

1. **Komandinės tradicinis** (5 t.) Kokia masė turi būti pakabinta (žr. 1 pav.), kad sistema būtų pusiausvyra? Strypas prie sienos yra prijungtas lanksčia jungtimi. Strypo ilgis – 1 m. Strypą laiko dvi virvės pririštos 40 cm ir 60 cm atstumu nuo dešiniojo galo.
2. **Senis** (10 t.) Kūčių naktį Kalėdų senelis, netyčia paslydęs ant apledėjusio $L = 5$ m ilgio stogo, sudarančio $\alpha = 45^\circ$ kampą su horizontu, pradėjo čiuožti žemyn. Laimei, leisdamasis senis išsilaikė ant kojų, todėl pačiame stogo gale, esančiame $h = 4$ m aukštyje, atsispyrė statmenai stogui. Koku greičiu jis atsispyrė, jei pataikė į už $s = 11$ m nuo stogo krašto esančią pusnį? Ar Kalėdų senis valgė stebuklingų meduolių, kad galėtų taip atsipirti? Trinties bei oro pasipriešinimo nepaisykite.
3. **Greitieji neutriniai** (5 t.) Šiais metais atlikto eksperimento metu išmatuotas neutrinų greitis buvo $7,1 \text{ km s}^{-1}$ didesnis nei šviesos greitis. 1987 metais užfiksuoti iš už 168 000 šviesmečių sužibusios supernovos atskrieję neutriniai, o po dviejų valandų Žemę pasiekė ir supernovos šviesa. Tačiau šis laiko skirtumas labiau susijęs su tuo, kad neutriniai pirmi palieka sprogstančią žvaigždę. Koks būtų buvęs laiko skirtumas tarp neutrinų ir šviesos, jei ir šie neutriniai būtų skrieję greičiau už šviesą, kaip kad šiųmetiniam eksperimente?
4. **Pianinas** (5 t.) Iš aukščio $H + h$ krenta masės m pianinas su idealia tamprumo k ir ilgio h spyruokle, pritvirtinta prie jo apačios (žr. 2 pav.). Jei spyruoklė smūgio metu būtų suspausta iki 0, galima laikyti, kad pianinas sudužo, o kitu atveju, kad nusileido saugiai. Iš kokio didžiausio aukščio gali būti saugiai išmestas pianinas?
5. **Piratas** (8 t.) Piratas atsidūrė $h = 400$ m aukščio kalno viršūnėje, nes jį vijosi priešų laivas. Piratas turėjo dvi statines: vieną tuščią, o kitą – pripildytą parako. Jis ruošiasi susprogdinti statinę su paraku sudauždamas ją su padegta tuščiąja statine kalno apačioje. Kurią statinę reikia stumtelti pirmiau ir po kiek laiko paleisti antrąją? Piratas žino, kad pilnos greičiu v riedančios statinės kinetinė energija yra $\frac{3}{4}mv^2$, o tuščios – mv^2 . Kalno šlaitas sudaro 30° kampą su horizontu. Statinės paleidžiamos riedėti be pradinio greičio, o riedėjimo trintis maža.
6. **Kirmių pupelės** (10 t.) *Coffee Joulies*TM – nedideli kavos pupelių formos ir masės $m = 25$ g objektai, įmetami į kavos puodelį optimaliai temperatūrai kuo ilgiau palaikyti. *Joulie* sudaro plonas ir lengvas apsauginis sluoksnis, užpildytas patentuota lengvai fazę keičiančia medžiaga, kurios lydymosi temperatūra kaip tik ir atitinka optimalią kavos temperatūrą, $\tau = 60^\circ\text{C}$.
Į gerai izoliuotą kavos puodelį įmetamos kelios *Joulie* pupelės bei įpilama $M = 0,5$ kg verdančios kavos (savitoji šiluma $c = 4\,200 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$). Esant toms pačioms aplinkos sąlygoms — $T_a = 20^\circ\text{C}$ — viena *Joulie* pupelė palaiko optimalią temperatūrą $t_1 = 120$ min. Kita vertus, septynios *Joulie* pupelės tokią temperatūrą palaiko tik $t_7 = 540$ min, o šešios – $t_6 = 560$ min. Įtariama, kad patentuota fazinį būvį keičianti medžiaga gali būti vienas iš parafinų, kurių savitoji šiluma svyruoja intervale $c = 2\,140 \dots 2\,900 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, o lydymosi šiluma – $\lambda = 2,0 \dots 2,2 \times 10^5 \text{ J}/\text{kg}$.
Patikrinkite, ar fazinį būvį lengvai keičianti medžiaga gali būti parafinas. Kiekvienas kirmis nori išlaikyti kavą tinkamos temperatūros kuo ilgiau. Koks optimalus *Coffee Joulies* kiekis palaiko kavos temperatūrą tinkamą ilgiausiai?
7. **Girlianda** (8 t.) Marytė rado namie seną Kalėdų eglutės girliandą, sudarytą iš 12 nuosekliai sujungtų lempučių, kurių kiekvienos nominali įtampa 20 V, o galia 5 W. Kokia turėtų būti šios girliandos galia, įjungus ją į įprastą 220 V įtampos elektros tinklą? Patikrinus paaiškėjo, kad 5 girliandos lemputės perdegusios. Marytė turi namie dviejų rūšių atsarginių girliandai tinkamų lempučių. Jų visų nominali įtampa 20 V, o galia atitinkamai 4 W arba 9 W. Kiek kokių lempučių reikia įsukti vietoj perdegusių, kad girliandos galia būtų kuo didesnė? Lemputė perdega, jei jos galia viršija nominalią 20%.
8. **Hawking'o spinduliavimas** (8 t.) Pagal prof. Stephen Hawking juodoji skylė spinduliuoja lyg turėtų temperatūrą $T = \frac{\alpha}{m}$, kur $\alpha = \frac{\hbar c^3}{(8\pi G k_B)} \approx 1,22 \cdot 10^{23} \text{ kg K}$. Temperatūros T kūno spinduliuojama galia yra $P = \sigma T^4 S$, kur $\sigma = \frac{\pi^2 k_B^4}{(60 \hbar^3 c^2)} \approx 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ J s}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ yra Stefano-Boltzmano konstanta, o S yra kūno paviršiaus plotas. Iš reliatyvumo teorijos seka, kad energija yra $E = mc^2$, o juodosios skylės spindulys $R = \frac{2Gm}{c^2}$. Raskite, koku greičiu masės $m = 6 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ juodoji skylė praranda masę dėl Hawking'o spinduliavimo, t.y. raskite $\frac{\Delta m}{\Delta t}$.
9. **Smėlio laikrodis** (8 t.) Smėlio laikrodis padedamas ant svarstyklių. Iš pradžių visas smėlis yra viršutinėje dalyje, bet užstrigus smiltelei ties siauriausia vieta, nebyra žemyn. Laiko momentu T_1 smiltelė išsprūsta ir smėlis pradeda byrėti pastoviai srove bei laiko momentu T_2 dugną pasiekia paskutinė smiltelė. Bendra smėlio laikrodžio masė (įskaitant smėlį) yra m_0 , jame esančio smėlio masė yra m_s . Laikykime, kad visos smiltelės nuo kaklelio iki laikrodžio dugno krenta atstumą h . Nubrėžkite svarstyklių parodymus priklausomai nuo laiko.
10. **Reaktyvinis variklis** (10 t.) Reaktyvinis lėktuvas skrenda greičiu v oro atžvilgiu, oro tankis yra ρ , reaktyvinio variklio turbinos skerspjuvio plotas yra S . Reaktyvinis variklis (turbofan) sukuria traukos jėgą savo turbina siurbdamas orą iš variklio priekio (kuris variklio atžvilgiu juda greičiu v) ir pagreitinęs iki greičio $v + \Delta v$ variklio atžvilgiu išmesdamas orą gale. Galima daryti prielaidą, kad variklis susiurbia tik tą orą, kuris lėktuvui skrendant kerta turbinos skerspjuvio plotą.
 - Jei lėktuvas skrenda duotu greičiu, kokį turį oro variklis susiurbia per sekundę?
 - Koks turi būti Δv norint, kad variklis išvystytų traukos jėgą F ?
 - Kokia turi būti reaktyvinio variklio galia norint išvystyti traukos jėgą F skrendant greičiu v ? Kaip galia priklauso nuo variklio skerspjuvio ploto?
 - Boeing 737-800 skrenda 820 km/h greičiu 12 km aukštyje kur oro tankis yra $\rho = 0,31 \text{ kg m}^{-3}$. Kiekvienas iš abiejų lėktuvo variklių išvysto $F = 24 \text{ kN}$ jėgą. Lėktuvo variklio turbinos diametras yra $d = 1,5$ m. Įvertinkite išmetamo oro greitį ir kiekvieno lėktuvo variklio išvystomą galią.

11. **Pabėgusi šviesa** (10 t.) Aplinkoje, kurios lūžio rodiklis $\frac{n_0}{1-A}$ (n_0 yra teigiama konstanta, o $A = 0,2$) yra įterpi du plonasieniai vertikalūs stačiakampiai mėgintuvėliai su skysčiu, kurio lūžio rodiklis $\frac{n_0}{1-y/R}$, $R = 65$ cm, $x = 15$ cm bei x yra žymiai didesnis už mėgintuvėlių plotį (žr. 3 pav.). Šviesos spindulys krenta į pirmąjį mėgintuvėlį ir sudaro kampą α , kaip parodyta brėžinyje. Nagrinėdami du atvejus: $\alpha = 30^\circ$ ir $\alpha = 45^\circ$, raskite spindulio kryptį, kai jis palieka sistemą.

12. **Nutrūkusi svyruoklė** (10 t.) Matematinė svyruoklė sudaryta iš mažo sunkaus rutuliuko ir lengvo $L = 1,6$ m ilgio siūlo, kurio galą Petriukas laiko $H = 2$ m aukštyje virš horizontalių grindų. Sistema svyravo 90° amplitude, kol Petriukas paleido siūlą 4 brėžinyje pavaizduotu momentu ir rutuliukas nukrito ant grindų taške $(s, 0)$. Koks turėtų būti kampas θ , kad s įgytų maksimalią galimą vertę? Apskaičiuokite 1° tikslumu (t.y. nebūtina rasti tikslios išraiškos, atsakymą galite įvertinti kitaip).

13. **Karoliukai** (10 t.) Turime daug virbalų ir karoliukų, galinčių slysti virbalais be trinties. Pradiniu momentu visi karoliukai yra taške A ir nejuda. Jie paleidžiami slysti virbalais. Raskite kreivę, kurią sudaro karoliukai po laiko t . Aprašykite, kaip ši kreivė keisis laikui bėgant. Trumpai pakomentuokite be skaičiavimų, kaip pasikeis rezultatas, jei tarp karoliukų ir virbalų būtų trintis? (žr. 5 pav.)

14. **Plytos** (10 t.) Keturios vienodos, tolygaus tankio ir ilgio $2l$ plytos suguldytos viena ant kitos ant plataus stalo krašto. Radę pusiausvyrą galite netirti, ar ji stabili, ar ne. Ar galima keturias plytas suguldyti taip, kad viršutinės projekcija į stalo paviršiaus plokštumą būtų išlindusi už krašto? Jei turime neribotą plytų skaičių, koks yra teoriškai didžiausias atstumas tarp viršutinės plytos projekcijos stalo plokštumoje ir stalo krašto?

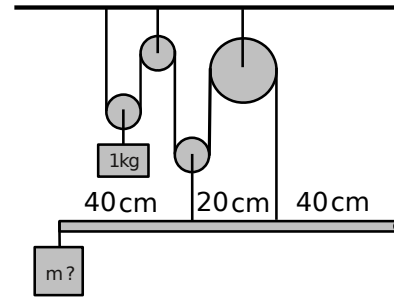
15. **Gaudyklė** (10 t.) Trys klasikinės kuloninės dalelės, įkrautos vienodu krūviu Q , laikomos harmoninėje gaudyklėje. Gaudyklė – tai tam tikra dvimatės erdvės sritis, kurioje potencinės dalelės energijos priklausomybė nuo jos koordinatė yra $U(x, y) = \frac{1}{2}m\omega_0^2(x^2 + \alpha^2 y^2)$. Čia m yra vienos dalelės masė, ω_0 – charakteringas svyravimų tokioje potencinėje duobėje dažnis. α yra gaudyklės anizotropijos parametras, jo vertė $\alpha = 1$ atitinka apskritiminės simetrijos gaudyklę.

Tinkamai parinkus fizikinių dydžių matavimo vienetus, pilna trijų dalelių sistemos gaudyklėje potencinė energija gali būti užrašyta kaip $U = \frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \alpha^2(y_1^2 + y_2^2 + y_3^2)) + \frac{1}{r_{12}} + \frac{1}{r_{13}} + \frac{1}{r_{23}}$. Kokie energijos bei ilgio matavimo vienetai čia pasirinkti? Izotropinėje gaudyklėje su $\alpha = 1$ dalelės sudaro simetrišką struktūrą, išsidėstydamos ant spindulio R apskritimo. Kokia yra R vertė?

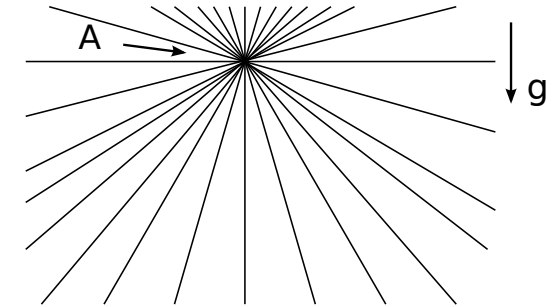
Didinant anizotropijos parametro vertę $\alpha > 1$, pažeidžiama simetrija bei indukuojami sistemos struktūros pokyčiai. Pasiekus kritinę parametro vertę $\alpha = \alpha_c$, įvyksta dimensinis virsmas – dvimatė trijų dalelių struktūra transformuojama į vienmatę linijinę konfigūraciją. Kokia stabilios vienmatės sistemos po dimensinio virsmo potencinė energija U_{1D} ? Kokia kritinio parametro α_c vertė?

16. **Palydovinė TV** (10 t.) Televizijos transliacijoms skirti palydovai skrieja geostacionariomis orbitomis (t.y. nuolat kabo virš to paties Žemės paviršiaus taško). Kokią maksimalų kampą su horizontu gali sudaryti palydovinės TV antenos („lėkštės“) simetrijos ašis Vilniuje? Kuria kryptimi būtų nukreipta tokiu kampu į horizontą orientuota antena? Vilniaus geografinės koordinatės $54^\circ N$ $25^\circ E$.

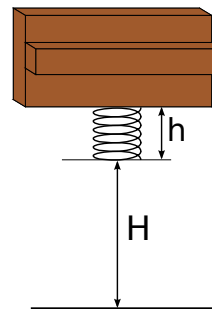
Konstanta	Žymėjimas	Reikšmė	Vienetai
Šviesos greitis vakuume	c	$3 \cdot 10^8$	$m s^{-1}$
Gravitacijos konstanta	G	$6,67 \cdot 10^{-11}$	$m^3 kg^{-1} s^{-2}$
Laisvo kritimo pagreitis	g	9,81	$m s^{-2}$
Žemės masė	M	$5,97 \cdot 10^{24}$	kg
Žemės spindulys	R	6370	km
Boltzmano konstanta	k_B	$1,38 \cdot 10^{-23}$	$J K^{-1}$
Redukuota Planko konstanta	\hbar	$1,05 \cdot 10^{-34}$	J s



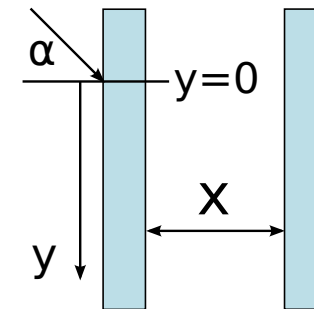
1 pav. Komandinės tradicinis



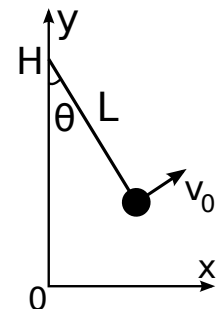
5 pav. Karoliukai



2 pav. Pianinas



3 pav. Pabėgusi šviesa



4 pav. Svyruoklė