Lietuvos mokinių 58-oji fizikos olimpiada, III-iasis ratas
2010 04 01-03, Vilnius

X klasės užduotys ir sprendimai

Teorinės užduotys ir spendimai

1. Parašiutininkas, kurio masė M = 100 kg, atlieka šuolį. Nuo šuolio pradžios, kai jo greitis $v = 0$, iki momento, kai išsiskleidžia parašiutas, jo greitis didėja, kol tam tikru momentu tampa pastoviu. Žinoma, kad oro pasipriešinimo jėga F, veikianti parašiutininką, yra funkcija, priklausanti nuo oro tankio ρ = 1,3 kg/m^3, greičio v, kūno skersmens r = 0,5 m ir oro pasipriešinimo koeficiento C = 1,2 tokiu būdu: $F = C \cdot \rho^{\alpha} \cdot V^{\beta} \cdot r^{\gamma}$. Raskite nusistovėjusį parašiutininko greitį u. Laisvo kritimo pagreitis g = 9,8 m/s^2.

Sprendimas.

Norint surasti α, β ir γ pasinaudojame dimensijų analize SI sistemoje:

Kadangi $[F] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$, $[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $[r] = \text{m}$, tai $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \frac{\text{kg}^{\alpha}}{\text{m}^{3\alpha}} \cdot \frac{\text{m}^{\beta}}{\text{s}^{\beta}} \cdot \text{m}^{\gamma}$. Iš čia

$\alpha = 1$; $1 = -3\alpha+\beta+\gamma$; $-2 = -\beta$. Taigi $\alpha = 1$; $\beta = 2$; $\gamma = 2$.

Dabar pasipriešinimo jėgos išraišką galima parašyti taip: $F = C \cdot \rho \cdot V^2 \cdot r^2$. Judant pastoviu greičiu u sunkio jėga lygi pasipriešinimo jėgai: $M \cdot g = C \cdot \rho \cdot u^2 \cdot r^2$. Iš čia išreiškiame u:

$$u = \sqrt{\frac{M \cdot g}{C \cdot \rho \cdot r^2}} = \sqrt{\frac{100 \cdot 9{,}8}{1{,}2 \cdot 1{,}3 \cdot 0{,}5^2}} = 50{,}1 \text{ m/s}$$

2. Cilindro formos inde plūduriuoja ledo gabalas, kuriame yra tuštumų. Lygiai pusė tokio „aisbergo“ tūrio yra po vandeniu. Ledo gabalą išėmus, vandens lygis inde sumažėjo Δh = 6 cm. Koks bendras oro tuštumų ledo gabale tūris V_t? Indo pagrindo plotas S = 200 cm^2, ledo tankis ρ_l = 917 kg/m^3, vandens tankis ρ_v = 1000 kg/m^3.

Sprendimas.

Pagal Archimedo dėsnį

$$m_l g = \rho_v g V_{iš}, \qquad (1)$$

čia m_l – gryno ledo masė, $V_{iš}$ – išstumto vandens tūris. Gabale esančio ledo tūris $V_l = V_g - V_t$, , čia V_g - viso ledo gabalo tūris, o V_t – jame esančių tuštumų tūris, kurį ir reikia surasti.

Tada ledo masė m_l lygi:

$$m_l = \rho_l (V_g - V_t). \qquad (2)$$

Išstumto vandens tūris lygus

$$V_{iš} = S\Delta h \qquad (3)$$

Be to, sąlygoje nurodyta, kad

$$V_{iš} = V_g/2. \qquad (4)$$

Iš (1)-(4) lygčių išsireiškiame oro tuštumų ledo gabale tūrį: $V_t = S\Delta h \frac{2\rho_l - \rho_v}{\rho_l}$. Taigi

$V_t \approx 1090$ cm^3.

3. Pavaizduotą elektrinę grandinę sudaro šeši rezistoriai, kurių varžos $R_1 = R_2 = R_3 = 2\ \Omega$ ir $R_4 = R_5 = R_6 = 1\ \Omega$. Kokia įtampa turi būti prijungta tarp taškų A ir B, kad tarp taškų a ir b įtampa būtų $U_{ab} = 1$ V ?

Sprendimas.

Pagal Omo dėsnį srovė stipris $I_6 = \dfrac{U_{ab}}{R_6}$. Srovės stipris $I_3 = I_6$.

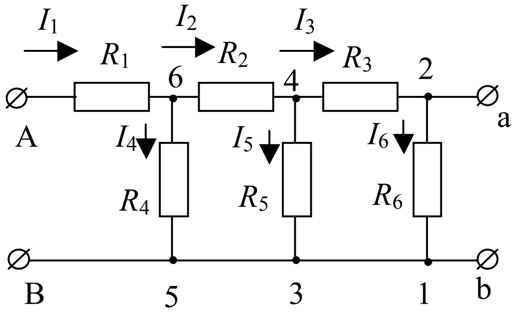
Įtampos tarp taškų 4 ir 1 bei 4 ir 3 lygios: $U_{41} = I_3(R_3 + R_6) = 3\text{ V}$, o įtampa $U_{43} = U_{41}$.

Srovių stipriai: $I_5 = \dfrac{U_{43}}{R_5} = 3\text{A}$; $I_2 = I_3 + I_5 = 4\text{A}$.

Įtampos: $U_{64} = I_2R_2 = 8\text{ V}$; $U_{63} = U_{64} + U_{43} = 11\text{ V}$; $U_{64} = U_{65}$.

Srovių stipriai: $I_4 = \dfrac{U_{64}}{R_4} = 11\text{ A}$; $I_1 = I_2 + I_4 = 15\text{ A}$.

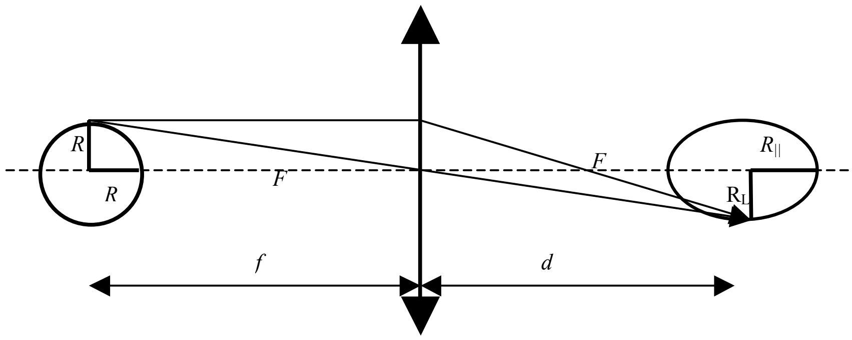
Įtampa $U_{A6} = I_1R_1 = 30\text{ V}$.



Ieškomas dydis: $U_{AB} = U_{A6} + U_{65} = 38\text{ V}$.

4. Priešais glaudžiamąjį lęšį, kurio židinio nuotolis $F = 4\text{ cm}$, padėta skaidri plonasienė sfera, kurios spindulys $R = 1\text{ cm}$. Koks bus sferos atvaizdo skersinių ir išilginių matmenų santykis, jei sferos centras yra ant lęšio pagrindinės optinės ašies dviejų židinio nuotolių atstumu nuo lęšio?

Sprendimas.
Pažymėsim atstumą nuo lęšio iki sferos centro *f*, atstumą nuo lęšio iki sferos atvaizdo centro *d*, sferos atvaizdo spindulį skersai optiniai ašiai $R_\perp$ ir išilgai optinei ašiai nuo lęšio $R_{\|+}$ bei link lęšio $R_{\|-}$.



Tada atvaizdo skersinis didinimas $\dfrac{2R_\perp}{2R} = \dfrac{d}{f}$. Iš plono lęšio formulės $\dfrac{1}{F} = \dfrac{1}{f} + \dfrac{1}{d}$, turime $d = \dfrac{Ff}{f - F}$. Kadangi *f=2F*, tai sferos atvaizdo skersinis didinimas $\dfrac{2R_\perp}{2R} = \dfrac{F}{f - F} = \dfrac{F}{2F - F} = 1$.

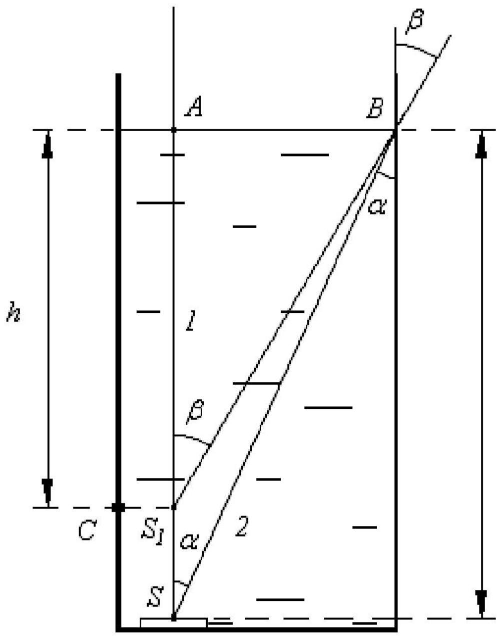
Atvaizdo išilginis didinimas $\dfrac{R_{\|+} + R_{\|-}}{2R}$. Iš lęšio formulės $\dfrac{1}{F} = \dfrac{1}{f - R} + \dfrac{1}{d + R_{\|+}}$, ir $R_{\|+} = \dfrac{F(f - R)}{f - F - R} - \dfrac{Ff}{f - F} = \dfrac{R}{1 - R/F}$. Panašiai $\dfrac{1}{F} = \dfrac{1}{f + R} + \dfrac{1}{d - R_{\|-}}$ ir $R_{\|-} = \dfrac{R}{1 + R/F}$. Tada sferos atvaizdo išilginis didinimas $\dfrac{R_{\|+} + R_{\|-}}{2R} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{1 - R/F} + \dfrac{1}{1 + R/F}\right) = \dfrac{1}{1 - (R/F)^2}$ ir sferos atvaizdo skersinių ir išilginių matmenų santykis $\dfrac{2R_\perp}{R_{\|+} + R_{\|-}} = 1 - \left(\dfrac{R}{F}\right)^2 = \dfrac{15}{16}$.

Eksperimentinė užduotis (20 taškų)

Užduotis:
Išmatuokite duoto skysčio absoliutinį lūžio rodiklį.
Priemonės:
Plonasienė stiklinė su skysčiu, moneta, liniuotė ir balto popieriaus lapas.

Eksperimento atlikimas

Į stiklinės dugną panardiname monetą. Paveiksle monetos viršaus centras pažymėtas tašku S. Iš šio taško brėžiame du spindulius: vieną statmeną skysčio paviršiui, o kitą kritimo kampu α. Pirmasis spindulys išeis į orą nelūždamas, o antrasis - lūš kampu β. Į mūsų akį ateina abu šie spinduliai, todėl mums atrodys, kad moneta yra taške S_1. Taigi taškas S_1 yra taško S tariamasis vaizdas.



Šviesos lūžio dėsnis yra:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_{oro}}{n_{skys}}, \qquad (1)$$

čia n_{oro} – oro absoliutinis lūžio rodiklis, n_{skys} – skysčio absoliutinis lūžio rodiklis. Kadangi $n_{oro} \approx 1$, tai skysčio absoliutinį lūžio rodiklį išreiškiame lygtimi:

$$n_{skys} = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} \qquad (2).$$

1 sprendimo būdas: Jeigu kritimo kampas yra labai mažas, tada (2) lygybę galima perrašyti taip:

$$n_{skys} \cong \frac{tg\beta}{tg\alpha} \qquad (3).$$

Iš stačiųjų trikampių S_1AB ir SAB gauname:

$$tg\beta = \frac{AB}{h} \quad (4) \qquad \text{ir} \qquad tg\alpha = \frac{AB}{H} \quad (5).$$

Atsižvelgę į (3), (4) ir (5), gauname:

$$n_{skys} \cong \frac{\frac{AB}{h}}{\frac{AB}{H}} \cong \frac{H}{h} \qquad (6).$$

Iš (6) lygties išraiškos matyti, kad, norint nustatyti skysčio absoliutinį lūžio rodiklį, reikia išmatuoti pripilto skysčio gylį H ir jo tariamąjį gylį h.

2 sprendimo būdas. Randame kampų sinusus, panaudotus (2) lygtyje:

$$\sin\beta = \frac{AB}{BS_1} \quad (7) \qquad \text{ir} \qquad \sin\alpha = \frac{AB}{BS} \quad (8).$$

Tada iš (2) lygties, atsižvelgę į (7) ir (8), turėsime:

$$n_{skys} = \frac{\frac{AB}{BS_1}}{\frac{AB}{BS}} = \frac{BS}{BS_1}\,. \tag{9}$$

Jeigu priimsime, kad kampai α ir β maži ir artėja į nulį, tai tada BS artėja į H, o BS_1 į h. Atsižvelgę į tai, (9) lygtį galime užrašyti tokiu pavidalu:

$$n_{skys} \cong \frac{H}{h} \qquad (10).$$

Iš (10) lygties išraiškos matyti, kad, norint nustatyti skysčio absoliutinį lūžio rodiklį, reikia išmatuoti pripilto skysčio gylį H ir jo tariamąjį gylį h.

Balto popieriaus lapą padėję ant stalo, ant jo pastatome stiklinę su skysčiu. Monetą panardiname į skystį. Iš viršaus, statmena skysčio paviršiui kryptimi, žiurime į stiklinės dugne esančią monetą ir tuo pačiu metu į liniuotę, horizontaliai priglaustą prie išorinės stiklinės sienelės. Liniuotę stumdome stiklinės išorinės sienelės paviršiumi aukštyn ir žemyn tol, kol pamatome, kad liniuotė ir monetos viršutinė dalis atrodys esančios vienoje plokštumoje. Tada atstumas nuo skysčio paviršiaus iki ore laikomos liniuotės taško C (pav.) bus lygus h. Atstumą h ir skysčio gylį H išmatuojame liniuote. Išmatavus h ir H dydžius, taikydami (6) arba (10) lygtį apskaičiuojame lūžio rodiklį n_{skys} .

Užduotį parengė KTU Fizikos katedros docentai: V. Minialga ir L Marcinauskas,
vadovaudamiesi docentų T. Giedrio ir P.P. Žvirblio metodiniais patarimais.