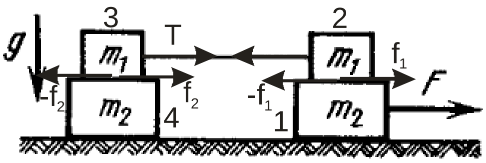
“Fizikos olimpo” 2009/2010 m.m. pavasario sesijos mechanikos kontrolinis darbas I kurso moksleiviams

Paruošė VU Fizikos fakulteto M2 kurso studentas Donatas Majus 2010 m. kovo 20 d.

1. Tašelių sistema padėta ant horizontalaus lygaus stalo. Viršutiniai tašeliai sujungti netampriu siūlu. Trinties koeficientas tarp m_1 ir m_2 yra μ. Dešinįjį apatinį tašelį veikia jėga F. Raskite kiekvieno tašelio pagreitį.

Sprendimas



Tašeliai sunumeruojami paveikslėlyje parodyta tvarka. Nagrinėjame tik horizontaliai veikiančias jėgas, nes vertikalaus judėjimo nėra. 1-ą tašelį veikia jėga F ir trinties tarp jo ir 2-o tašelio jėga – f1. 2-ą tašelį veikia trinties jėga f1 ir siūlo tempimo jėga T. 3-ą tašelį veikia trinties jėga -f2 ir siūlo tempimo jėga T. 4-ą tašelį veikia tik jėga f2. Veikiami skirtingų jėgų tašeliai gali judėti skirtingais pagreičiais a1, a2, a3 ir a4. Viršutiniai tašeliai sujungti netampriu siūlu todėl a2<=a3. Variantas a3>a2 negalimas, nes 2-asis “tempia” 3-ąjį, todėl lieka a2=a3. Tinties jėgos f1 ir f2 bendru atveju gali būti nelygios, tačiau abiejų maksimali vertė µm1g.	$\begin{cases} F - f_1 = m_2 a_1 \\ f_1 - T = m_1 a_2 \\ T - f_2 = m_1 a_3 \\ f_2 = m_2 a_4 \end{cases} \Rightarrow f_1 - f_2 = 2m_1 a_2$ $a_1 \geq a_2 = a_3 \geq a_4$ $f_1, f_2 \leq \mu m_1 g$
1. Panagrinėkime atvejį, kai visi trys pagreičiai skirtingi. Tuomet trinties jėgos įgyja maksimalias vertes, nes tašeliai juda viens kito atžvilgiu. Gaunamas prieštaravimas pradinei sąlygai, kad pagreičiai skirtingi, vadinasi taip būti negali.	$f_1, f_2 = \mu m_1 g$ $f_1 - f_2 = 2m_1 a_2 \Rightarrow a_2 = 0$ $a_4 = 0 = a_2$
2. Tegul visi kūnai juda vienodu pagreičiu. Tuomet juos galime laikyti kaip vieną kietą kūną, judantį pagreičiu a. Taip bus galima, kai trinties koeficientas bus didesnis už tam tikrą vertę.	$f_1 = \mu m_1 g$ $a = \frac{F}{2(m_1 + m_2)}$ $\begin{cases} f_1 = F - m_2 a = F\frac{2m_1 + m_2}{2(m_1 + m_2)} \\ f_2 = m_2 a = F\frac{m_2}{2(m_1 + m_2)} \\ f_1, f_2 \leq \mu m_1 g \end{cases}$ $\mu \geq \frac{F}{g}\frac{2m_1 + m_2}{2m_1(m_1 + m_2)}$

3. Tegul 2,3 ir 4 kūnai juda kartu pagreičiu a2, pirmasis juda pagreičiu a1.	$\begin{cases} F-\mu m_1 g_1 = m_2 a_1 \\ \mu m_1 g - f_2 = 2m_1 a_2 \\ f_2 = m_2 a_2 \end{cases} \Rightarrow \mu m_1 g = 2m_1 a_2 + m_2$ $\begin{cases} a_1 = \dfrac{F-\mu m_1 g}{m_2} \\ a_2 = \dfrac{\mu m_1 g}{2m_1 + m_2} \end{cases}$ $a_1 > a_2 \Rightarrow \mu < \dfrac{F}{g}\dfrac{2m_1 + m_2}{2m_1(m_1 + m_2)}$
4. Galima būtų nagrinėti atvejį, kai 1,2,3 juda pagreičiu a1, o 4-as kitu pagreičiu a4, tačiau gautume, kad toks atvejis neįmanomas. Tai galima suprasti iš to, kad 2-ojo ir 3-ojo atvejų trinties koeficiento dydžio sąlygos kartu perdengia visas vertes. (P.S. įsitikinkite patys)	

2. Trys vienodi rutuliukai sujungti lengvomis spyruoklėmis ir pakabinti ant siūlo (žr. pav. lentoje). Apskaičiuokite rutuliukų pagreičius perkirpus siūlą.

Sprendimas

Jei vieno rutuliuko masė m, tai siūlas viršutini rutuliuką veikia jėga 3mg. Siūlą staigiai nukirpus, kitos jėgos pasikeisti nespėja. Jei veikiant siūlo tempimo jėgai 3mg rutuliukas nejudėjo, tai siūlą nukirtus, rutuliukas judės pagreičiu 3g. Kitus du rutuliukus veikiančios jėgos nepasikeis, tad jų pagreičiai tik nukirpus siūlą bus 0.

3. Ant didelės nuožulniosios plokštumos padėta moneta. Staigiu smūgiu jai suteikiamas greitis u horizontalia kryptimi (žr. pav. lentoje). Koks monetos greitis nusistovės jai slystant plokštuma? Trinties tarp monetos ir plokštumos koeficientas μ = tan(α), kur α – plokštumos kampas su horizontu.

Sprendimas

Tegul koordinačių xy plokštuma sutampa su nuožulniąja plokštuma, o koordinatė x – horizontali. Monetą veiks sunkio, atramos reakcijos ir trinties jėga, kurios kryptis priešinga judėjimo krypčiai. Tegul kampas tarp monetos greičio ir x ašies φ. Suraskime monetos pagreičius a_x ir a_y:	$\begin{cases} F_{tr}\cos\varphi = ma_x \\ -F_{tr}\sin\varphi + mg\sin\alpha = ma_y \end{cases}$ $\begin{cases} \mu mg\cos\alpha\cos\varphi = ma_x \\ -\mu mg\cos\alpha\sin\varphi + mg\sin\alpha = ma_y \end{cases}$ $\begin{cases} g\sin\alpha\cos\varphi = a_x \\ -g\sin\alpha\sin\varphi + g\sin\alpha = a_y \end{cases}$
Kaip matome, išraiškos sudėtingos, pagreičiai priklauso nuo greičio krypties. Suraskime pagreičius išilgai judėjimo krypties ir jai statmeną:	$\begin{cases} -F_{tr} + mg\sin\alpha\sin\varphi = ma_{\parallel} \\ mg\sin\alpha\cos\varphi = ma_{\perp} \end{cases}$ $\begin{cases} -\mu mg\cos\alpha + mg\sin\alpha\sin\varphi = ma_{\parallel} \\ mg\sin\alpha\cos\varphi = ma_{\perp} \end{cases}$ $\begin{cases} -g\sin\alpha + g\sin\alpha\sin\varphi = a_{\parallel} \\ g\sin\alpha\cos\varphi = a_{\perp} \end{cases}$
Matome, kad:	$a_{\parallel} = -a_y,$ $\int_u^{u'} dv_{\parallel} = -\int_0^{u'} dv_y,$ $u' - u = -u',$ $u' = u/2.$