

2007-2008 m. m. rudens sesijos mokomoji fizikos olimpiada (14/2)
2007 m. spalio 13–14 d.

Užduotys I, II ir III kurso moksleiviams

1 užduotis

Iš aukštyje $h = 9$ m kampu $\alpha = 45^\circ$ į horizontą mestas kūnas nukrito ant žemės po 7 s. Į oro pasipriešinimą kūno judėjimui galima neatsižvelgti.

- 1) Kokių greičių kūnas atsitrenkė į žemę?
- 2) Į kokį didžiausią aukštį jis buvo pakilęs?
- 3) Koks didžiausio pakilimo momentu buvo kūno trajektorijos kreivumo spindulys?
- 4) Koks buvo kūno aukštis praėjus 1 s po didžiausio pakilimo momento?
- 5) Koks tada buvo kūno greitis?
- 6) Kokių atstumu tada kūnas buvo nutolęs nuo išmetimo vietos?

Aiškinamasis sprendimas

1. Pažymime $t=7$ s, o kilimo laiką t' . Tada
 $gt'^2/2 + h = g(t-t')^2/2$, $t' = t/2 - h/gt$,
 $v_x = v_y = gt' = gt/2 - h/t$,

1)
 $v'_y = g(t-t') = gt/2 + h/t$, $v' = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{g^2 t^2/2 + 2h^2/t^2}$,
 $v' = 49$ m/s, $\text{tg}\beta = v'_y/v_x = (gt/2 + h/t)/(gt/2 - h/t)$, $\text{tg}\beta = 47^\circ$.

2)
 $h_{\max} = g(t/2 + h/gt)^2/2$, $h_{\max} = 65$ m.

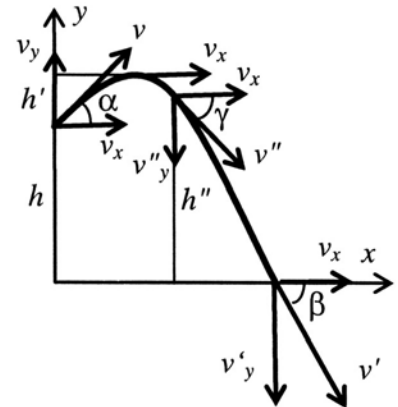
3)
 $R = v_x^2/g = (gt/2 - h/t)^2/g$, $R = 111$ m.

4)

Pažymim $t''=1$ s, aukštį tuo momentu h'' . Tada $h'' = h_{\max} - gt''^2/2$, $h'' = 60$ m.

5)
 $v''_y = gt''$, $v'' = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(gt/2 - h/t)^2 + (gt'')^2}$, $v'' = 34$ m/s, $\gamma = 17^\circ$.

6)
 $l = \sqrt{[v_x(t'+t'')]^2 + (h'-h'')^2} = (gt/2 - h/t)\sqrt{(t/2 - h/gt)^2 + [(t/2 - h/gt - t'')/2]^2}$, $l = 153$ m.



*1 užduotį ir jos aiškinamąjį sprendimą parengė Milda Tamošiūnaitė,
 Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto III kurso studentė*

2 uždutis

Automobilis, kurio masė 1000 kg, važiuodamas horizontaliu keliu 80 km/h greičiu, 100 km atstumui nuvažiuoti sunaudoja 6 kg degalų. Privažiavęs pakilimą, kur kelias sudaro 4° kampą su horizontu, automobilis nekeisdamas greičio kyla į kalną. Pakilus į 50 m aukštį nuo kalno papėdės pakilimas baigiasi ir prasideda tokio pat pasvyrimo kampo nuolydis. Vairuotojas išjungia variklį ir pristabdydamas leidžiasi nuo kalno tuo pačiu greičiu, kaip ir važiavo kildamas į kalną, kol pasiekia pradinį aukštį. Automobilio variklio naudingumo koeficientas 20 %, degalų kaloringumas 46 MJ/kg, važiuojant automobilį veikianti pasipriešinimo jėga tiesiai proporcinga jo greičiui.

- 1) Kiek degalų sunaudota kylant į kalną?
- 2) Kiek pakito degalų sunaudojimas automobiliui kylant į kalną ir leidžiantis žemyn lyginant su važiavimu horizontaliu keliu?
- 3) Kokia jėga buvo stabdomas automobilis leidžiantis nuo kalno?
- 4) Parašykite lygtį automobilio greičio kitimui skaičiuoti leidžiantis nuo kalno be stabdymo.

Aiškinamasis sprendimas

2. Naudinga galia automobiliui važiuojant horizontaliu keliu $N = Fv = \eta qmv/s$, čia F – pasipriešinimo jėga, v – automobilio greitis, η – naudingumo koeficientas, q – kuro kaloringumas, m – atstumui $s=100$ km nuvažiuoti sunaudoto kuro masė.

1)

Kildamas į kalną automobilis nuvažiuoja atstumą $l = h/\sin\alpha$, $\alpha=4^\circ$, nugalėdamas pasipriešinimo jėgą F ir sunkio jėgos dedamąją $F' = Mg \sin\alpha$. Tam sunaudotas degalų kiekis $m' = mh/s \sin\alpha + Mgh/\eta q$, $m' = 0.096$ kg.

2)

Kildamas į kalną ir nusileisdamas žemyn automobilis sunaudoja m' degalų, o tą patį atstumą važiuodamas horizontaliu keliu jis sunaudotų $m'' = 2mh/s \sin\alpha$ degalų. Ieškomasis pokytis $k = (m' - m'')/m'' = Mgs \sin\alpha / 2m\eta q - 1/2$, $k = 0,12 = 12\%$.

3)

Automobilis buvo stabdomas jėga $F'' = F' - F = Mg \sin\alpha - \eta qm/s$, $F'' = 132$ N.

4)

Kadangi pasipriešinimo jėga proporcinga greičiui, t.y., $F_1 = fv_1$, ir esant $v_1 = v$, $F_1 = \eta qm/s$, gauname $f = \eta qm/sv$. Tada ieškomoji lygtis: $dv_1/dt = g \sin\alpha - \eta qmv_1/svM$.

2 uždutį ir jos aiškinamąjį sprendimą parengė prof. habil. dr. Antanas Rimvydas Bandzaitis, Vilniaus universiteto Teorinės fizikos katedros profesorius

3 uždutis

Turime septynis varžus: $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 20 \Omega$, $R_3 = 30 \Omega$, $R_4 = 40 \Omega$, $R_5 = 50 \Omega$, $R_6 = 60 \Omega$, $R_7 = 70 \Omega$, mažos varžos elektros srovės šaltinį, kurio elektromotris lygi 6V, ir jungiamuosius laidus, į kurių elektrinę varžą galima neatsižvelgti.

- 1) Pasiūlykite visų varžų prijungimo prie šaltinio elektrinę schemą, kurioje varžas R_4 mažiausiai kaistų. Jis turi kaisti!
- 2) Kokio stiprio elektros srovė tada tekės per varžą R_1 ?
- 3) Kokį elektros srovės stiprį rodytų 1Ω varžos ampermetras, nuosekliai prijungtas prie varžo R_1 ?
- 4) Kokia įtampa tada bus varže R_7 ?
- 5) Kokią įtampą rodytų prie to varžo prijungtas voltmetras, kurio varža 500Ω ?

*3 uždutį parengė dr. Stasys Tamošiūnas,
Vilniaus universiteto Puslaidininkių fizikos katedros docentas*

Tokį 2007/2008 m.m. “Fizikos olimpo” mokomosios fizikos olimpiados 3 užduties (joje “tik” 7 varžai, o čia – 8) sprendimą 2007 10 22 pateikė VU FF II k. I gr. stud. Daumilas Ardickas:

Užduties I dalis:

N varžų (tegu $N=1,2,\dots,8$), kurių varžos $R_i = 10i \Omega$ ($i = 1,2,\dots,N$), reikia prijungti prie srovės šaltinio, kurio elektrovara $\varepsilon = 6V$, taip, kad srovė I_k ($k = 1,2,\dots,N$) būtų silpniausia, bet jos stipris nelygus 0. Šaltinio ir laidų varžos lygios 0.

Pastaba: elektros seminarų Fizikos fakulteto II kurso š.m.m. rudens semestro uždutyje buvo ir $N=6, k=3$ (rezultatą žr. 4 pav.).

Sprendimas:

Kai N nedidelis, galima perrinkti visus schemų variantus ir rasti tokias, kad I_k būtų mažiausia. Kai N didesnis, galima ieškoti schemų su kuo labiau, bet ne visai subalansuotu tilteliu.

Bet didėjant N schemų skaičius labai greitai auga, tai geriau pasirašyti programą, randančią geriausią schemą.

Schemas užrašome kaip aibes taškų, kurių kiekvieną užrašome kaip aibę varžų, esančių prie to taško. Pradėję nuo schemos tik su šaltiniu ir varžu R_1 , pridėdinėjame prie jos visais įmanomais būdais varžą R_2 , tada R_3 ir t.t. Kai jau turime visas schemas, kiekvienai iš jų apskaičiuojame visus srovių stiprius ir tikriname, ar kuri nors yra silpnesnė už jau rastą srovę.

Schemų generavimas:

Šaltinį traktuojame kaip nulinių varžų R_0 , taigi iš pradžių turime schemą $\{\{0,1\},\{0,1\}\}$.

Turėdami visas schemas su K-1 varžų, gauname visas su K varžų:

Tikriname kiekvieną schemą su K-1 varžų:

Imame kiekvieną porą schemos taškų:

Prie tos poros prijungiame varžo R_K galus (gauname lygiagretų jungimą) ir įrašome gautą schemą.

Imame kiekvieną schemos tašką:

To taško varžas visais galimais būdais suskirstome į 2 grupes:

Varžo R_K galus jungiame prie abiejų gautų taškų (gauname nuoseklų jungimą) ir įrašome gautą schemą.

Schemas surikiuojame ir išmetame pasikartojančias.

Srovių stiprių schemoje radimas:

Bet kaip susižymime srovių kryptis.

Susidarome lygčių sistemą:

Pagal pirmąją Kirchhofo taisyklę kiekvienam schemos taškui srovių stiprių suma lygi 0.

Pagal antrąją Kirchhofo taisyklę nagrinėjame visus kontūrus (pradedant nuo šaltinio):

Tikriname, ar yra kelias iš vieno varžo galo į kitą, einant tik per varžus su didesniais numeriais, negu tikrinamas varžas. Jei toks kelias yra, gauname ciklą, kurio įtampų suma lygi 0 (arba ε , jei kontūras su šaltiniu).

Gauname N+2 lygčių sistemą su N+1 nežinomuju ir ją išsprendžiame.

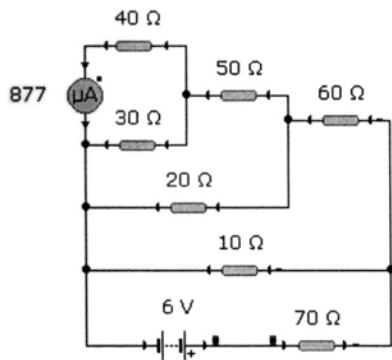
N	Schemų	t (s)	$\min(I_1)$	$\min(I_2)$	$\min(I_3)$	$\min(I_4)$	$\min(I_5)$	$\min(I_6)$	$\min(I_7)$	$\min(I_8)$
1	1	0.00	6.00×10^{-1}							
2	2	0.00	2.00×10^{-1}	2.00×10^{-1}						
3	10	0.00	1.00×10^{-1}	5.45×10^{-2}	5.45×10^{-2}					
4	98	0.01	3.75×10^{-2}	2.07×10^{-2}	2.07×10^{-2}	2.07×10^{-2}				
5	1426	0.03	5.94×10^{-3}	9.52×10^{-3}	6.63×10^{-3}	3.47×10^{-3}	6.45×10^{-3}			
6	27542	0.86	8.45×10^{-4}	1.01×10^{-3}	9.32×10^{-4}	1.02×10^{-3}	1.47×10^{-3}	4.98×10^{-4}		
7	669670	24.42	1.35×10^{-4}	1.18×10^{-4}	1.19×10^{-4}	1.16×10^{-4}	1.27×10^{-4}	1.17×10^{-4}	1.09×10^{-4}	
8	19804178	865.96	2.43×10^{-5}	1.21×10^{-5}	2.41×10^{-5}	1.26×10^{-5}	2.40×10^{-5}	1.31×10^{-5}	2.66×10^{-5}	1.33×10^{-5}

1 lentelė. Schemų skaičius, skaičiavimo laikas ir $\min(I_k)$ su visais N ir k.

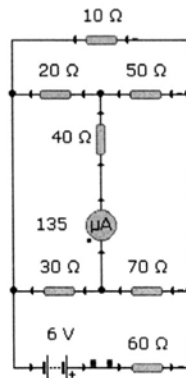
Pavyzdžiai:

1) $N = 7, k = 4$ (2007 10 13 mokomosios fizikos olimpiados užduties I dalis)

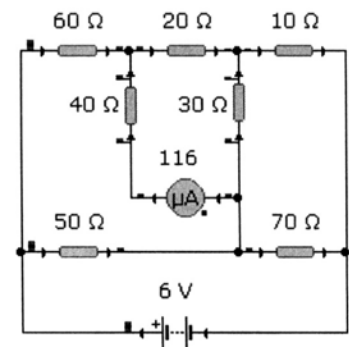
Galime ieškoti sprendinio jungdami kuo mažesnes varžas lygiagrečiai ir kuo didesnes nuosekliai. Tada geriausiu atveju gautume 1 pav. schemą. Jei ieškotume schemas su 1 tilteliu, geriausiu atveju gautume 2 pav. schemą.



1 pav. Geriausia schema be tiltelių

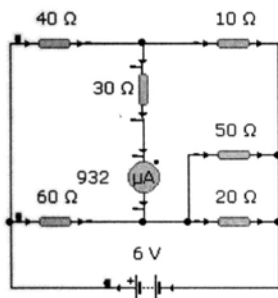


2 pav. Geriausia su 1 tilteliu



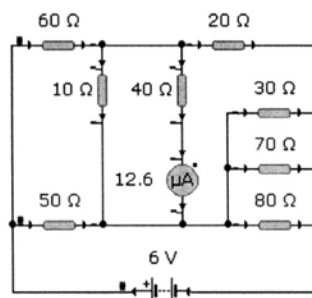
3 pav. Geriausia schema

2) $N = 6, k = 3$:



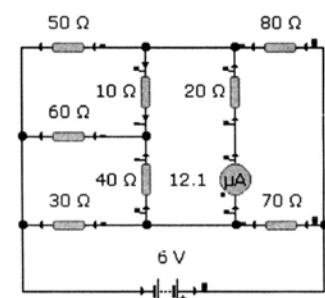
4 pav. $N = 6, k = 3$ schema

3) $N = 8, k = 4$:



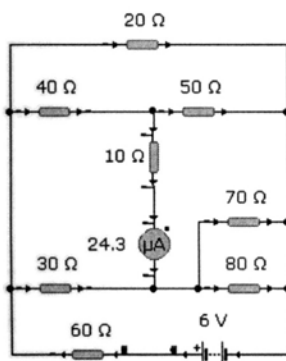
5 pav. $N = 8, k = 4$ schema

4) $N = 8, k = 2$:



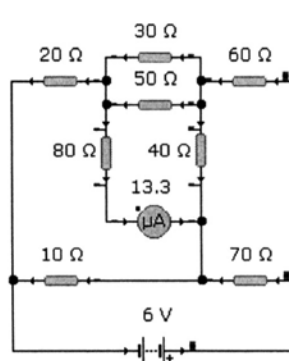
6 pav. $N = 8, k = 2$ schema

5) $N = 8, k = 1$:



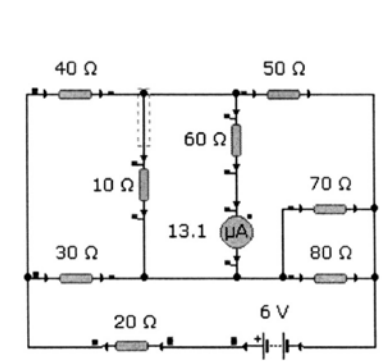
7 pav. $N = 8, k = 1$ schema

6) $N = 8, k = 8$:



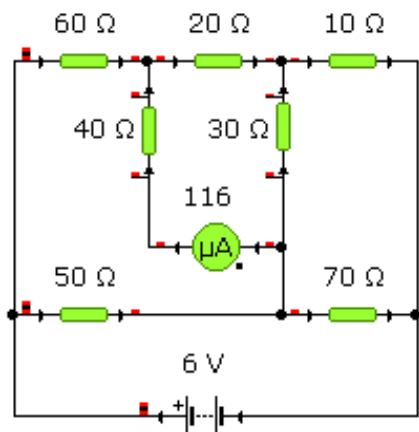
8 pav. $N = 8, k = 8$ schema

7) $N = 8, k = 6$:



9 pav. $N = 8, k = 6$ schema

Mokyklos „Fizikos olimpas“ 2007/2008 m.m. rudens sesijos mokomosios fizikos olimpiados
3 užduties sprendimo tęsinys



1) Schema, kurioje varžas R_4 mažiausiai kaista, pavaizduota 1 pav. (tai jau buvo pristatyta „Fizikos olimpo“ svetainėje). Ją galima rasti ilgai ir nuobodžiai braižant visas galimas schemas (ir neįrodant, kad ši schema geriausia) arba dar ilgiau, bet ne nuobodžiai rašant programą kompiuteriui, patikrinančią visas schemas su duotais varžais (įrodžiau, kad ši schema geriausia).

2) Kad rastume srovės stiprį I_1 , pagal Kirchhofo taisykles sudarome lygčių sistemą (srovių kryptis pasirenkame bet kaip, o jei gausime neigiamas, tai reikš, kad tos srovės teka priešinga nei pasirinkta kryptimi):

1 pav. Schema, kurioje R_4 mažiausiai kaista

$$\begin{cases} I_4 R_4 + I_5 R_5 - I_6 R_6 = 0, \\ I_4 R_4 + I_2 R_2 - I_3 R_3 = 0, \\ I_3 R_3 + I_1 R_1 - I_7 R_7 = 0, \\ I_5 R_5 + I_7 R_7 = \varepsilon, \\ I_5 = I_4 + I_3 + I_7, \\ I_4 + I_6 = I_2, \\ I_2 + I_3 = I_1. \end{cases}$$

Įsistatome $I_5 = I_3 + I_4 + I_7$, $I_2 = I_1 - I_3$, $I_6 = I_2 - I_4 = I_1 - I_3 - I_4$:

$$\begin{cases} -R_6 I_1 + (R_5 + R_6) I_3 + (R_4 + R_5 + R_6) I_4 + R_5 I_7 = 0, \\ R_2 I_1 - (R_2 + R_3) I_3 + R_4 I_4 = 0, \\ R_1 I_1 + R_3 I_3 - R_7 I_7 = 0, \\ R_5 I_3 + R_5 I_4 + (R_5 + R_7) I_7 = \varepsilon. \end{cases}$$

Išsprendę sistemą gauname $I_1 \approx 104 \text{ mA}$.

3) Išsprendžiame tą pačią lygčių sistemą vietoj R_1 įrašę $R_1 + R_A = 11 \Omega$ ir gauname $I_1 \approx 101 \text{ mA}$.

4) $U_7 = I_7 R_7 \approx 2,33 \text{ V}$.

5) Išsprendžiame tą pačią lygčių sistemą vietoj R_7 įrašę $\frac{R_7 R_V}{R_1 + R_V} \approx 61,4 \Omega$ ir gauname

$U_7 = I_7 R_7 \approx 2,26 \text{ V}$.

Sprendimą pateikė Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto II kurso studentas Daumilas Ardickas

Eksperimentinė užduotis

Tikslas:

Laidumo terpėse matavimas

Priemonės: Universalus multimetras (veikiantis ampermetro ir voltmetro režimais), du jungiamieji laidai, du srovės šaltiniai (~1.5 V), 3 indeliai, pipetė, milimetrinio popieriaus juostelė.

Terpės ir reagentai: Du skirtingo storio A4 formato popieriaus lapai, persotintas NaCl vandeninis tirpalas, persotintas valgomosios citrinos rūgšties vandeninis tirpalas, techninis vanduo.

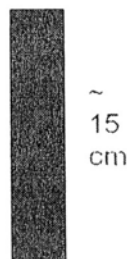
Saugumo technika

Darbo metu būtina laikytis įprastų darbo fizikinėse laboratorijose taisyklių.

1. Draudžiama taškyti tirpalus. Saugotis, kad atsitiktinai NaCl arba citrinos rūgšties tirpalas nepakliūtų į akis – pakliuvus būtina tuoj pat intensyviai plauti vandeniu.
2. Saugotis nenulaužti stiklinės pipetės – aštrūs stiklo kraštai gali sužeisti odą.
3. Dirbant multimetru ampermetro režimu, draudžiama matuoti srovę per srovės šaltinį, įjungtą be apkrovos.
4. Jungiamųjų laidų antgaliai yra aštrūs – reikia saugotis, norint nesusižeisti.

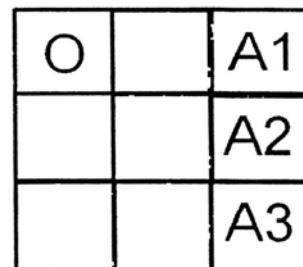
Užduotys

1. Sukurti 1 cm pločio takelį ant a) plono ir b) storo popieriaus paviršiaus, išotinus popierių persotintu NaCl vandeniniu tirpalu. Detaliai aprašyti šlapio takelio kūrimo technologiją (operacijų seką). Išmatuoti takelio varžos priklausomybę nuo takelio ilgio. Pavaizduoti abi priklausomybes grafiškai. Suskaičiuoti taip paruošto takelio specifinę (savitąją) varžą bent trijose takelio dalyse (abiem atvejais).
2. Sukurti 1 cm pločio takelį ant a) plono ir b) storo popieriaus paviršiaus, išotinus popierių persotintu citrinos rūgšties vandeniniu tirpalu. Detaliai aprašyti šlapio takelio kūrimo technologiją (operacijų seką). Išmatuoti takelio varžos priklausomybę nuo takelio ilgio. Pavaizduoti abi priklausomybes grafiškai. Suskaičiuoti taip paruošto takelio specifinę (savitąją) varžą bent trijose takelio dalyse (abiem atvejais).
3. Paruošti laidžių takelių sistemą (kaip 10x10 langelių kvadrata) pagal 2 pav. schemą ant dviejų tipų popieriaus. 1 cm² dydžio laukeliai paėiliui – šachmatine tvarka išotinami NaCl vandeniniu tirpalu ir citrinos rūgšties vandeniniu tirpalu. Detaliai aprašyti šlapio takelio kūrimo technologiją (operacijų seką).
4. Išmatuoti takelio varžos priklausomybę nuo takelio ilgio OA1, OA2, OA3, OA4, OA5, OA6, OA7, OA8, OA9, OA10 kryptimis. Pavaizduoti iš esmės besiskiriančias priklausomybes grafiškai. Suskaičiuoti specifinę taip paruošto takelio varžą.
5. Padaryti išvadas apie laidumo ir tirpalų tarpusavio sąveikos pobūdį, kai laidusis takelis suformuotas skirtingų tipų tirpalais.



1 pav.

Vienalyčio laidaus takelio formavimas



2 pav.

Nevienalyčio laidaus takelio formavimas

Elektrinė varža (R) - kūno savybė priešintis elektros srovei. Ji dar vadinama **aktyviaja varža**. Jos didumas priklauso nuo medžiagos, iš kurios sudarytas kūnas, savitosios elektrinės varžos ir kūno formos. Judėdami kūnu, krūvininkai (elektronai, jonai) sąveikauja su atomais - perduoda jiems energiją, kartu įkaitindami kūną ir naudodami šaltinio energiją. Elektrinė varža yra atvirkščiai proporcinga plotui ir tiesiog proporcinga ilgiui:

$$R = \frac{l \cdot \rho}{S},$$

NaCl –šnekamojoje kalboje druska arba valgomąja druska paprastai vadinamas natrio chloridas. Sudaro mono- ir poli-kristalus. Tirpaluose disocijavęs į katijonus ir anijonus. Katijonas – teigiamą krūvį turintis metalo jonas, pvz., Na^+ . Anijonas – neigiamą krūvį turintis nemetalo atomas Cl^- .

Citrinos rūgštis. Tai alfa ir beta hidroksirūgštis, kuri naudojama ir maistui gaminti, ir parfumerijoje. Jos yra citrinose, greipfrukuose ir apelsinuose, machorkos lapuose. Citrinos rūgštis – svarbus gyvų organizmų medžiagų apykaitos produktas. Antioksidacinis poveikis padeda maksimaliai sumažinti žalingą saulės ir aplinkos poveikį. Klinikiniais tyrimais įrodyta, kad citrinų rūgštis turi labai panašų jauninantį poveikį kaip ir kitos AHR rūgštys.

1 lentelė. Reikšmingiausios biogeninės hidroksi-karboksi-rūgštys

Formulė	Trivialusis pavadinimas	Druskų pavadinimas	pKa
$\text{CH}_3-\overset{*}{\underset{\text{OH}}{\text{C}}}-\text{COOH}$	Pieno	Laktatai	3.06
$\text{HOOC}-\text{CH}_2-\overset{*}{\underset{\text{OH}}{\text{C}}}-\text{COOH}$	Obuolių	Malatai	$\text{pK}^1\text{a} = 3,5;$ $\text{pK}^2\text{a} = 5.0$
$\text{HOOC}-\overset{*}{\underset{\text{OH}}{\text{C}}}-\overset{*}{\underset{\text{OH}}{\text{C}}}-\text{COOH}$	Vyno	Tartratai	$\text{pK}^1\text{a} = 2.93;$ $\text{pK}^2\text{a} = 4.23$
$\text{HOOC}-\text{CH}_2-\overset{\text{OH}}{\underset{\text{COOH}}{\text{C}}}-\text{CH}_2-\text{COOH}$	Citrinų	Citratai	$\text{pK}^1\text{a} = 3.1;$ $\text{pK}^2\text{a} = 4.7;$ $\text{pK}^3\text{a} = 6.4$

*Eksperimentinę užduotį parengė dr. Alytis Gruodis,
Vilniaus universiteto Bendrosios fizikos ir spektroskopijos katedros docentas*

Pastaba: Ši informacija interneto svetainėje www.olimpas.lt skelbiama nuo 2007 10 30.
Papildyta, pataisyta 2007 11 12.