grandinės dalyje elektrinė talpa lygi jų talpų sumai:

$$C_1 = C + C = 2C. \quad \text{(1 taškas)}$$

Jie kartu yra sujungti nuosekliai su žvaigždute pažymėtu kondensatoriumi, tai to junginio elektrinė talpa randama sudėjus atvirkštinius talpoms dydžius:

$$\frac{1}{C_\text{n}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C_1}, C_\text{n} = \frac{C C_1}{C + C_1} = \frac{2}{3} C. \quad \text{(2 taškai)}$$

Baterijos elektrinę talpą turėsime, prie to junginio elektrinės talpos pridėję lygiagrečiai jam prijungto ketvirtojo kondensatorius elektrinę talpą:

$$C_\text{b} = C_\text{n} + C = \frac{5}{3} C. \quad \text{(1 taškas)}$$

$$\frac{C_\text{b}}{C} = \frac{5}{3} \approx 1{,}7. \quad \text{(1 taškas)}$$

Nuoseklaus jungimo atveju kondensatorių įtampos yra sudedamos, todėl dviejų lygiagrečiai sujungtų kondensatorių įtampa

$$U_1 = U - U^*, \quad \text{(1 taškas)}$$

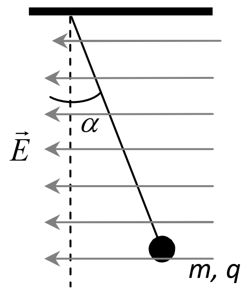
o elektros krūviai yra vienodi: $q = C U^*$, (1 taškas)

$$q = C_1 U_1 = 2C(U - U^*). \quad \text{(1 taškas)}$$

Sulyginame dešiniąsias puses ir randame: $CU^* = 2C(U - U^*)$, $\dfrac{U^*}{U} = \dfrac{2}{3}$. (2 taškai)

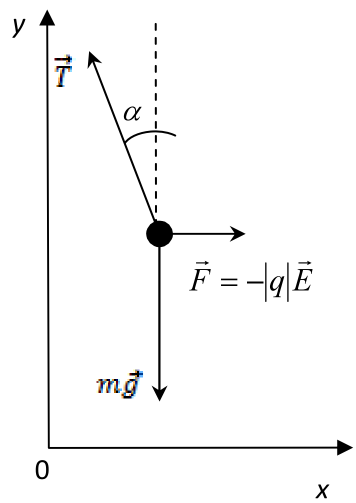
Atsakymas: $\dfrac{U^*}{U} = \dfrac{2}{3}$.

7. Nedidelis rutuliukas, kurio masė m = 8 g, yra pakabintas prie lubų lengvu netampriu siūlu, kurio ilgis l = 0,4 m. Veikiant elektriniam laukui, kurio stipris E = 2000 N/C, siūlas su rutuliuku nuo vertikalios ašies atsilenkia kampu $\alpha = 27°$. Raskite rutuliuko elektros krūvio q dydį ir ženklą. Koks rutuliuko mažų svyravimų apie pusiausvyros padėtį periodas? Laisvojo kritimo pagreitis $g = 9{,}8$ m/s^2.



Sprendimas.

Braižome brėžinį, nurodydami jėgas. (1 taškas)



Siūlas atsilenkia, nes veikia Kulono jėga $F = |q| \cdot E$. Ji brėžinyje nukreipta į dešinę, nes ten nukrypo rutuliukas su krūviu q. Kadangi Kulono jėga ir elektros laukas yra skirtingų krypčių, tai krūvis yra neigiamas. (1 taškas)

Esant rutuliukui pusiausvyroje, jėgų suma lygi nuliui:

x ašies kryptimi:

$|q| \cdot E - T\sin\alpha = 0$. (1) (1 taškas)

y ašies kryptimi:

$T\cos\alpha - mg = 0$,

$T = mg/\cos\alpha$. (2) (1 taškas)

Įrašome (2) į (1):

$|q| \cdot E - (mg/\cos\alpha)\sin\alpha = 0$,

$|q| = \dfrac{mg \cdot \mathrm{tg}\alpha}{E}$. (1 taškas)

$q = -\dfrac{0{,}008\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}8\,\mathrm{m/s^2} \cdot \mathrm{tg}27°}{2000\,\mathrm{N/C}} = -2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{C}$. (1 taškas)

Mažų svyravimų periodas analogiškas matematinės švytuoklės periodui:

$$\tau = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{\text{efekt}}}}\,. \qquad \text{(1 taškas)}$$

Čia g_{efekt} - efektyvinis rutuliuko pagreitis. Jis atsiranda, nes veikia du laukai (gravitacinis ir elektrinis).

$$g_{\text{efekt}} = \frac{T}{m} = \frac{g}{\cos\alpha}\,. \qquad \text{(1 taškas)}$$

$$\tau = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}\cos\alpha}\,. \qquad \text{(1 taškas)}$$

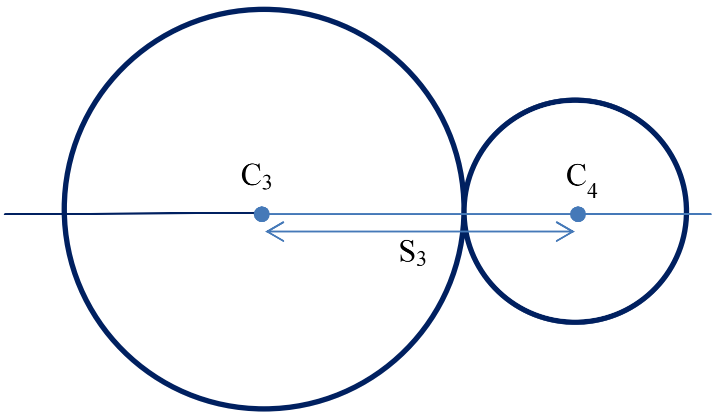
$$\tau = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}4}{9{,}8}\cos 27^\circ} \approx 1{,}2\ \text{s}\,. \qquad \text{(1 taškas)}$$

Atsakymas: $q = -2\cdot 10^{-5}\ \text{C}$; $\tau = 1{,}2\ \text{s}$.

8. Vardukas mėto akmenis į ežerą taip, kad jie šokinėtų per vandenį ir „keptų blynus“ – ratilus vandens paviršiuje dėl sklindančių skersinių paviršinių bangų. Pradinis horizontalus metimo greitis $v = 8{,}1\ \text{m/s}$, o metimo aukštis $h = 80\ \text{cm}$. Kiekvieno smūgio į vandenį metu akmuo praranda $m = 13\%$ horizontalaus greičio ir $n = 10\%$ vertikalaus greičio. Po kiek laiko nuo metimo momento susitiks trečiojo ir ketvirtojo „blynų“ kraštai, jeigu bangų sklidimo greitis $u = 1{,}7\ \text{m/s}$? Laisvojo kritimo pagreitis $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

Sprendimas

Braižome brėžinį, pažymėdami trečiojo ir ketvirtojo smūgio vietas. (1 taškas)



Ieškomas laikas

$t = t_0 + t_1 + t_2 + t_3 + t_u$. (1 taškas)

Laikas nuo metimo momento iki pirmojo smūgio $t_0 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. (1 taškas)

Jeigu vertikalus greitis nesikeistų, laikas tarp pirmojo ir antrojo smūgių t_1 būtų lygus $2t_0$, nes kilimo ir kritimo laikai vienodi. Pakilimo aukštis tiesiai proporcingas vertikalaus greičio kvadratui, nes

$\frac{mv_{vert}^2}{2} = mgh$, o laikas proporcingas kvadratinei šakniai iš *h*. Tada $t_1 = 2(n-1)\sqrt{\frac{2h}{g}}$

(1 taškas)

Analogiškai $t_2 = 2(n-1)^2\sqrt{\frac{2h}{g}}$ ir $t_3 = 2(n-1)^3\sqrt{\frac{2h}{g}}$ (1 taškas)

Laikas nuo ketvirtojo smūgio iki to momento, kai susitiks „blynelių“ kraštai, lygus

$t_u = \frac{S_3 - t_3 u}{2u}$, $t_u = \frac{S_3}{2u} - \frac{t_3}{2}$. (1 taškas)

$S_3 = t_3(1-m)^3 v$. (1 taškas)

$t_u = \frac{(1-m)^3 v}{2u} t_3 - \frac{t_3}{2}$. (1 taškas)

Surašę šias išraiškas į (1) formulę gauname

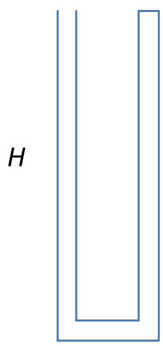
$$t = \left[1 + 2(1-n) + 2(1-n)^2 + (1-n)^3 + \frac{(1-n)^3(1-m)^3 v}{u}\right]\sqrt{\frac{2h}{g}}.$$ (1 taškas)

$$t = \left[1 + 2\cdot 0{,}9 + 2\cdot 0{,}9^2 + 0{,}9^3 + \frac{0{,}9^3\cdot 0{,}87^3\cdot 8{,}1}{1{,}7}\right]\sqrt{\frac{2\cdot 0{,}8}{9{,}8}} = 3{,}0\ \text{(s)}$$

$t = 3{,}0$ s. (1 taškas)

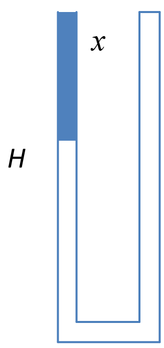
Atsakymas: $t = 3{,}0$ s.

9. Plonas stiklinis vamzdelis sulenktas aukščio *H* raidės U pavidalu ir pastatytas vertikaliai (žiūr. pav.). Vienas jo galas uždarytas. Pro atvirą galą pilame gyvsidabrį tol, kol tai yra įmanoma. Raskite įpilto gyvsidabrio tūrį *V*, jeigu vamzdelio skerspjūvio plotas *S*, ir viskas vyksta esant atmosferos slėgiui P_0(mmHg). Vamzdelio horizontalios tūrio dalies nepaisyti. Oras iš vamzdelio neišeina tik pradėjus pilti gyvsidabrį.



Sprendimas

Braižome brėžinį. (1 taškas)



Gyvsidabrio tūris $V = Sx$. (1 taškas)

Pagal Boilio ir Marioto dėsnį

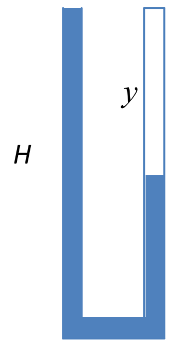
$2P_0SH = PS(2H - x)$. (1 taškas)

$P = P_0 + x$. Čia aukštis kaip ir slėgis matuojami milimetrais (slėgio atveju mmHg – gyvsidabrio stulpelio aukštis milimetrais).

$2P_0 H = (P_0 + x)(2H - x)$,

$x = 2H - P_0$, bet $x > 0$ tik tuomet, kai $H > 0{,}5P_0$. (1 taškas)

Be to, $x \le H$, vadinasi, $H \le P_0$. (1 taškas)



Kai $H \ge P_0$, reikalingas naujas brėžinys. (1 taškas)

Šiuo atveju gyvsidabrio tūris $V = S(2H - y)$.

$2P_0 SH = PSy$.

$P = P_0 + y$.

$2P_0 H = (P_0 + y)y$, (1 taškas)

$y = 0{,}5(-P_0 \pm \sqrt{P_0^2 + 8P_0 H})$. (1 taškas)

Kadangi $y > 0$, paliekame tik vieną teigiamą šaknį.

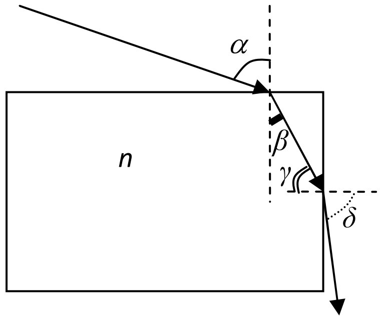
$$V = \begin{cases} 0, \text{ jeigu } H \le 0{,}5P_0; \\ S(2H - P_0, \text{ jeigu } 0{,}5P_0 < H \le P_0; \\ S[2H - 0{,}5(-P_0 + \sqrt{P_0^2 + 8P_0 H})], \text{ jeigu } H \ge P_0. \end{cases}$$ (2 taškai)

Atsakymas:

$$V = \begin{cases} 0, \text{ jeigu } H \le 0{,}5P_0; \\ S(2H - P_0, \text{ jeigu } 0{,}5P_0 < H \le P_0; \\ S[2H - 0{,}5(-P_0 + \sqrt{P_0^2 + 8P_0 H})], \text{ jeigu } H \ge P_0. \end{cases}$$.

10. Vardutė užsimanė pamatyti, kaip balta Saulės šviesa išsiskaido į spektrą. Folijoje ji padarė mažą skylutę ir išskyrė siaurą Saulės šviesos spindulį. Ji paėmė stačiakampį gretasienį, padarytą iš stiklo, kurio lūžio rodiklis $n_s = 1{,}5$ (tokie suvenyriniai stiklai su vidiniais vaizdais dabar populiarūs). Vardutė panaudojo jį kaip prizmę su 90° kampu prie viršūnės, tačiau balto popieriaus ekrane jai nepavyko nieko pamatyti. Kodėl taip atsitiko?

Sprendimas



Braižome brėžinį ir spindulių eigą stačiakampyje gretasienyje. (2 taškai)

Pagal Snelio dėsnį

$\sin\delta = n\sin\gamma$, $\dfrac{\sin\delta}{\sin\gamma} = n$, $\gamma = \dfrac{\pi}{2} - \beta$, (1 taškas)

$\sin\gamma = \cos\gamma = \sqrt{1 - \sin^2\beta}$. (1 taškas)

$\sin\beta = \dfrac{1}{n}\sin\alpha$. (1 taškas)

$\sin\gamma = \sqrt{1 - \dfrac{1}{n}\sin^2\alpha}$. (1 taškas)

$\sin\delta = \sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}$. (1 taškas)

$\sin\alpha < 1$. $\sin\delta < 1$

$n^2 = \sin^2\alpha + \sin^2\delta < 2$ (1 taškas)

Kad spinduliai išeitų iš prizmės, būtina: $n < 2 \approx 1{,}41$. (1 taškas)

Stiklo lūžio rodiklis $n_s = 1{,}5 > 2$, todėl spindulys negali išeiti iš stiklinio stačiakampio gretasienio į aplinką – jame vyksta visiškas vidaus atspindys.

Stiklinė prizmė su 90° kampu prie viršūnės neveikia. (1 taškas)

Atsakymas:

Stiklinė prizmė su 90° kampu prie viršūnės neveikia.