Fizikos Olimpas

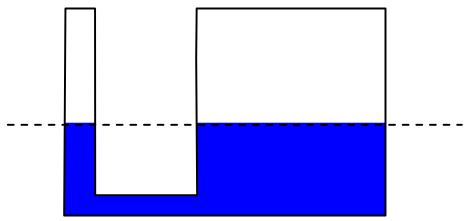
Sesija 2008 06 19-29

Hidrostatika ir hidrodinamika

- Skysčiai ir dujos. Paskalio dėsnis
- Skysčių stulpo slėgis (Archimedo dėsnis)
- Tekėjimas iš indo
- Tekėjimas vamzdžiais
- Bernulio dėsnis

Skysčiai ir dujos

Skirtingai nuo dujų, kuriose dalelės būdamos toli viena nuo kitos nesąveikauja, skysčių molekulės sąveikauja viena su kita (traukia arba stumia), panašiai kaip kietojo būvio medžiagų atveju. Vienok skirtingai nuo kietųjų kūnų, kuriuose didžiąją laiko dalį dalelės tik svyruoja apie stabilias pusiausvyros padėtis, skysčiuose molekulės judrios. Dėl to skysčiai neturi pastovios formos, bet jų tūriai beveik nekinta (dažniausiai taip ir tarsime, nors griežtai kalbant, skysčiai šiek tiek spūdūs, beje, kaip ir kietieji kūnai). Dėl molekulių judrio skysčių paviršius pusiausvyros atveju visuomet statmenas veikiančiai tą skystį jėgai, t.y. jėgų lauko jėgai (pvz., Žemės traukos atveju – ežerų ir jūros paviršiai statmeni $\vec{g}$). Sunkio jėgos veikiamos skysčio paviršius visada gukščias (horizontalus) ir yra vienodame lygyje. Tai teisinga bet kurios formos indui, susisiekiantiems ***atviriems*** indams. Pvz.,



Skysčio viduje veikia slėgimo jėgos. Slėgis - tai jėga, veikianti ploto vienetą statmena tam plotui kryptimi.

$$p = \frac{F}{S} \qquad (1\text{-}1)$$

Slėgio SI vienetas – paskalis (Pa). Tai slėgis, lygus 1N į m^2. Yra daug kitų vienetų, naudojamų praktikoje, buityje,technikoje ir moksle.

Keletas pavyzdžių:

atmosfera – tai vidutinis Žemės atmosferos sukeliamas slėgis.

$1\mathbf{atm} = 1{,}01325 \cdot 10^5 \,\mathbf{N/m^2} = 760\mathbf{mmHg}$;

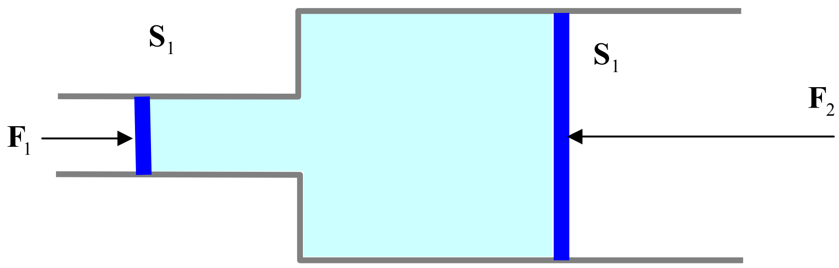
psi (pound per square inch arba lb/in^2). $1\mathbf{psi} = 6{,}895 \cdot 10^3 \,\mathbf{N/m^2}$;

baras. $1\mathbf{bar.} = 10^5 \,\mathbf{N/m^2}$;

Toras. $1\mathbf{Torr} = 1\mathbf{mmHg} = 1{,}333 \cdot 10^2 \,\mathbf{N/m^2}$. ($1\mathrm{lb} = 453{,}592338\mathrm{g}$, $1\ \mathrm{in} = 2{,}54\mathrm{cm}$).

1. Stūmoklio slėgis. Paskalio dėsnis

Jei į skystį veikia išorinis slėgis, tai dėl skysčio molekulių judrumo slėgis duotame taške perduodamas į visas puses vienodai . Tai **Paskalio** dėsnis. Hidraulinio preso darbas ir aiškinamas, remiantis šiuo dėsniu.



Pagal Paskalio dėsnį slėgis viduje į visas puses (taip pat ir į abu stūmoklius) perduodamas vienodai. Taigi,

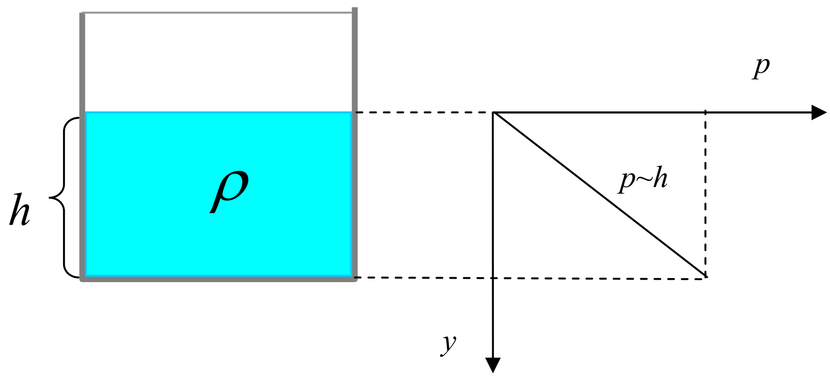
$$p = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}. \qquad (1\text{-}2)$$

Jei stūmoksliai skritulio formos, tai

$$S_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}, \; S_2 = \frac{\pi d_2^2}{4}, \text{ arba } \frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2}. \qquad (1\text{-}3)$$

2. Skysčio stulpo slėgis

Kiekviename skystyje atsiranda slėgis dėl paties skysčio svorio.

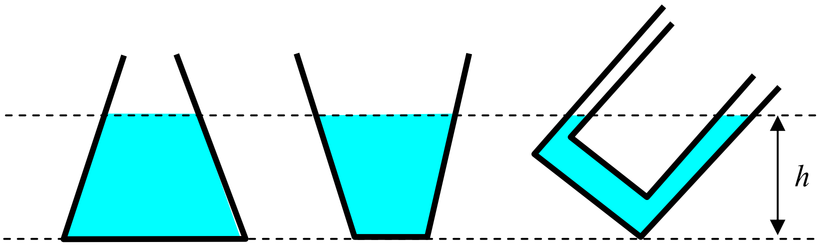


Gylyje h slėgis $\qquad p = \dfrac{mg}{S} = \dfrac{V\rho g}{S} = \dfrac{Sh\rho g}{S} = \rho gh \qquad$, taigi

$$p = \rho gh \tag{1-4}$$

Pavyzdys:

Slėgis nepriklauso nuo paviršiaus plotoir indo formos. Būtina, kad paviršiai būtų ***atviri***.

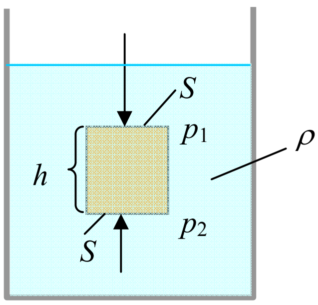


$p = \rho gh$

3. Keliamoji (Archimedo) jėga

Skystyje ar dujose panardintas kūnas lyg ir netenka dalies savo svorio. Taip atsitinka dėl atsirandančios keliamosios jėgos. Ji lygi išstumto skysčio ar dujų svoriui. Ji nukreipta į viršų. Tai Arcimedo jėga.

Panagrinėkime stačiakampės formos kūną, panardintą į skystį.



Panardinto kūno tūris $V = Sh$.

$$F_A = p_2S - p_1S = S(p_2 - p_1) = S\rho gh = \rho gV$$

$$F_A = \rho gV \tag{1-5}$$

Ši formulė teisinga bet kokios formos kūnui, kurio paviršių galima suskirstyti mažais plokščiais segmentais, kuriuos veikia į viršų nukreipta Archimedo jėga. Susumavus visu kūno paviršiumi, galiausiai gautume (1-5) formulę.

Jei kūno tankis ρ_0, kūno sunkio jėga lygi

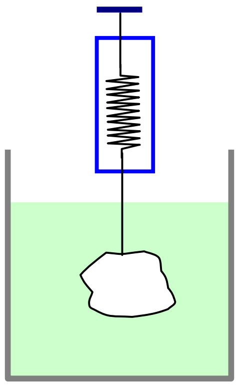
$$F_s = \rho_0 gV \tag{1-6}$$

1) Jei $\rho_0 > \rho$, iš (1-5) ir (1-6) $F_s > F_A$ - kūnas grimzta į dugną.
2) Jei $\rho_0 = \rho$, $F_s = F_A$ - kūnas plūduriuoja bet kokiame gylyje.

3) Jei $\rho_0 < \rho$ $F_s < F_A$ - kūnas plūduriuoja paviršiuje dalinai paniręs. Panyra tokia kūno dalis, kad būtų tenkinama lygybė $F_s = F_A$.

4. Kietųjų kūnų tankio matavimas

Tarkime, turime netaisyklingos formos kūną, kurio medžiagos tankį norime išmatuoti. Turime indą su skysčiu, kurio tankį ρ_s žinome. Svarstyklėmis galime pasverti kūną ore – jis sveria G, o skystyje, visiškai jį panardinus, jis sveria G_s.



Skystyje: $G_s = G - F_A = G - \rho_s gV = \rho gV - \rho_s gV = (\rho - \rho_s)gV$.
Ore: $G = \rho gV$.
Iš šių lygčių eliminavę V gauname:

$$G_s = (\rho - \rho_s)\frac{G}{\rho}.$$ Iš čia

$$\rho = \rho_s \frac{1}{1 - \frac{G_s}{G}} \qquad (1\text{-}7)$$

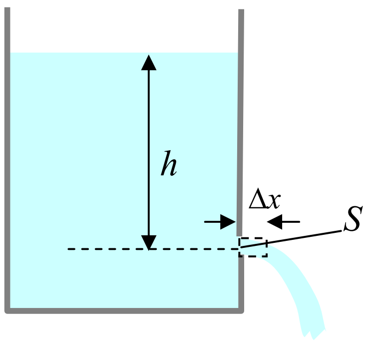
Pastaba: Kūnas turi būti visiškai paniręs.

5. Hidro-ir aerodinamika

Tai fizikos (dažniausiai priskiriamas mechanikai) skyrius, kuriam enagrinėjamas dujų ir skysčių judėjimas.

Dažnai pasitaikantis praktikoje atvejis – skysčių judėjimas, veikiant sunkio jėgai (esant hidrostatiniam slėgiui). Yra slėgių skirtumas.
Skysčių ar dujų srovė – tai erdvės dalis, užpildyta skysčio ar dujų dalelėmis.
Nagrinėjamas stacionarusis (nuostovusis) judėjimas, t.y. visi dinaminiai parametrai laikui bėgant nekinta, bet vyksta dujų ar skysčio judėjimas.

6. Tekėjimas iš indo



Tariame, kad kiaurymės matmenys žymiai mažesni už indo matmenis (nekreipiame dėmesio į paviršiaus greitį).

$$F\Delta x = \frac{\Delta m v^2}{2}$$

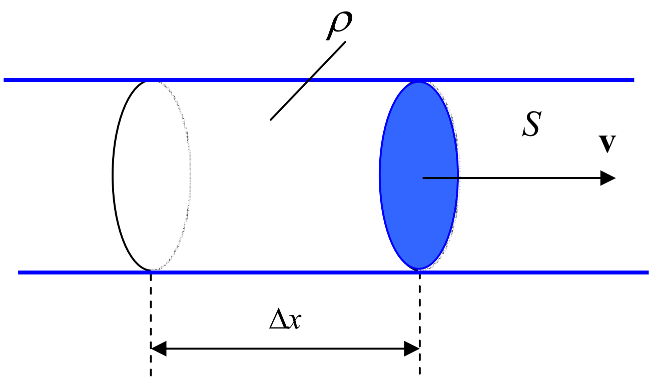
$$F = pS = \rho g h S$$

$$\Delta m = \rho \Delta V = \rho S \Delta x$$

Taigi, $\rho g h S \Delta x = \dfrac{\rho S \Delta x v^2}{2}$. Iš čia

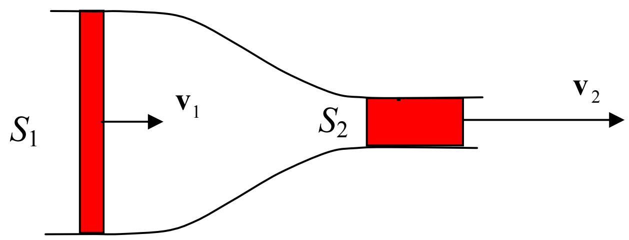
$$v = \sqrt{2gh}\,. \qquad (1\text{-}8)$$

Greičio vektoriaus laukas – visuma skysčio ar dujų dalelių greičio vektorių **v**.
Srovės linijos – linijos, kurių liestinės sutampa su greičiu kiekviename tos linjos taške.
Srovės vamzdelis – dalis skysčio ar dujų, apribota dviem srovės linijomis.



Per laiką t per S ploto skerspjūvį prateka tūris V skysčio (dujų):

$$V = Svt \qquad (1\text{-}9)$$



Jei skystis nespūdus, per tą patį laiką turi pratekėti tas pats kiekis (masė ar tūris) skysčio, t.y. $V = S_1 v_1 t = S_2 v_2 t$. Vadinasi,

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \text{ arba } Sv = Const \qquad (1\text{-}10)$$

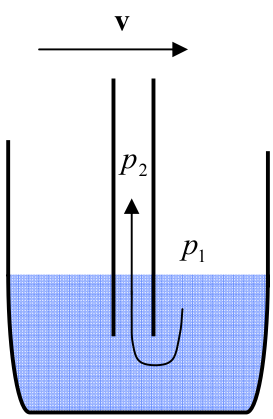
Tai vadinamoji nenutrūkstamumo lygtis.

7. Bernulio dėsnis ir Bernulio lygtis

Statinis slėgis – sąlygotas potencinės skysčio energijos (hidrostatinis slėgis), p_s.

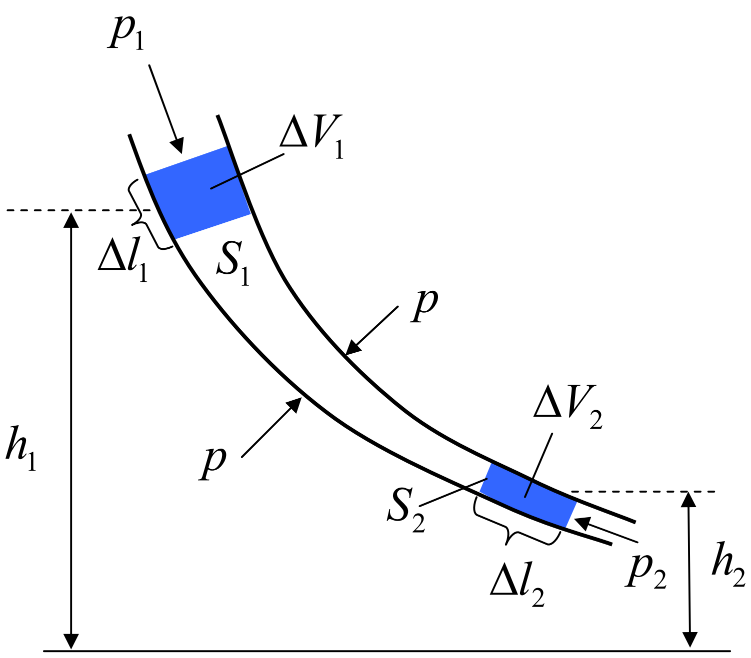
Dinaminis slėgis – sąlygotas skysčio kinetinės energijos, p_d.

Bernulio dėsnis – stacionariajame (nuostoviajame) sraute (srovėje) dinaminio ir statinio slėgių suma pastovi.



$p_2 < p_1$, nes greitis didina dinaminį slėgį, dėl ko mažėja statinis, ir skystis kyla į viršų. Panaudojama kaminuose, pulvirizatoriuose.

Bernulio lygtis



Išskiriame labai mažus srovės vamzdelio elementus ir užrašome jų energijas:

$$\Delta E = \left(\frac{\rho \Delta V v_2^2}{2} + \rho \Delta V g h_2 \right) - \left(\frac{\rho \Delta V v_1^2}{2} + \rho \Delta V g h_1 \right) \tag{1-11}$$

Darbą atlieka jėgos, atsirandančios dėl slėgių p_1 ir p_2, veikiančių plotus S_1 ir S_2:

$$A = p_1 S_1 \Delta l_1 - p_2 S_2 \Delta l_2 = (p_1 - p_2) \Delta V \tag{1-12}$$

Darbas lygus išskirtų elementų energijų skirtumui, t.y. $\Delta A = \Delta E$, todėl

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2 \ . \tag{1-13}$$

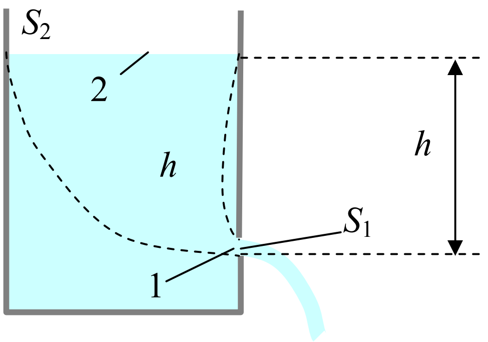
Taigi, bet kuriam srovės vamzdelio taškui

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = Const \, . \tag{1-14}$$

Tai Bernulio lygtis, kurią galima nusakyti tokiu būdu:
Stacionariai tekančiame idealiame skystyje išilgai bet kurios srovės linijos yra išlaikoma (1-14) sąlyga.

Bernulio lygties taikymai

Tegul turime analogišką indą jau nagrinėtu atveju, tik indo plotas S_2 – baigtinis, o kiaurymės gylyje h plotas – S_1.



Užrašome Bernulio lygtį 1 ir 2 taškui:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h \ .$$

Nenutrūkstamumo lygtis (skystis nespūdus)

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 .$$

Iš šių lygčių surandame

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{1-\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2}} , \qquad (1\text{-}15)$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2gh}{\left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2 - 1}} . \qquad (1\text{-}16)$$

Jei $S_2 >> S_1$, $v_1 \approx \sqrt{2gh}$, $v_2 = \frac{S_1}{S_2}\sqrt{2gh}$.

Klampumas. Skysčio klampumo koeficiento nustatymas Stokso būdu

Jei kietas kūnas yra skystyje, kuris drėkina kūno paviršių, ant jo formuojasi plonas prilipęs skysčio sluoksnis. Jis laikomas molekulinės sąveikos jėgų. Kūnui judant skystyje, šis sluoksnis juda kartu, ir tokiyu būdu atsiranda vidinė trintis skystyje.
Jei kūno greitis nedidelis, pasipriešinimo jėga proporcinga greičiui. Nedidelio greičio kriterijus – mažas vadinamasis Reinoldso skaičius Re, t.y. $\mathrm{Re} \ll 1$. Čia $\mathrm{Re} = \frac{v_0 l_0 \rho}{\eta}$, kur v_0 - kūno reliatyvusis greitis, l_0 - charakteringas kūno matmuo (pvz., rutulio atveju tai jo skersmuo), η - vidinės trinties koeficientas (kinematinis klampumas), ρ - skysčio tankis.
Kūnams judant skystyje, aplinkos pasipriešinimas judėjimui atsiranda didžiausia dalimi dėl skysčio klampumo, o ši pasipriešinimo jėga proporcinga greičio pirmajam laipsniui, t.y.

$$F = C_x v \tag{1-17}$$

C_x priklauso nuo skysčio klampumo, kūno dydžio ir formos.
Stoksas suskaičiavo pasipriešinimo jėgą sferos formos kūnui, judančiam begaliniame skystyje ir esant mažam Reinoldso skaičiui. Stokso formulė rutuliukui

$$F = 6\pi r \eta v \tag{1-18}$$

Matuojant nusistovėjusį mažo rutuliuko greitį tiriamajame skystyje, galima nustatyti klampumo koeficientą. 2-asis Niutono dėsnis šiuo atveju toks:

$$m\frac{dv}{dt} = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho - \rho_0)g - 6\pi r \eta v \ . \tag{1-19}$$

Nusistovėjusio judėjimo atveju

$$0 = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho - \rho_0)g - 6\pi r \eta v \ . \tag{1-20}$$

Taigi,

$$\eta = \frac{2}{9}\frac{\rho - \rho_0}{v} g r^2 . \tag{1-21}$$