“Fizikos olimpo” 2007/2008 m.m. rudens sesijos kontrolinis darbas II kurso moksleiviams
2007-10-13
Paruošė VU Fizikos fakulteto IV kurso studentas Donatas Majus

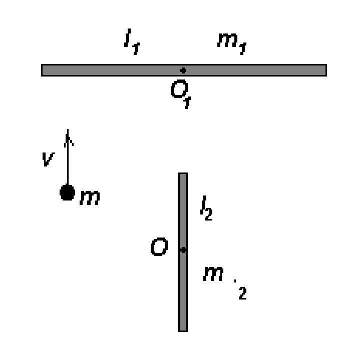
1. Į vienalytį, masės m_1 ir ilgio l_1 strypelį (pav. 1), kuris gali suktis apie tašką O_1 atstumu h nuo to taško pataiko plastilino gabalėlis (masė M, pradinis greitis v). Smūgis visiškai netamprus. Nuo smūgio besisukdamas strypelis užkliudo kitą (masė m_2, ilgis l_2). Šiuo atveju smūgis visiškai tamprus. Kokie bus strypeliu kampiniai sukimosi greičiai iškart po antrojo smūgio?

Sprendimas
Po pirmojo smūgio strypelio su prilipusiu plastilino gabalėlių kampinį sukimosi greitį surasime iš judesio kiekio momento tvermės dėsnio:

$$mvh = \omega_1 \left(\frac{1}{12} m_1 l_1^2 + mh^2\right) \equiv L_0$$

Po antrojo smūgio, greičius surasime iš energijos tvermės dėsnio (nuostolių nėra, nes smūgis tamprus) ir judesio kiekio momento tvermės dėsnio:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}\left(\frac{1}{12} m_1 l_1^2 + mh^2\right)\omega_1^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{12} m_1 l_1^2 + mh^2\right)\omega'^2_1 + \frac{1}{2}\frac{1}{12} m_2 l_2^2 \omega_2^2 \\ \omega_1\left(\frac{1}{12} m_1 l_1^2 + mh^2\right) = \left(\frac{1}{12} m_1 l_1^2 + mh^2\right)\omega'_1 + \frac{1}{12} m_2 l_2^2 \omega_2 \end{cases}$$



pav. 1

Išsprendus lygčių sistemą:

$$\begin{cases} \omega_2 = \dfrac{2mvh}{\frac{1}{12} m_1 l_1^2 + \frac{1}{12} m_2 l_2^2 + mh^2} \\ \omega'_1 = mvh \dfrac{\frac{1}{12} m_1 l_1^2 + mh^2 - \frac{1}{12} m_2 l_2^2}{\left(\frac{1}{12} m_1 l_1^2 + \frac{1}{12} m_2 l_2^2 + mh^2\right)\left(\frac{1}{12} m_1 l_1^2 + mh^2\right)} \end{cases}$$

2. Detektorius juda nuo šaltinio pagal dėsni $r=c_1\, t$, $\varphi=c_2\, t$ (polinėje koordinačių sistemoje). Šaltinio skleidžiamas garso bangų dažnis ν_0. Kokį dažnį registruoja detektorius praėjus laikui t nuo judėjimo pradžios?

Sprendimas
Doplerio pokytis garso bangom yra tik išilginis (optikoje yra ir skersinis), tad registruojamas dažnis priklausys tik nuo to, kokiu greičiu kinta atstumas tarp detektoriaus ir šaltinio.

$$u = \frac{dr}{dt} = c_1,$$

$$\nu = \nu_0 \frac{c-u}{c} = \nu_0 \frac{c-c_1}{c}$$

Kur c – garso greitis aplinkoje.

3. a) M masės skridinys pakabintas per siūlą, kurio vienas galas pritvirtintas per k_1 tamprumo spyruoklę (pav. 2). Koks skridinio mažų vertikalių svyravimų dažnis?
   b) Prie atvejyje a apibūdintos sistemos dar *standžiu* strypeliu pritvirtinamas masės m svarelis, per k_2 tamprumo spyruoklę pritvirtintas prie grindų. Koks skridinio mažų vertikalių svyravimų dažnis?

Sprendimas

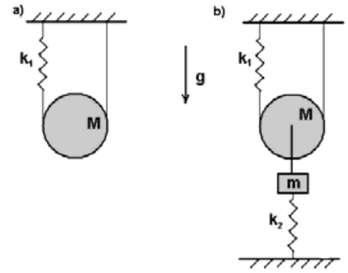
a) Užrašome sukamojo judėjimo dinamikos lygtis kūnui M. Momentinis sukimosi taškas bus ten, kur dešinysis siūlo galas nebesiliečia su skridiniu. Įvedame mažą posūkį apie tą tašką φ.

$$\left(\frac{1}{2}MR^2 + MR^2\right)\ddot{\varphi} = MgR - k_1(2R\varphi)2R,$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{2g}{R} - \frac{8k_1}{3M}\varphi,$$

$$\omega^2 = \frac{8k_1}{3M},$$

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{2k_1}{3M}}$$



pav. 2

b) šiuo atveju dar reikia pridėti judėjimo lygtis svareliui m.

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{2}MR^2 + MR^2\right)\ddot{\varphi} = MgR - k_1(2R\varphi)2R - TR, \\ m\ddot{x} = mg - k_2x + T \\ x = \varphi R, \ddot{x} = \ddot{\varphi}R \end{cases}$$

$$\ddot{\varphi}\left(\frac{3}{2}MR^2 + mR^2\right) = \left(M + m\right)gR - \varphi R^2(4k_1 + k_2),$$

$$\omega^2 = \frac{4k_1 + k_2}{\frac{3}{2}M + m},$$

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{4k_1 + k_2}{\frac{3}{2}M + m}}$$