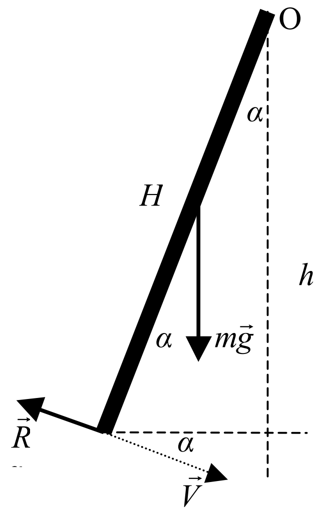
Lietuvos mokinių 58-oji fizikos olimpiada, III-iasis ratas
2010 04 01-03, Vilnius

XII klasės užduotys ir sprendimai

Teorinės užduotys ir spendimai (50 taškų)

1. Aukštas cilindro formos bakas, kurio skersmuo $d = 5$ cm, užpildytas skysčiu ir pakabintas ant horizontalios ašies O, einančios per jo viršų. Šoninėje sienelėje arti bako dugno yra skylutė, pro kurią išteka skystis. Skysčio lygis bake yra palaikomas. Bakas yra atsilenkęs nuo vertikalės kampu $\alpha = 5^\circ$. Raskite bako skylutės plotą.

Sprendimas.



Pažymėsime bako aukštį *H*, skysčio tankį *ρ,* ištekančio skysčio greitį *V.* Tuomet skysčio masė bake $M = \frac{1}{4}\pi d^2 H\rho$, o skysčio, ištekančio iš bako per laiką *t*, masė $m = \rho SVt$.

Ištekantis skystis sukelia reaktyvinę jėgą *R.* Ją rasime iš reaktyvinės jėgos impulso ir ištekančio skysčio judesio kiekio tvermės dėsnio: $Rt = mV$. Vadinasi, $R = \rho SV^2$.

Kadangi bakas yra pusiausvyras, jį veikiančių jėgų (sunkio $M\vec{g}$ ir reaktyvinės $\vec{R}$) momentų suma yra lygi nuliui:

$$HR - \frac{1}{2}HMg\sin\alpha = 0, \quad R = \frac{1}{2}Mg\sin\alpha .$$

Ištekančio skysčio greitį rasime iš energijos tvermės dėsnio (skystis nusileidęs iš aukščio $h = H\cos\alpha$ įgyja kinetinę energiją): $mgH\cos\alpha = \frac{mV^2}{2}$. Iš čia $V^2 = 2gH\cos\alpha$ ir $R = 2\rho gSH\cos\alpha$.

Vadinasi, $2\rho gSH\cos\alpha = \frac{1}{8}\pi d^2 H\rho g\sin\alpha$.

$\boxed{S = \frac{1}{16}\pi d^2 \mathrm{tg}\alpha}$.

$\boxed{S \approx 0{,}43\ \mathrm{cm}^2}$.

2. Du vienodi uždari vertikalūs cilindrai užpildyti tuo pačiu (nemažu) kiekiu vandens ir helio dujų. Tarp vandens ir dujų yra plonas nesvarus stūmoklis. Cilindrų aukščiai $H = 1\,\mathrm{m}$, pradinės temperatūros $t = 0^\circ\mathrm{C}$ ir slėgiai lygūs atmosferos slėgiui. Iš pirmojo cilindro atėmė tokį šilumos kiekį, kad visas vanduo sušalo ir atidavė tą šilumos kiekį antrajam cilindrui. Pasirodė, kad helio slėgis cilindruose vėl yra vienodas. Raskite vandens aukštį h cilindruose. Ledo tankis ρ_l = 0,9·10^3 kg·m^{-3}, vandens tankis ρ_v = 1,0·10^3 kg·m^{-3}, savitoji ledo lydymosi šiluma λ = 3,4×10^5 J·kg^{-1}, savitoji vandens šiluma c = 4,2·10^3 J·(kg·K)$^{-1}$. Vandens šiluminio plėtimosi nepasyti.

Sprendimas.

Atsižvelgdami į tai, kad sąlygoje paminėtas nemažas vandens kiekis, tarsime, kad vandens masė yra žymiai didesnė negu helio. Tada galima laikyti, kad visi šilumos kiekiai, susiję su heliu, yra menki ir į jas galima neatsižvelgti, o helis visada turės vandens temperatūrą.

Pažymėsime: vandens kiekis m, ledo aukštis cilindre l, pradinis slėgis p_0, antrojo cilindro temperatūros pokytis Δt. Pradinė temperatūra $T_0 = 273\,K$.

Pirmajame cilindre temperatūra nesikeitė, o helio slėgis pasikeitė, nes ledas užima didesnį tūrį negu vanduo, tuomet $p = p_0 \dfrac{H-h}{H-l}$. Ledo aukštį l išreikškime per vandens aukštį h: $l = h\dfrac{\rho_v}{\rho_l}$.

Vandeniui sušaldyti iš jo reikia atimti šilumos kiekį $Q = m\lambda$, perduodant jį kitam cilindrui. Tada $Q = mc\Delta t$. Iš čia $\Delta t = \dfrac{\lambda}{c}$.

Sušilus heliui jo temperatūra pasikeitė, vadinasi pasikeitė ir slėgis, bet tūris nepasikeitė. Tuomet $\dfrac{p_0}{T_0} = \dfrac{p}{T_0 + \Delta t}$ ir $p = p_0 \dfrac{T_0 + \Delta t}{T_0}$. Kadangi slėgiai cilindruose vienodi, tai

$$\frac{T_0 + \dfrac{\lambda}{c}}{T_0} = \frac{H-h}{H - h\dfrac{\rho_v}{\rho_l}}.$$

Iš čia randame vandens aukštį

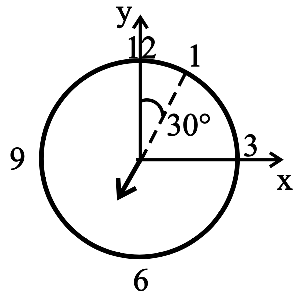
$$h = \frac{H\lambda}{cT_0}\left(\frac{\rho_v}{\rho_l} + \frac{\rho_v\lambda}{\rho_l c T_0} - 1\right)^{-1} \text{ ir } \boxed{h = H\left(\frac{\rho_v}{\rho_l} + \frac{\rho_v - \rho_l}{\rho_l}\cdot\frac{cT_0}{\lambda}\right)^{-1}}.$$

$\boxed{h \approx 0{,}67\,\mathrm{m}}$.

Matome, kad vanduo užima daugiau negu 2/3 cilindro tūrio, vadinasi jo masė kelis tūkstančius kartų didesnė negu helio, turinčio atmosferos slėgį, masę. Į šilumos kiekį, reikalingą jam sušildyti tikrai galima neatsižvelgti, nes fizikinių dydžių skaitinės vertės duotos tik dviejų ženklų tikslumu.

3. Taškiniai teigiami elektros krūviai 1*q*, 2*q*, 3*q*, ..., 11*q*, 12*q* išdėstyti apskritimu atitinkamose laikrodžio ciferblato skaičių vietose. Kiek valandų rodys laikrodis, jei valandų rodyklės kryptis sutaps su elektrinio lauko stiprio kryptimi?

Sprendimas



Pasirenkame nurodyta koordinačių sistemą. Sudarome lentelę, kurioje surašome elektrinio lauko stiprio projekcijas $E_{xi} = E_i \cos\alpha$ ir $E_{yi} = E_i \sin\alpha$, kurias sukuria kiekvienas krūvis laikrodžio centre, kampą α matuojant nuo y-ašies. Ieškomą kampą, kurį sudaro lauko stiprio kryptis su y-ašimi, pažymėsime β. Lauko stiprį matuojame sąlyginiais vienetais $\left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = 1\right)$, čia R – apskritimo spindulys. Tada $E_i = i$.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Suma
E_{xi}	-0,50	-1,73	-3,00	-3,46	-2,50	0,00	3,50	6,93	9,00	8,66	5,50	0,00	22,39
E_{yi}	-0.87	-1,00	0,00	2,00	4,33	6,00	6,06	4,00	0,00	-5,00	-9,53	-12,00	-0,60

Susumavę visas projekcijas, randame suminio lauko projekcijas $E_x = 22{,}39$ ir $E_y = -0{,}60$.

Kampas, kuri sudarys lauko stiprio veikimo kryptis su y-ašimi, $\beta = \mathrm{arctg}(E_x / E_y) + n\pi$.

$$\beta = \mathrm{arctg}\left(\frac{22{,}39}{-6{,}00}\right) + n\pi = -75^\circ + n\pi .$$

Iš projekcijų ženklų matome, kad reikia imti $n = 1$. Vadinasi, $\beta = 105^\circ$.

Tai atitinka $\boxed{\text{3 val. ir 30 min.}}$

Galima nesudarinėti lentelės. Pažymėkime kampa tarp krypčių į gretimus krūvius $\alpha = 30^\circ$. Krūviai, esantys priešinguose skersmens galuose sukelia priešingos krypties lauko stiprius, o jų skirtumas visada lygus 6*q*. Vadinasi, užtenka susumuoti šešių porų krūvių lauko stiprio projekcijas (pradedame nuo vertikalaus skersmens pagal laikrodžio rodyklę):

$$E_x = 6\cdot(0 + \sin\alpha + \cos\alpha + 1 + \cos\alpha + \sin\alpha) = 6\cdot(2\sin\alpha + 2\cos\alpha + 1),$$

$$E_y = 6\cdot(-1 + \cos\alpha + \sin\alpha + 0 - \sin\alpha - \cos\alpha) = -6 .$$

$\mathrm{tg}\beta = -(2\sin\alpha + 2\cos\alpha + 1)$. Iš čia nesunku apskaičiuoti β.

Tačiau atsakymą galima gauti ir be kalkuliatoriaus, pasinaudojus tuo, kad $\sin\alpha = 1/2$.

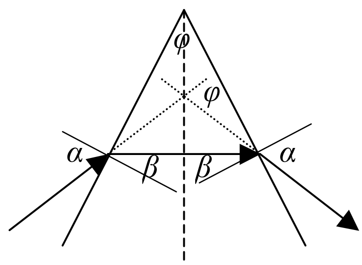
$$2\sin\alpha + 2\cos\alpha + 1 = 2(\cos\alpha + 1) = 4\cos^2(\alpha/2) = \frac{\cos^2(\alpha/2)}{0{,}5\sin\alpha} = \frac{\cos^2(\alpha/2)}{\sin(\alpha/2)\cos(\alpha/2)} = \mathrm{ctg}(\alpha/2) =$$
$$= \mathrm{tg}(\pi/2 - \alpha/2),$$

Vadinasi, $\mathrm{tg}\beta = -\mathrm{tg}(\pi/2 - \alpha/2)$ ir $\beta = -75^\circ + n\pi$.

Šiuo atveju atsakymas yra visiškai tikslus, nes gautas be skaitmeninių skaičiavimų.

4. Stiklinį diską supjaustė į $N = 7$ vienodų sektorių. Juos išvertė smailais kampais į išorę taip, kad susidarė taisyklinga žvaigždutė. Pasirodė, kad galima taip paleisti šviesą žvaigždutėje, jog spindulys sudarytų uždarą simetrinį daugiakampį su centru žvaigždutės centre. 1) Raskite stiklo lūžio rodiklį. 2) Ar galima panašią žvaigždutę padaryti iš deimanto $(n_{\text{deim}} \approx 2{,}4)$? 3) Ar galima padaryti ją iš gintaro $(n_{\text{gint}} = 1{,}5 \pm 0{,}1)$?

Sprendimas.



1) [5 balai] Sektoriai veikia kaip prizmės su viršūnės kampu $\varphi = \dfrac{2\pi}{N}$. Tam, kad spindulys sudarytų uždarą liniją, kiekviena prizmė turi pasukti jį kampu φ, o kiekvienoje prizmėje spindulys turi sklisti simetriškai, t. y. statmenai jos simetrijos ašiai. Pasinaudojame lūžio dėsniu $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$ (žiūr. brėž.). Iš brėžinio $\varphi = 2(\alpha - \beta)$ (φ - išorinis trikampio kampas, t.y. prizmės viršūnės kampas), o $\beta = \varphi/2$ (kaip kampai su atitinkamai statmenomis kraštinėmis). Iš dviejų paskutiniųjų lygybių matome, kad $\alpha = \varphi$. Tuo būdu

$n = \dfrac{\sin\varphi}{\sin(\varphi/2)}$, $n = \dfrac{2\sin(\varphi/2)\cos(\varphi/2)}{\sin(\varphi/2)}$, čia pasinaudojome trigonometriniu sąryšiu $\sin\varphi = 2\sin(\varphi/2)\cos(\varphi/2)$. Taigi, $n = 2\cos(\varphi/2)$. Pasinaudojame jau surasta φ išraiška:

$$\boxed{n = 2\cos\frac{\pi}{N}},\ \boxed{n \approx 1{,}8.}$$

2) [2 balai] Kadangi $n_{\text{deim}} > 2$, tai žvaigždutės padaryti negalima, nes visada $\cos\varphi \le 1$.

Iš deimanto padaryti negalima.

3) [3 balai] Kai sektorių skaičius $N = 5$, lūžio rodiklis turi būti $n \approx 1{,}62$. Tokio gintaro nerasime.

Kai sektorių skaičius $N = 4$, lūžio rodiklis turi būti $n \approx 1{,}41$. Matome, kad galima rasti gintarą su tokiu lūžio rodikliu. Tačiau tuomet $\varphi = \dfrac{2\pi}{4}$, o tai ne žvaigždutė, o kvadratas. Šviesos kritimo kampas į tokios prizmės paviršių būtų $\dfrac{\pi}{2}$, t. y. šviesa turės sklisti išilgai kvadrato kraštinės ir gauti reikalingą uždarą trajektorija nepavyks.

Iš gintaro padaryti negalima.

5. Spindulio $r = 1{,}0\,\text{cm}$ izoliuotas metalinis rutuliukas apšviečiamas bangos ilgio $\lambda_1 = 320\ \text{nm}$ šviesa. Į rutuliuką krintančios šviesos galia $P_1 = 0{,}9\ \text{mW}$. Tarkime, kad tik vienas iš milijono kritusių fotonų sukelia fotoefektą ir tai nepriklauso nuo šviesos bangos ilgio, jeigu fotoefektas yra įmanomas. Metalo fotoefekto raudonoji riba $\lambda_0 = 620\ \text{nm}$, elektrono krūvis $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}$, elektrono masė $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}$, šviesos greitis $c = 3{,}0 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}$, elektrinė konstanta $\varepsilon = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \text{F/m}$, Planko konstanta $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}$.

1) Kokiai spektro daliai priklauso naudojama šviesa?

2) Ar vyktų fotoefektas, rutuliuką apšvietus raudonąja šviesa?

3) Koks yra išlekiančių elektronų greitis?

4) Kiek elektronų N_1 rutuliukas praras per laiką $t_1 = 1{,}1\,\text{ms}$ nuo apšvietimo pradžios?

5) Įvertinkite, kokį krūvį q_x rutuliukas turės praėjus laikui $t_x = 1\,\text{s}$ nuo apšvietimo pradžios?

6) Kodėl sunku nustatyti tikrąjį rutuliuko krūvį?

Šviesos šaltinį pakeitė lazeriu, kurio bangos ilgis $\lambda_2 = 600\ \text{nm}$ ir spinduliuotės galia $P_2 = 2\ \text{W}$, o rutuliuką įžemino.

7) Raskite srovės, tekančios įžeminimo laidu, stiprį I_2.

Lazerį pakeitė kitu, kurio šviesos galia $P_3 = 3\ \text{W}$.

8) Kodėl nepasikeitė srovės stipris laide?

9) Kokios spalvos šviesą skleidžia šis lazeris?

Sprendimas.

1) [1 balas] Regimoji šviesa turi bangos ilgius diapazone $380\,\text{nm} \le \lambda_{\text{reg.šv.}} \le 760\,\text{nm}$. Naudojamos šviesos bangos ilgis $\lambda_1 = 320\ \text{nm}$ yra nežymiai trumpesnis, negu regimosios šviesos bangos ilgis.

Vadinasi, $\boxed{\lambda_{\text{reg.šv.}} > \lambda_1}$ tai $\boxed{\text{artimojo ultravioleto šviesa}}$.

2) [1 balas] Šio metalo fotoefekto raudonoji riba $\lambda_0 = 620\ \text{nm}$, o raudonoji šviesa turi bangų ilgius $630\,\text{nm} \le \lambda_{\text{raud.šv.}} \le 760\,\text{nm}$. Vadinasi, $\boxed{\lambda_{\text{raud.šv.}} > \lambda_0}$ ir $\boxed{\text{fotoefekto nebus}}$.

3) [1 balas] Pagal Einšteino formulę $h\nu = A + \frac{mV^2}{2}$, čia $\nu = \frac{c}{\lambda}$ - krintančios šviesos dažnis, $A = \frac{hc}{\lambda_0}$ - išėjimo darbas, V – ieškomas greitis. $\boxed{V = \sqrt{\frac{2hc(\lambda_0 - \lambda_1)}{m\lambda_0\lambda_1}}}$, $\boxed{V \approx 810\ \text{km/s}}$.

4) [1 balas] $N_1 = 10^{-6} n_1 t_1$, kur $n_1 = \frac{P_1}{E_{1f}}$ fotonų skaičius, krintančių į rutuliuką per laiko vienetą, ir vieno fotono energija $E_{1f} = h\nu_1 = \frac{hc}{\lambda_1}$. Vadinasi $n_1 = \frac{P_1\lambda_1}{hc}$. Po laiko t_1

$\boxed{N_1 = 10^{-6}\frac{P_1\lambda_1 t_1}{hc}}$, $\boxed{N_1 = 1{,}6 \cdot 10^{6}}$.

5) [2 balai] Analogiškai skaičiuojant, po $t_x = 1\,\text{s}$ rutuliukas turėtų prarasti maždaug $N \approx 1{,}5 \cdot 10^9$ elektronų. Tačiau, ar tai įmanomą? Praradęs elektronus, rutuliukas įgys potencialą φ ir pradės stabdyti išlekiančius elektronus. Tokiu atveju Einšteino fotoefekto dėsnis atrodys taip (V_∞ – elektrono greitis begalybėje):

$$\frac{hc}{\lambda} = A + \varphi e + \frac{mV_\infty^2}{2}.$$

Galu gale bus pasiektas toks rutuliuko krūvis, kad $V_\infty = 0$. T. y. išmušti elektronai grįš atgal į rutuliuką, ir jo krūvis nustos keistis. Tada

$\dfrac{hc}{\lambda_1} = \dfrac{hc}{\lambda_0} + \varphi e$, kur $\varphi = \dfrac{N_x e}{4\pi\varepsilon_0 r}$. Iš čia

$$N_x = \frac{4\pi\varepsilon_0 rhc(\lambda_0 - \lambda_1)}{e^2\lambda_0\lambda_1} \approx 13 \cdot 10^6.$$

Sulyginę šia vertę su N_1, matome, kad toki elektronų kiekį rutuliukas praras maždaug per 9 ms. Vadinasi, po to jo krūvis $q_x = eN_x$ nesikeis

$$\boxed{q_x = \frac{4\pi\varepsilon_0 rhc(\lambda_0 - \lambda_1)}{e\lambda_0\lambda_1}}, \quad \boxed{q_x \approx 2{,}1 \cdot 10^{-12}\ \text{C.}}$$

6) [1 balas] Iš tikrųjų rutuliukas turės didesnį teigiama krūvį, nes išlekiantieji iš jo ir grįžtantieji elektronai sudarys debesėlį. Rastas krūvis yra rutuliuko krūvio ir elektronų debesėlio algebrinė suma.

Dėl elektronų debesėlio aplink rutuliuką egzistavimo.

7) [1 balas] Srovė lygi krūviui, pratekančiam per laiko vienetą. Galime pasinaudoti formule, gauta 2) punkte:

$$\boxed{I_2 = 10^{-6}\frac{P_2\lambda_2}{hc}e}, \quad \boxed{I_2 \approx 0{,}97 \cdot 10^{-6}\ \text{A}}.$$

8) [1 balas] Jeigu nepasikeitė srovės stipris, vadinasi, nepasikeitė krentančių fotonų skaičius. Tai įmanoma, tik jeigu spinduliuotės fotonų energijos padidėjo proporcingai šviesos galiai.

9) [1 balas] Rasime naujojo lazerio šviesos bangos ilgį. Kadangi išspinduliuojamų per laiko vienetą fotonų skaičius $N = \dfrac{P\lambda}{hc}$ nepasikeitė, $\dfrac{P_2\lambda_2}{hc} = \dfrac{P_3\lambda_3}{hc}$, $\lambda_3 = \dfrac{P_2}{P_3}\lambda_2 = 400\ \text{nm}$. Ši vertė yra labai arti prie trumpiausio regimos šviesos bangos ilgio 380 nm.

Vadinasi, $\boxed{380\ \text{nm} < \lambda_3 = 400\ \text{nm}}$ ir tai yra violetinė šviesa.

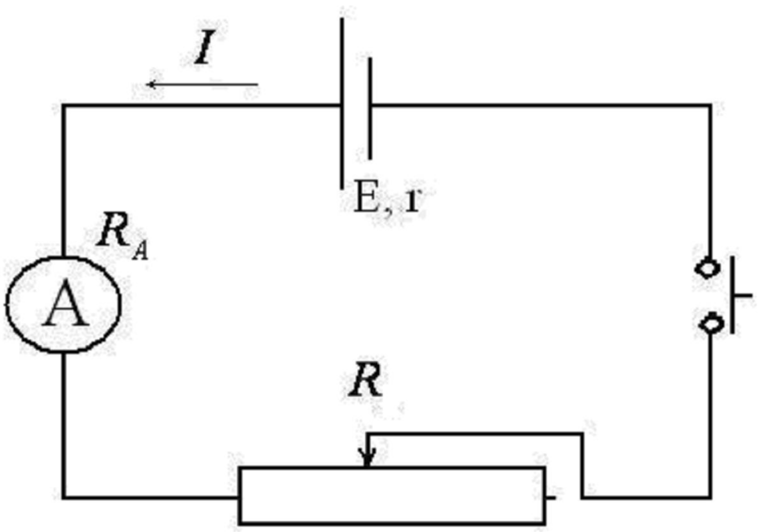
Eksperimentinė užduotis (20 taškų)

Teoriškai apskaičiuokite ir eksperimentiškai patikrinkite nuolatinės srovės šaltinio galios, išsiskiriančios išorinėje grandinėje(reochordoje), didžiausią vertę, randant ją grafiškai.

Priemonės: **nuolatinės srovės šaltinis(vidaus varža r ir elektrovara E yra nežinomi), ampermetras (R_A<r), žinomos varžos reochorda, jungiklis, jungiamieji laidai, liniuotė, milimetrinio popieriaus lapas.**

Sprendimas

Sujungiame 1 pav. parodytą nuolatinės srovės grandinę:



Pav. 1

Galia išorinėje nuolatinės srovės grandinėje

$$P = I^2 R_S = I^2 R + I^2 R_A \qquad (1)$$

čia R - įjungtos į grandinę reochordos vielos dalies varžos vertė. Varžos R reikšmę nustatysime išmatavę liniuote reochordos vielos dalies, įjungtos į grandinę ilgį l.

Tuomet

$$R = \frac{l}{l_0} R_0 \qquad (2)$$

čia l_0- reochordos vielos pilnas ilgis, R_0 -pilna reochordos varža, jos vertė yra nurodyta. Galios, išsiskiriančios reochordoje, priklausomybę nuo varžos R galima nustatyti tiesiogiai pamatavę srovės I ir varžos R vertes. Bet šiuo atveju liks neįskaityta galios dalis išsiskirianti ampermetro varžoje.

Pasinaudoję Omo dėsniu uždarajai grandinei, gauname:

$$P = \frac{E^2(R+R_A)}{(R+R_A+r)^2} = \frac{E^2 R_S}{(R_S+r)^2} \qquad (3)$$

čia $R_S = R_A + R$, E - šaltinio elektrovara, r - jo vidinė varža.

Atlikę nesudėtingus algebrinius išraiškos (3) pertvarkymus, gauname kvadratinę, atžvilgiu R_S , lygtį:

$$R_S^2 - 2(\frac{E^2}{2P} - r)R_S + r^2 = 0 \qquad (4)$$

Tuomet iš (4) seka, kad ta pati galios reikšmė išorinėje grandinėje išsiskirs esant išorinės grandinės reikšmėms R_{S1} , ir R_{S2} , kur

$$R_{S1,2} = \frac{E^2}{2P} - r \pm \frac{E}{2P}\sqrt{E^2 - 4\mathrm{Pr}} \qquad (5)$$

Šios varžos reikšmės artėja viena prie kitos didėjant P ir R_{S1} tampa lygi R_{S2} , kai galia P pasiekia didžiausią vertę:

$$P_{\max} = \frac{E^2}{4r} \qquad (6)$$

Iš (6) seka, kad išorinėje grandinėje didžiausia galia išsiskiria, kai

$$R_A + R = r \qquad (7)$$

ir tuomet didžiausia galia reochordoje išsiskirs, kai jos varža bus lygi sumai R_A+r, kurią pasižymime R'

$$R' = R_A + r \qquad (8)$$

Šaltinio elektrovaros E ir varžų sumą R' nustatysime pamatavę srovės

Stiprį, esant dviems skirtingoms reochordos vielos varžos reikšmėms R_1 , R_2. Tuomet gauname dviejų lygčių sistemą:

$$\begin{aligned} I_1 R_1 + I_1 R' &= E \\ I_2 R_2 + I_2 R' &= E \end{aligned} \qquad (9)$$

Jeigu varžas R_1 ir R_2 parinksime taip, kad išsipildytų sąlyga $I_1=2I_2$, tai iš (9) gauname:

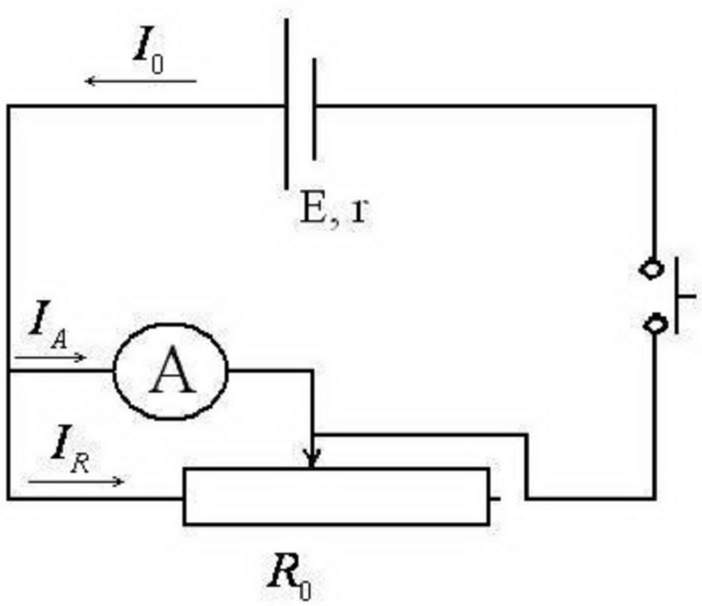
$$R' = R_A + r = R_2 - 2R_1 \qquad (10)$$

$$E = I_1(R_2 - R_1)$$

Varža R' turi tokią reikšmę, jog ampermetru galima išmatuoti srovę grandinėje, kai $R_1=0$.

Tuomet $R' = R_2$ ir $E=IR_2$

Šaltinio vidinę varžą, (kartu ir ampermetro varžą R_A) nustatysime, sujungę schemą parodytą 2 pav.



Pav.2

Užrašome uždaros grandinės Omo dėsnį 2 pav. parodytai schemai:

$$E = I_0\left(r + \frac{RR_A}{R + R_A}\right) \qquad (11)$$

Kadangi $I_0 = I_A + I_R$, $R_A = R' - r$ ir $I_A R_A = I_R R$ lygybę (11) perrašome taip:

$$E = I_A\left(1 + \frac{R' - r}{R}\right) \times \left[r + \frac{R(R' - r)}{R + R' - r}\right] \qquad (12)$$

Atlikę išraiškoje (12) algebrinius pertvarkymus, gauname antrosios eilės, atžvilgiu r, lygtį:

$$r^2 - R'r - \left(R' - \frac{E}{I_A}\right)R = 0 \qquad (13)$$

Šios lygties sprendinių

$$r_{1,2} = \frac{R'}{2} \pm \sqrt{\frac{R'^2}{4} + R'R - \frac{E}{I_A}R} \qquad (14)$$

Suma $$r_1 + r_2 = R' \qquad (15)$$

Iš (8) ir (15) lygybių seka, kad tuo atveju, kai šaltinio vidinė varža r = r_1, tai $R_A = r_2$ ir atvirkščiai. Iš uždavinio sąlygos seka, kad iš r_1 ir r_2 reikšmių didesnioji atitinka tiriamojo šaltinio varžą. Šią reikšmę įstatome į (6) išraišką ir suskaičiuojame ieškomąjį dydį P_{max} .

Gauto rezultato teisingumą patikriname taip. Kadangi $R_A = r_2$ *(*$r_2 < r_1$*),* tai, suskaičiavę R_A, grįžtame prie 1 pav. schemos. Pamatuojame srovės stiprį I, keičiant R reikšmes. Nubrėžiame P= f (R) grafiką, pavaizduotą 3 pav. Šiame grafike galia P turi pasiekti didžiausią vertę, kai R=r - R_A.