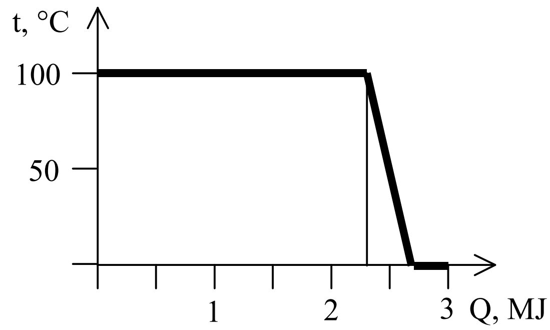
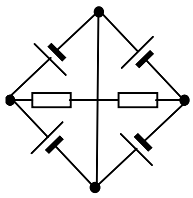
**Lietuvos moksleivių XV fizikos čempionato užduočių sprendimai**

2003 12 06, Kaunas, Klaipėda, Šiauliai, Vilnius

**1. Plonasienis guminis balionas pripildytas vandens garų. Paveiksle pateikta balione esančių vandens garų temperatūros priklausomybė nuo jo išskirto šilumos kiekio. Koks ledo kiekis susidarė proceso pabaigoje? Vandens savitoji garavimo šiluma 2,3 MJ/kg, vandens savitoji šiluma 4,2 kJ/kg K, ledo savitoji lydymosi šiluma 330 kJ/kg.**



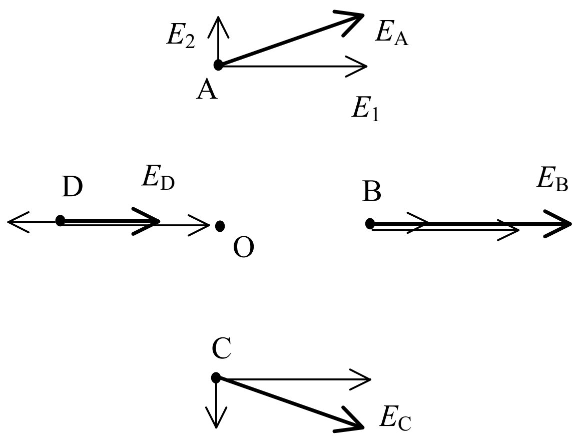

Iš paveikslo matyti, kad kondensuojantis garams (temperatūra nekinta ir lygi 100 °C) išsiskyrė 2,3 MJ šilumos, taigi, susidarė 1 kg vandens. Tas vanduo atšalo iki 0 °C, išskirdamas 0,42 MJ šilumos. Dalis vandens virto ledu, išsiskyrė (3–2,3–0,42) MJ = 0,28 MJ šilumos. Susidariusio ledo masė $m$=0,28 MJ/0,33 MJ kg$^{-1}$=0,85 kg.



**2. Pagal pateiktą paveikslą sujungta elektrinė grandinė. Kokia galia išsiskiria dešiniajame apatiniame šaltinyje? Visų šaltinių elektrovara po 1 V, jų vidaus varža po 0,1 Ω, rezistorių varža po 1 Ω, jungiamųjų laidų varža maža.**

Kadangi visi šaltiniai vienodi, vertikaliu laidu elektros srovė neteka, o per šaltinius teka vienodo stiprio $I$ elektros srovė, jos stipris lygus pusei stiprio elektros srovės, tekančios per rezistorius. Gauname: $2I = 2E/(2R+r)$, $P = I^2 r = E^2 r/(2R+r)^2$, $P = 0{,}023$ W.

**3. Atstumas tarp orinio kondensatoriaus plokštelių 4,5 cm,o įtampa tarp jų 225 V. Viduryje tarp plokštelių įtvirtintas 5· 10$^{-12}$ C taškinis elektros krūvis. Nubraižykite elektrinio lauko stiprio vektorius taškuose, esančiuose ant statmenos plokštelėms ir joms lygiagrečios tiesių 0,5 cm atstumu nuo krūvio ir apskaičiuokite tų vektorių modulius.**




Elektrinis krūvis yra taške O, o lauko stipris skaičiuojamas taškuose A, B, C ir D. Tarp kondensatoriaus plokštelių yra pastovus elektrinis laukas, kurio stipris statmenas plokštelėms ir lygus $E_1 = U/d$, $E_1 = 4900$ V/m . Taškinio krūvio sukurto lauko dydis randamas iš Kulono dėsnio, o kryptį nurodo tiesės OA, OB, OC ir OD. Gauname:

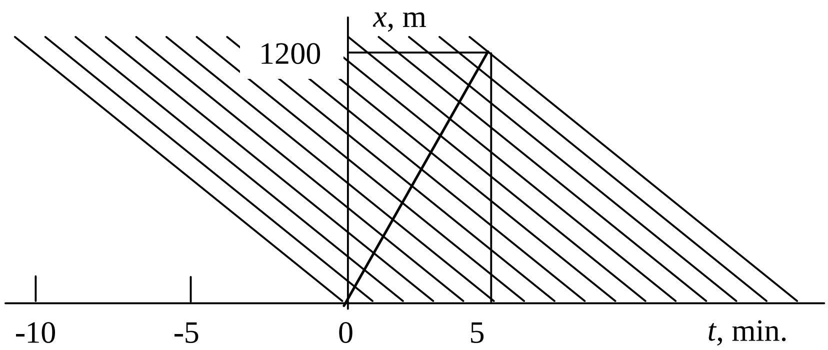
$$E_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, \quad E_2 = 1800 \text{ V/m}.$$

Lauko stipris gaunamas vektoriškai sudedant $E_1$ ir $E_2$:

$$\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2, \quad E_A = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}, E_A = 5200 \text{ V/m}$$

$$E_B = 6700 \text{ V/m}, \quad E_C = 5200 \text{ V/m}, \quad E_D = 3100 \text{ V/m},$$

**4. Marytė, sėdėdama ant upės kranto, kas minutę paleidžia į vandenį popierinį laivelį. Jonukas, plaukdamas valtimi prieš srovę, surenka sutiktus laivelius. Kiek laivelių surinks Jonukas per 5 minutes skaičiuojant laiką nuo pirmo paimto laivelio? Išspręskite uždavinį algebriškai ir grafiškai. Upės tėkmės greitis 2 m/s, valties greitis vandens atžvilgiu 6 m/s.**




Marytės paleisti laiveliai vandenyje išsidėsto vienodais atstumais $l = 2\,\text{m/s} \times 60\,\text{s} = 120\,\text{m}$. Vandens atžvilgiu per 5 minutes Jonukas nuplauks atstumą $s = 6\,\text{m/s} \times 300\,\text{s} = 1800\,\text{m}$. Taigi, jo surinktų laivelių skaičius $n = s/l + 1,\ n = 16$.

Sprendžiant uždavinį grafiškai pavaizduojame laivelių ir valties trajektorijas. Parenkame koordinačių sistemą: vertikalioje ašyje atidedame atstumą, horizontalioje – laiką, atskaitos pradžią parenkame pagal pirmojo laivelio paėmimą. Iš koordinačių pradžios išvedame tiesę, atitinkančią valties trajektoriją, kurią pratęsiame iki atstumo, kurį valtis prieš srovę nuplaukia per 5 min. (1200 m), o taip pat pirmojo laivelio trajektoriją (tiesę, kurios krypties koeficientas priešingo ženklo, negu valties trajektorijos, ir 2 kartus mažesnis pagal modulį). Lygiagrečiai tai tiesei kas minutę brėžiame lygiagrečias tieses, vaizduojančias kitų laivelių trajektorijas. Jų susikirtimo taškai su valties trajektorija ir atitinka laivelių paėmimo taškus

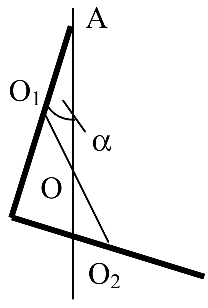
**5. Kaip byloja sena legenda, Archimedas (287–212 m. prieš Kr.), paprašytas Sirakūzų valdovo Herono, ištyrė, ar pagaminta jam karūna yra iš gryno aukso. Žinodami, kad auksakalys sukčiavo ir karūnoje sumaišė auksą ir sidabrą, turėdami dinamometrą ir indą su vandeniu nustatykite, kiek aukso ir kiek sidabro yra karūnoje. Aukso tankis $\rho_1$, sidabro $\rho_2$, vandens $\rho_0$. Tarkite, kad sulydant metalus jų tūris nekinta.**

Pasveriame lydinį ore ir nustatome jo masę *m*, po to pasveriame lydinį panardinę jį į vandenį ir taip nustatome masę *m'*, kuri lygi lydinio masės ir jo išstumto vandens masės *m''* skirtumui. Pažymime aukso masę $m_1$, sidabro masę $m_2 = m - m_1$. Tada

$$\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} = \frac{m''}{\rho_0},\ \frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m - m_1}{\rho_2} = \frac{m - m'}{\rho_0},$$

$$m_1 = \frac{m(1/\rho_0 - 1/\rho_2) - m'/\rho_0}{1/\rho_1 - 1/\rho_2},\ m_2 = \frac{m(1/\rho_1 - 1/\rho_0) + m'/\rho_0}{1/\rho_1 - 1/\rho_2}.$$

**6. Plonas vienalytis strypas sulenktas per vidurį 90° kampu ir pakabintas už vieno galo. Kokį kampą su vertikale sudarys viršutinė strypo dalis kai strypas bus pusiausviras?**




6. Kad strypas būtų pusiausviras, vertikalė, einanti per pakabinimo tašką A, turi eiti per masės centrą O, kuris dalina pusiau atkarpą, jungiančią strypo dalių vidurius $O_1$ir $O_2$. Pažymim strypo ilgį *l*, ieškomąjį kampą $\alpha$. Tada $O_1A = l/4$, $O_1O = l\sqrt{2}/8$, $\angle AOO_1 = 45° - \alpha$. Pagal sinusų teoremą gauname

$$\frac{l\sqrt{2}/8}{\sin\alpha} = \frac{l/4}{\sin(45° - \alpha)},\ \sin 45° \cos\alpha - \cos 45° \sin\alpha = \sqrt{2}\sin\alpha,\ \mathrm{tg}\alpha = 1/3,\ \alpha = 18°.$$

**7. 5 l talpos srovinio elektrinio šildytuvo galia 3000 W, naudingumo koeficientas 80 %. Į šildytuvą įteka 15 °C temperatūros vanduo ir yra pašildomas iki 85 °C temperatūros. Per kiek laiko šildytuvą įjungus vanduo jame įšyla iki 85 °C temperatūros? Kokį maksimalų tokios temperatūros vandens srautą (kg/s) gali tiekti šildytuvas? Kokios temperatūros vanduo tekės iš šildytuvo, jei jo srautas bus dvigubai didesnis už nustatytą ankstesnėje užduotyje? Vandens savitoji šiluma 4,2 kJ/kg K.**

Vandens įšilimo laiką randame iš šilumos balanso lygties:

$$t = \frac{\rho V c \left(T_2 - T_1\right)}{\eta P}, \ t = 613\,\mathrm{s} \approx 10\,\mathrm{min}\,.$$

Maksimalus karšto vandens srautas

$$d = 0{,}5\ \mathrm{l/min}\,.$$

Vandens srautui padidėjus dvigubai jo temperatūra padidės dvigubai mažiau: ne nuo 15 °C iki 85 °C, kas sudaro $\Delta T = 70\,\mathrm{K}$, o $\Delta T' = \Delta T/2 = 35\,\mathrm{K}$, t.y. iki 50 °C.

**8. Žiūrint televizijos laidas galima pastebėti, kad diktoriui iš studijos šnekantis su esančiu įvykio vietoje žurnalistu pastarasis uždelsia su atsakymais, nors iki įvykio vietos nuo studijos yra tik kelių kilometrų atstumas. Tuo tarpu šnekant iš studijos telefonu su pašnekovu, esančiu kelių tūkstančių kilometrų atstumu uždelsimo nepastebima. Paaiškinkite šį reiškinį. Savo prielaidas pagrįskite skaičiavimais.**

Pokalbiams telefonu paprastai naudojamos laidų linijos. Tokiu atveju elektromagnetinio signalo, sklindančio laidais, laiko uždelsimas išreiškiamas dvigubą atstumą tarp studijos ir žurnalisto padalinant iš šviesos greičio. Jeigu diktorius ir žurnalistas, pavyzdžiui, yra atstumu $S = 3000\,km$, atsakydamas žurnalistas uždelsia laiką

$$\Delta t_l = \frac{2S}{c} = \frac{2\cdot 3000000}{3\cdot 10^8} = 2\cdot 10^{-2}(s).$$

Televizijos vaizdas paprastai perduodamas per ryšio palydovus, esančius stacionarinėse orbitose. Tokiu atveju laiko uždelsimas

$$\Delta t_p \approx \frac{4(R_p - R_0)}{c}\ ,$$

čia $R_p$ – palydovo orbitos spindulys, $R_0$ – Žemės spindulys. Apytikslės lygybės ženklas panaudotas todėl, kad palydovas yra tiksliai virš Žemės pusiaujo, tuo tarpu diktorius ir žurnalistas yra bet kurioje Žemės paviršiaus vietoje. Palydovo orbitos spindulį $R_p$ galima apskaičiuoti prilyginus jo įcentrinį pagreitį sunkio jėgos pagreičiui ir imant 24 h apsisukimo apie Žemę periodą.

$$\frac{mV^2}{R_p} = \gamma\frac{Mm}{R_p^2}. \quad \gamma\frac{M}{R_0^2} = g; \quad \frac{mV^2}{R_p} = \frac{gmR_0^2}{R_p^2}.$$

$$V = \frac{2\pi R_p}{T}. \quad R_p^3 = \frac{gT^2R_0^2}{4\pi^2} = R_0\sqrt[3]{\frac{gT^2}{4\pi^2R_0}}.$$

$$\Delta t_p = 4\frac{R_0}{c}\left(\sqrt[3]{\frac{gT^2}{4\pi^2R_0}} - 1\right) = 4\frac{6.4\cdot 10^6}{3\cdot 10^8}\left(\sqrt[3]{\frac{9{,}8\cdot 86400^2}{4\cdot 3{,}14^2\cdot 6{,}4\cdot 10^6}} - 1\right) \approx 0{,}48(s).$$

**9. Taškinis šviesos šaltinis yra 1 m atstumu nuo ekrano. Kaip pakis artimiausio šaltiniui ekrano taško apšvieta, jei tarp šaltinio ir ekrano pastatysime 5 D lęšį 40 cm atstumu nuo šaltinio?**

Nesant lęšio nagrinėjamojo ekrano taško apšvietą aprašo formulė

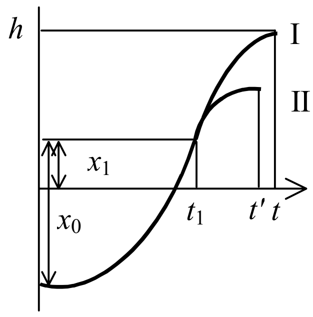
$$E = I / r^2,$$

čia $I$ – šaltinio šviesos stipris, $r$ – atstumas nuo šaltinio iki ekrano. Patalpinus lęšį, apšvietą sukuria ne pats šaltinis, o jo vaizdas. Vaizdo atstumas nuo ekrano $r' = r - f - d$, o atstumus nuo šaltinio iki lęšio $f$ ir nuo lęšio iki vaizdo $d$ apskaičiuojame iš lęšio formulės $1/f + 1/d = D$, čia $D$ – lęšio laužiamoji geba. Tada $E' = I / r'^2$, $k = E'/E = r^2 / r'^2$. Lęšio formulėje imdami $f$ = 0,4 m, $D$ = 5 D, gauname $d$=0,4 m. Tada $k$ = 25, t.y, patalpinus lęšį nagrinėjamojo ekrano taško apšvieta padidėja 25 kartus.

**10. Ant lengvos vertikalios spyruoklės uždėti du svareliai: apatinis 2 kg masės, viršutinis 5 kg masės. Svarelių spaudžiama spyruoklė sutrumpėjo 8 cm. Į kokį didžiausią aukštį ir per kiek laiko pakils apatinis svarelis staigiai nuėmus viršutinį? Kaip pakis rezultatas, jei spyruoklė bus pritvirtinta prie pagrindo, o svarelis prie spyruoklės?**

Suspaustos spyruoklės energija yra lygi ją suspaudžiant atliktam darbui: $E = F_{vid} x_0 = (m_1 + m_2) g x_0 / 2$. Nuėmus viršutinį svarelį apatinis kyla aukštyn ir pasiekia didžiausią aukštį, kai jo potencinė energija tampa lygi pradinei suspaustos spyruoklės energijai. Taigi,

$$(m_1 + m_2) g x_0 / 2 = m_2 g h, \; h = (m_1 + m_2) x_0 / 2 m_2, \; h = 14 \text{ cm}.$$




Svarelio kilimo laikui nustatyti išnagrinėkim jo judėjimo dėsningumą. Svarelio aukščio kitimą vaizduoja paveiksle pateikta I kreivė. Nuėmus viršutinį svarelį apatinis svarelis iš pradžių juda pagal harmoninių svyravimų dėsnį $y = a \cos \omega t$, čia $y$ – svarelio atsilenkimas nuo pusiausvyros padėties, $a$– svyravimo amplitudė, $\omega$ – ciklinis svyravimo dažnis. Spyruoklės tamprumo koeficientas $k = (m_1 + m_2) g / x_0$, todėl $\omega = \sqrt{k / m_2} = \sqrt{(m_1 + m_2) g / x_0 m_2}$. Pusiausvyros padėtį atitinka spyruoklės suspaudimas $x_1$, kuriam esant spyruoklės suspaudimo jėga yra lygi apatinio svarelio sunkio jėgai, t.y., $x_1 = m_2 g / k = m_2 x_0 / (m_1 + m_2)$, o svyravimo amplitudė $a = x_0 - x_1$. Judėjimo laiką pagal tokį dėsnį randame iš sąlygos $-x_1 = a \cos \omega t_1$, $t_1 = \arccos(-m_2 / m_1) / \sqrt{(m_1 + m_2) g / x_0 m_2}$, $t_1 = 0{,}096 \text{ s}$. Spyruoklei visai išsitiesus svarelis toliau kyla kaip vertikaliai aukštyn mestas kūnas ir pasiekia didžiausią aukštį per laiko tarpą $t_2 = \sqrt{2(h - x_0) / g}$, $t_2 = 0{,}111 \text{ s}$. Taigi, visas kylimo laikas $t$=$t_1$+$t_2$= 0,207 s.

Kai svarelis pritvirtintas prie spyruoklės, o spyruoklė – prie pagrindo, vyksta harmoniniai svyravimai. Judėjimą vaizduoja II kreivė. Tada maksimalus pakilimo aukštis $h' = 2a$, $h' = 9{,}14 \text{ cm}$, o kilimo laikas $t' = T/2 = \pi / \omega$, $t' = 0{,}152 \text{ s}$.

*Pastaba: ši informacija interneto svetainėje www.olimpas.lt skelbiama nuo 2004 02 18.*