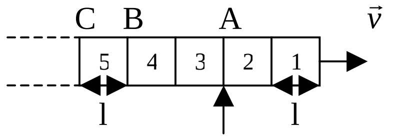
1. **Žmogus, žiūrėdamas į pradėjusį važiuoti pastoviuoju pagreičiu traukinį, pastebėjo, kad 5 – asis sąstato vagonas pro jį pravažiavo per 8 sekundes. Per kiek laiko pro stebėtoją pravažiuos 20 – asis sąstato vagonas, jei žmogus stebėjimus pradėjo nuo 3 – ojo vagono?**

Sprendimas



Traukiniui pradedant važiuoti į dešinę, žmogus buvo taške A. Vagono ilgį pažymėkime l. Tada 5 – ojo vagono pradžia B pasieks stebintį žmogų per laiką

$$\tau_5 = \sqrt{\frac{2\cdot 2l}{a}} = \sqrt{\frac{2l}{a}}\cdot\sqrt{2},$$ o to vagono galas C-per laiką

$$\tau_5^{'} = \sqrt{\frac{2\cdot 3l}{a}} = \sqrt{\frac{2l}{a}}\cdot\sqrt{3} \qquad \text{(a – pagreitis).}$$

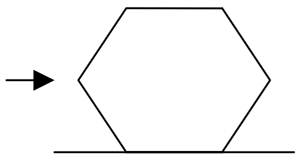
$$\tau_5^{'} - \tau_5 = t_5 = \sqrt{\frac{2l}{a}}(\sqrt{3}-\sqrt{2}) = 8s.$$

Analogiškai 20 – asis vagonas stebėtoją pravažiuos per laiką

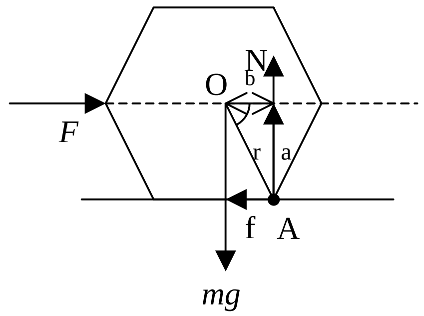
$$t_{20} = \sqrt{\frac{2l}{a}}(\sqrt{18}-\sqrt{17}).$$

Tuomet
$$t_{20} = t_5\frac{\sqrt{18}-\sqrt{17}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \approx 3{,}0s.$$

2. **Ant stalo guli šešiakampis pieštukas. Jis pastumiamas, veikiant jėga horizontalia kryptimi į šoninę vidurinę briauną. Kokioms trinties tarp pieštuko ir stalo paviršiaus koeficiento vertėms esant pieštukas šliuoš nesisukdamas?**



Sprendimas



Ribiniu atveju, kai veikiant jėgai F pieštukas apie tašką A pradeda suktis (riedėti) lėtai, turėsime:

$$Fa = mgb; \qquad a = r\sin\alpha;$$

$$b = r\cos\alpha; \qquad \alpha = \frac{\pi}{3}.$$

Todėl $\qquad F = mgctg\alpha. \qquad$ (1)

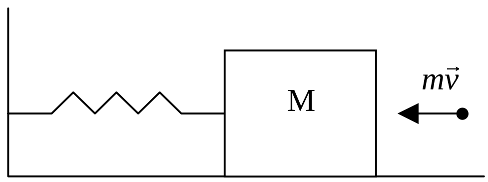
Čia F = f, kur f – trinties jėga. Ji išreiškiama f = μN = μmg.

Taigi $\qquad F = \mu mg. \qquad$ (2)

Iš (1) ir (2) ieškomasis trinties koeficientas $\mu = ctg\alpha.$

Pieštukas nesisuks, jei $\mu < ctg\alpha,$ t.y. $\mu < \frac{\sqrt{3}}{3}.$

3. **Ant horizontalios plokštumos padėtas masės M tašelis, sujungtas su nedeformuota standumo k spyruokle, kurios kitas galas pritvirtintas prie sienos. Į tašelį pataiko masės m kulka, turinti greitį v, ir įstringa jame. Po smūgio tašelis su kulka suspaudžia spyruoklę, juda atgal ir sustoja pradinėje padėtyje. Raskite trinties tarp tašelio ir plokštumos koeficientą.**



Sprendimas

Tašelio su kulka greitį po smūgio pažymėkime u, o didžiausią spyruoklės suspaudimą l. Tada taikome impulso ir energijos tvermės dėsnius:

$$mv = (M+m)u, \qquad (1)$$

$$\frac{(M+m)u^2}{2} = \frac{kl^2}{2} + \mu gl(M+m) = 2\mu gl(M+m). \qquad (2)$$

Iš (1) ir (2) ieškomasis trinties koeficientas

$$\mu = \frac{mv}{2g}\sqrt{\frac{k}{2(m+M)^3}}.$$

4. Trumpai išdėstykite: kas yra harmoniniai svyravimai; kokios jų atsiradimo sąlygos; kokie juos apibūdinantys dydžiai ir lygtys; pateikite pavyzdžių.

Sprendimas

Harmoniniai svyravimai – tai fizikinių dydžių periodiniai kitimai pagal sinuso ar kosinuso dėsnį, t.y. $y = A\sin(\omega t + \varphi_0) = A\sin(\frac{2\pi t}{T} + \varphi_0) = A\sin(2\pi\nu t + \varphi_0)$

arba $y = A\cos(\omega t + \varphi_1);\ \ \varphi_1 = \varphi_0 - \frac{\pi}{2}.$

Čia A – amplitudė, $\omega t + \varphi_0$ - fazė, φ_0 arba φ_1 – pradinė fazė, ω – ciklinis arba kampinis virpesių dažnis, ν – dažnis, T – periodas.

Šios lygtys vadinamos svyravimų lygtimis.

Dažniausiai y yra svyruojančio kūno nukrypimas nuo pusiausvyros padėties, įtampa tarp kondensatoriaus elektrodų, elektros srovės stipris ir kt.

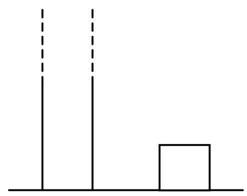
Mechanikoje harmoniniai svyravimai būna tada, kai veikianti kūną (materialųjį tašką) jėga yra proporcinga nukrypimui nuo pusiausvyros padėties ir nukreipta į tą padėtį (pvz. Huko dėsnis):

$\vec{F} = -k\vec{y},$ kur k – tamprumo koeficientas.

Prie tamprios spyruoklės pritvirtinto kūno svyravimo periodas $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$ matematinės svyruoklės periodas $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$ elektrinio kontūro svyravimo periodas $T = 2\pi\sqrt{LC}$ (Tomsono formulė).

Harmoniniai svyravimai yra labai svarbi virpesių rūšis, nes gamtoje ir technikoje virpesiai dažniausiai būna artimi harmoniniams.

5. Idealiosios dujos yra Žemės traukos lauke: a) be galo aukštame inde, b) baigtinio aukščio inde. Ar vienodai pakis dujų slėgis į indo dugną abiem atvejais, pakėlus temperatūrą dydžiu ΔT. Atsakymą pagrįskite.



Sprendimas

a) atveju slėgis į indo dugną p = mg/S,

kur m – dujų masė, S – dugno plotas. Tie dydžiai nuo temperatūros nepriklauso, todėl slėgis p nekis.

b) atveju $p = \frac{mg}{S} + \frac{mRT}{\mu V}.$

Pakėlus temperatūrą T, dydžiai m, S, μ ir tūris V nepakis, todėl slėgis p padidės.

6. Idealiosiomis dujomis užpildomi du uždari sujungti trumpu vamzdeliu indai, kurių tūriai V_1 ir V_2. Pradžioje sistemos temperatūra T_0 ir dujų slėgis p_0. Po to pirmasis indas, jo neatjungiant nuo antrojo, perkeliamas į aplinką, kurios temperatūra T_1, o antrasis – į aplinką, kurios temperatūra T_2. Koks tada bus dujų slėgis p sistemoje?

Sprendimas

Iš pradžių $p_0(V + V_1) = \frac{(m_1 + m_2)RT_0}{\mu},$ kur m_1 ir m_2 – dujų masės atskiruose induose.

$$m_1 + m_2 = \frac{\mu p_0 (V + V_1)}{RT_0}. \qquad (1)$$

Indų, esančių skirtingų temperatūrų aplinkose, dujų masės atitinkamai lygios:

$$m_1' = \frac{\mu p V_1}{RT_1},$$

$$m_2' = \frac{\mu p V_2}{RT_2},$$

todėl

$$m_1' + m_2' = \frac{\mu p}{R}\left(\frac{V_1}{T_1} + \frac{V_2}{T_2}\right). \qquad (2)$$

Tačiau

$$m_1' + m_2' = m_1 + m_2. \qquad (3)$$

Iš (1), (2) ir (3) lygybių gauname:

$$p = p_0 \frac{(V_1 + V_2)T_1 T_2}{T_0 (V_1 T_2 + V_2 T_1)}.$$

7. Metalinės sferos, kurios sienelės storis a = 10 cm, centre yra labai mažas įelektrintas rutuliukas, kurio krūvis q = 10^{-8} C. Išorinis sferos skersmuo D=60cm, išorinio paviršiaus krūvio tankis σ = 1,8· 10^{-12} C/cm^2. Pavaizduokite grafiškai elektrinio lauko stiprio priklausomybę nuo atstumo iki sferos centro.

Sprendimas

Elektrinio lauko stipris sferos viduje, kai atstumas nuo sferos centro r<20cm:

$$E_1 = \frac{kq}{r^2}.$$

Kai 20cm≤r≤30cm, E = 0.
Kai r>30cm

$$E_2 = \frac{kQ}{r^2}, \text{ kur } Q = 4\pi R^2 \sigma, \; R = \frac{D}{2} = 30cm.$$

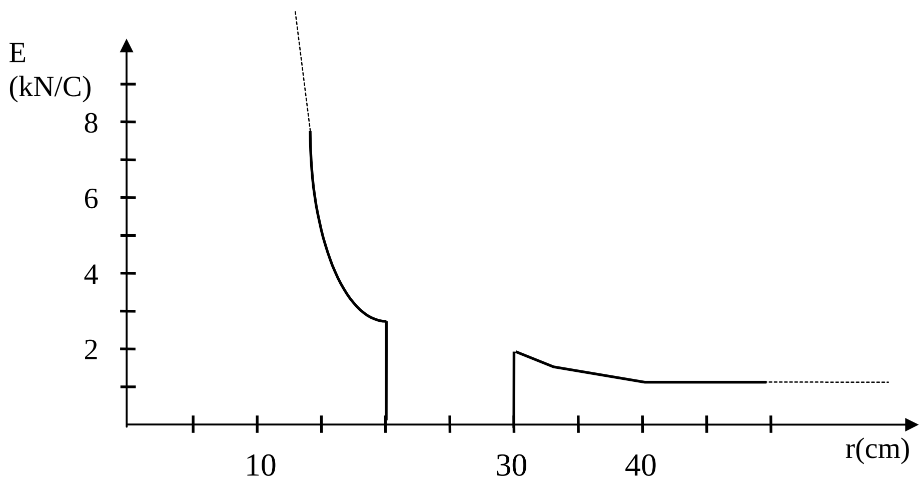
Įrašę vertes, gauname $Q = 2{,}03 \cdot 10^{-8} C$.

Sudarome E verčių lentelę:

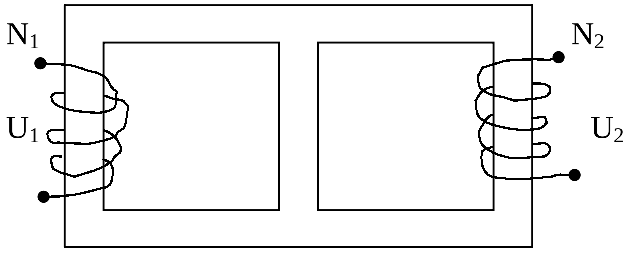
r(cm)	10	13	15	19	20-30	31	34	37	40	43	46
E(N/C)	9000	5325	4000	2493	0	1905	1584	1337	1144	990	865

Kai $r \to 0, E \to \infty$ ir $r \to \infty, E \to 0.$

Braižome grafiką



8. Transformatoriaus pirminė apvija turi N_1 = 300 vijų, o antrinė – N_2 = 200 vijų. Kai į pirminę apviją tiekiama U_1 = 300 V įtampa, antrinėje indukuojama U_2=50V įtampa. Kokia įtampa bus indukuojama pirminėje apvijoje, pradėjus tiekti į antrinę apviją 50 V įtampa?



Sprendimas

Tarsime, kad magnetinis laukas iš transformatoriaus šerdies į išorę nepatenka. Tuomet įtampa antrinėje apvijoje

$$U_2 = kU_1 \frac{N_2}{N_1}, \qquad (1)$$

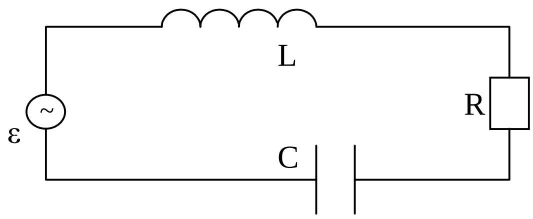
kur koeficientas k nusako, kuri pirminės apvijos sukurto magnetinio srauto dalis kerta antrinę apviją.
Prijungus prie antrinės apvijos įtampą U_2', pirminėje apvijoje indukuojama įtampa U_1'.

$$U_1^{'} = kU_2^{'} \frac{N_1}{N_2}. \qquad (2)$$

Išreiškę k iš (1) lygties ir įrašę į (2), rasime įtampą pirminėje apvijoje:

$$U_1^{'} = U_2^{'} \frac{U_2 N_1^2}{U_1 N_2^2} = 18{,}75V.$$

9. Prie kintamosios srovės generatoriaus prijungtas elektro-magnetinių virpesių kontūras, kurio rezonanso dažnis f_0 = 1 kHz, o ritės induktyvumas L = 0,5 H. Kokia maksimali įtampa U_{maks} tarp kondensatoriaus C plokštelių rezonanso atveju, jei rezonansinės srovės maksimali vertė I_{maks} = 100 mA? Tarkite, kad aktyvioji varža R neturi įtakos rezonanso dažniui.



Sprendimas

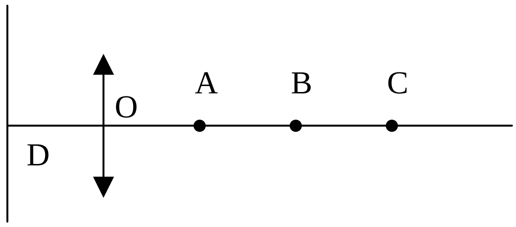
Rezonanso dažnis

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}},$$

$$\frac{LI_{\max}^2}{2} = \frac{CU_{\max}^2}{2}.$$

Iš dviejų lygybių randame: $U_{\max} = 2\pi L I_{\max} f_0 = 314V.$

10. Raskite ir pavaizduokite viename brėžinyje centrinio ekrano taško D apšviestumo priklausomybę nuo atstumo iki lęšio, kurio židinio nuotolis f, kai taškinis šviesos šaltinis yra: a) taške A (OA = f); b) taške B (OB=2f); c) taške C (OC=3f).



Sprendimas

Ekrano taško D apšviestumas

$$E(y) = \frac{I'}{y^2}, \qquad (1)$$

kur I' – šaltinio vaizdo šviesos stipris, y -atstumas nuo vaizdo iki ekrano.

Lemputės vaizdo atstumas iki lęšio

$$Z = \frac{fd}{d - f},$$

čia d – atstumas nuo lemputės iki lęšio.
Pastačius ekraną prie pat lęšio, jo centrinio taško apšviestumas lygus lęšio taško O apšviestumui

$$E_0 = \frac{I_0}{d^2},$$

kur I_0 – lemputės šviesos stipris.
Sulyginę E_0 ir E(y=z), randame

$$I' = I_0\left(\frac{d}{d-f}\right)^2.$$

Pakeitę formulėje (1) y atstumu x nuo ekrano iki lemputės vaizdo, įrašę I‘ išraišką ir sutvarkę formulę, galiausiai gauname:

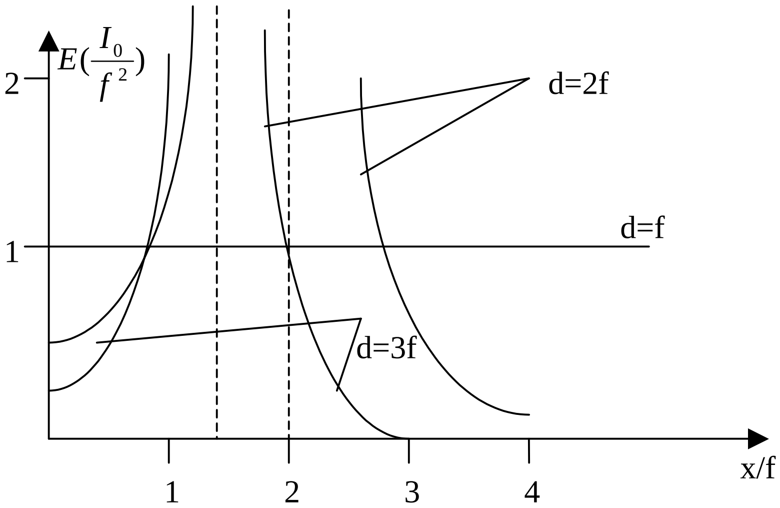
$$E(x) = \frac{I_0}{f^2\left[\frac{x}{f}\left(\frac{d}{f} - 1\right) - \frac{d}{f}\right]^2}.$$

a) Kai d = f $\qquad E = \frac{I_0}{f^2};$

b) Kai d = 2f $\qquad E(x) = \frac{I_0}{f^2\left(\frac{x}{f} - 2\right)^2};$

c) Kai d = 3f $\qquad E(x) = \frac{I_0}{f^2\left(2\frac{x}{f} - 3\right)^2}.$

Braižydami grafikus, parenkame vienetus: atstumą išreiškiame f vienetais, o apšviestumą $\frac{I_0}{f^2}$ vienetais.



$Z_c = \frac{3}{2}f \qquad Z_b = 2f$