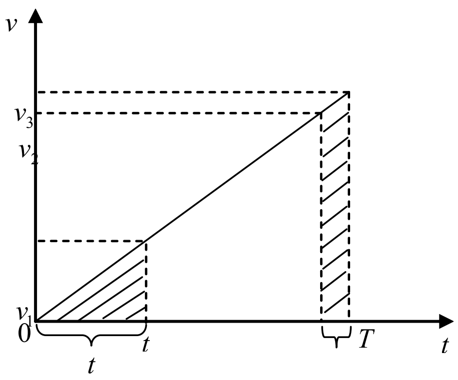
Lietuvos mokinių 58-oji fizikos olimpiada, III-iasis ratas
2010 04 01-03, Vilnius

IX klasės užduotys ir sprendimai

Teorinės užduotys ir spendimai(40 taškų)

1. Slidininkas tolygiai greitėdamas pradeda leistis nuo tramplino, kurio tiesiosios atkarpos pirmąjį metrą jis įveikia per laiką *t*, o paskutinįjį – per laiką τ . Koks tramplino tiesiosios atkarpos ilgis *L*?

Nubraižome slidininko greičio priklausomybės nuo laiko grafiką:



Pažymėkime visą judėjimo laiką *T*, greitį po *t* laiko v_1, po $T-\tau$ laiko v_2, po *T* laiko v_3, vieno metro ilgio atkarpą ℓ, judėjimo pagreitį *a*.

Žinome, kad kreivės $v = v(t)$ apribotas plotas skaitine verte lygus nueitam keliui:

$$\ell = \frac{1}{2} v_1 t , \qquad (1)$$

$$L - \ell = \frac{1}{2} v_2 (T - \tau), \qquad (2)$$

$$L = \frac{1}{2} v_3 T . \qquad (3)$$

Be to, žinome, kad

$$v_1 = at , \quad (4) \qquad v_2 = a(T-\tau), \quad (5) \qquad v_3 = aT . \quad (6)$$

(4), (5), (6) įrašę atitinkamai į (1), (2), (3), gauname:

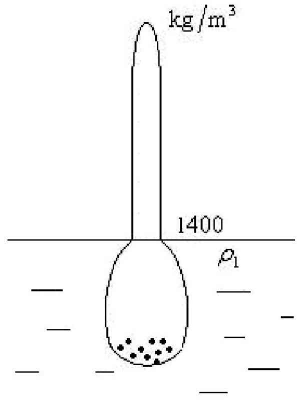
$$\ell = \frac{1}{2} a t^2 , \quad (7) \qquad L - \ell = \frac{1}{2} a (T-\tau)^2 , \quad (8) \qquad L = \frac{1}{2} a T^2 . \quad (9)$$

Iš (9) lygties: $T = \sqrt{\dfrac{2L}{a}}$. (10) Iš (7) lygties: $a = \dfrac{2\ell}{t^2}$. (11)

(10), (11) lygtis įrašę į (8), gauname:

$$4\tau^2 t^2 \frac{L}{\ell} = (\tau^2 + t^2)^2 , \qquad L = \frac{(\tau^2 + t^2)^2 \ell}{4\tau^2 t^2} .$$

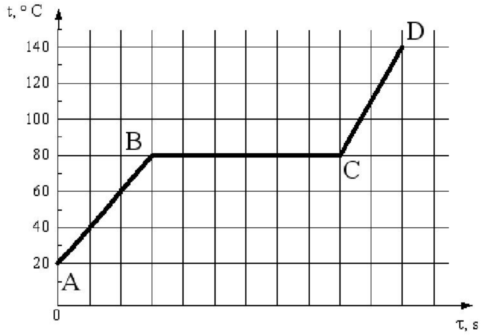
2. Areometras (densimetras, tankmatis) – prietaisas skysčio, kuriame jis plūduriuoja, tankiui matuoti. Jį sudaro stiklinis balionas su prilituotu cilindriniu vamzdeliu, kuriame yra skalė, sugraduota tankio vienetais ($\mathrm{kg/m^3}$). Balione yra svarmuo (paprastai švininiai rutuliukai), palaikantis areometrą vertikaliai.
Paveiksle pavaizduoto areometro baliono tūris $V_0 = 23\cdot10^{-6}\ \mathrm{m^3}$, cilindrinio vamzdelio spindulys $r = 5\cdot10^{-3}\ \mathrm{m}$. Areometras paniręs iki cilindrinio vamzdelio pradžios, t. y. iki pirmos 1400 $\mathrm{kg/m^3}$ žymos. Turėdami žinomų tankių skysčius, sugraduokite areometro skalę intervale nuo 1400 $\mathrm{kg/m^3}$ iki 1100 $\mathrm{kg/m^3}$ kas 50 $\mathrm{kg/m^3}$.



Kai areometras paniręs iki pirmosios žymos (skystyje, kurio tankis $\rho_0 = 1400\ \mathrm{kg/m^3}$), jo plūduriavimo sąlyga $mg = \rho_0 g V_0$, (1) čia *m* – bendra areometro masė.
Kai areometras paniręs $\rho_1 = 1390\ \mathrm{kg/m^3}$ tankio skystyje, plūduriavimo sąlyga:
$mg = \rho_1 g(V_0 + \Delta V_1)$, čia $\Delta V_1 = \pi r^2 h_1$, h_1 – atstumas tarp žymų 1400 $\mathrm{kg/m^3}$ ir 1350 $\mathrm{kg/m^3}$. Todėl $mg = \rho_1 g(V_0 + \pi r^2 h_1)$. (2)
Iš (1) ir (2) lygčių:
$$h_1 = \frac{V_0(\rho_0 - \rho_1)}{\pi\rho_1 r^2}. \qquad h_1 = 0{,}29\frac{1400-1350}{1350} = 10{,}74\ \mathrm{mm} \approx 11\ \mathrm{mm},$$
Kai areometras paniręs $\rho_2 = 1300\ \mathrm{kg/m^3}$ tankio skystyje:
$mg = \rho_2 g(V_0 + \Delta V_2)$, čia $\Delta V_2 = \pi r^2 h_2$, h_2 – atstumas tarp žymų 1400 $\mathrm{kg/m^3}$ ir 1300 $\mathrm{kg/m^3}$.
$$mg = \rho_2 g(V_0 + \pi r^2 h_2). \qquad (3)$$
Iš (1) ir (3) lygčių:
$$h_2 = \frac{V_0(\rho_0 - \rho_2)}{\pi\rho_2 r^2}. \qquad h_2 = 0{,}29\frac{1400-1300}{1300} = 22{,}31\ \mathrm{mm} \approx 22\ \mathrm{mm},$$
Analogiškai:
$$h_3 = \frac{V_0(\rho_0 - \rho_3)}{\pi\rho_3 r^2}, \quad \text{čia } \rho_3 = 1250\ \mathrm{kg/m^3},\ h_3 = 0{,}29\frac{1400-1250}{1250} = 34{,}80\ \mathrm{mm} \approx 35\ \mathrm{mm},$$
$$h_4 = \frac{V_0(\rho_0 - \rho_4)}{\pi\rho_4 r^2}, \quad \text{čia } \rho_4 = 1200\ \mathrm{kg/m^3},\ h_4 = 0{,}29\frac{1400-1200}{1200} = 48{,}33\ \mathrm{mm} \approx 48\ \mathrm{mm},$$
$$h_5 = \frac{V_0(\rho_0 - \rho_5)}{\pi\rho_5 r^2}, \quad \text{čia } \rho_5 = 1150\ \mathrm{kg/m^3},\ h_5 = 0{,}29\frac{1400-1150}{1150} = 63{,}04\ \mathrm{mm} \approx 63\ \mathrm{mm},$$
$$h_6 = \frac{V_0(\rho_0 - \rho_5)}{\pi\rho_5 r^2}, \quad \text{čia } \rho_6 = 1100\ \mathrm{kg/m^3},\ h_6 = 0{,}29\frac{1400-1100}{1100} = 79{,}09\ \mathrm{mm} \approx 79\ \mathrm{mm}.$$

Matyti, kad areometro skalė yra netolygi.

3. Atvirame metaliniame inde, kurio šiluminė talpa $C = 198\ \mathrm{J/°C}$ ($C = c_{\mathrm{ind}} m_{\mathrm{ind}}$) yra $m = 40\ \mathrm{g}$ skysčio. Skystis šildomas pastovios galios šildytuvu, matuojant indo temperatūrą. Termometro rodmenų priklausomybės nuo laiko grafikas pavaizduotas paveiksle. Naudodamiesi grafiku nustatykite skysčio savitąją šilumą *c* ir jo savitąją garavimo šilumą *L*. Šilumos nuostolių nepaisykite.



Kadangi skystis šildomas pastovios galios šildytuvu, tai išskirtas šilumos kiekis yra proporcingas laikui.
Iš grafiko aišku, kad dalyje AB šilumos kiekis $Q_{AB} = 3Q$ ir sunaudojama skysčiui ir indui šildyti nuo $20\ °\mathrm{C}$ iki $80\ °\mathrm{C}$.

$$3Q = cm\Delta t_1 + C\Delta t_1 \qquad (\Delta t_1 = 60\ °\mathrm{C}). \qquad (1)$$

Dalyje BC šilumos kiekis $Q_{BC} = 6Q$ sunaudojamas skysčiui išgarinti

$$6Q = Lm. \qquad (2)$$

Dalyje CD nuo $80\ °\mathrm{C}$ iki $140\ °\mathrm{C}$ šyla tik indas ir $Q_{CD} = 2Q$.

$$2Q = C\Delta t_3 \qquad (\Delta t_3 = 60\ °\mathrm{C}). \qquad (3)$$

Iš (2) ir (3) lygčių:

$$\boxed{L = \frac{3C\Delta t_3}{m}} \qquad \underline{L = 891\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}}.$$

Iš (1) ir (3) lygčių:

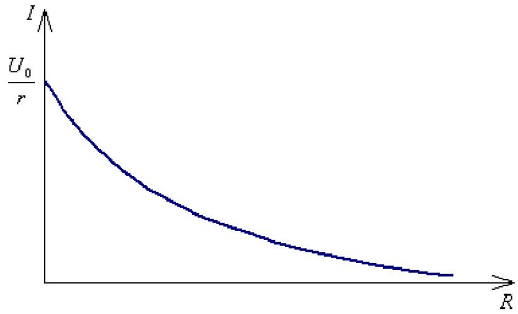
$$\boxed{c = \frac{C}{m}\left(\frac{3\Delta t_3}{2\Delta t_1} - 1\right)} \qquad \underline{c = 2475\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot°\mathrm{C}}}.$$

4. Prie nuolatinės U_0 įtampos šaltinio jungiamaisiais laidais, kurių varža r, prijungtas reostatas (slankvaržė). Reostato varža keičiama nuo 0 iki $R > r$.

1. **Nubraižykite kaip, keičiant reostato varžą, kinta:**
   a) **srovės stipris grandinėje, $I = I(R)$;**
   b) **įtampa tarp reostato galų, $U = U(R)$.**
2. **Nubraižykite galios, išsiskiriančios reostate, priklausomybę nuo srovės stiprio grandinėje $P = P(I)$.**

Srovės stipris grandinėje:

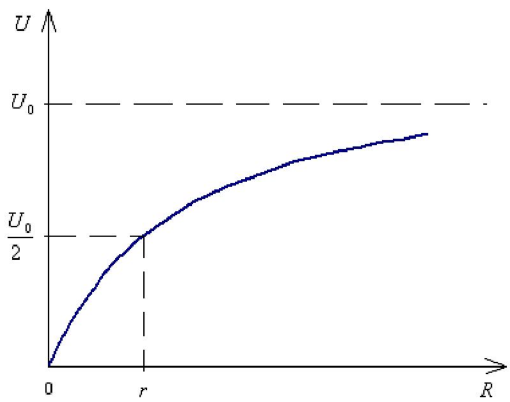
$$I = \frac{U_0}{R + r}.$$



Matyti, kad, keičiant reostato varžą, srovės stipris mažėja nuo vertės $I_0 = \frac{U_0}{r}$ (esant R = 0) iki 0 (R artėjant į begalybę). Srovės stiprio kitimas nėra tiesinis.

Įtampa reostato galuose:

$$U = IR = \frac{U_0 R}{R + r}.$$



Matyti, kad, didėjant R, įtampa kinta nuo 0 ir artėja prie šaltinio įtampos U_0.

Kai	$R = 0$,	$U = 0$,
kai	$R = r$,	$U = \frac{U_0}{2}$,
kai	$R \to \infty$,	$U \to U_0$.

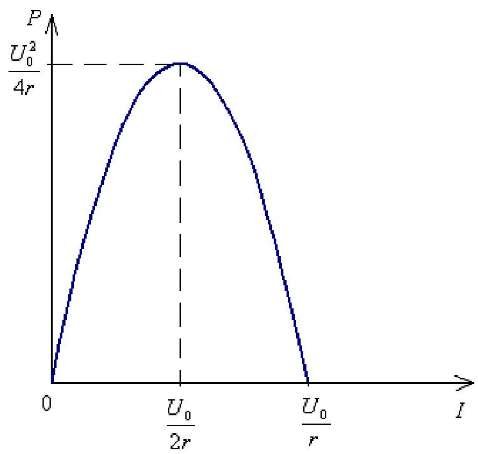
Galia, išsiskirianti reostate:

$$P = IU = I(U_0 - U_\ell),$$

čia $U_\ell = Ir$ – įtampos kitimas laiduose.

Todėl

$$P = IU_0 - I^2 r = I(U_0 - Ir).$$



Matyti, kad išsiskirianti galia reostate kinta pagal kvadratinį (parabolės) dėsnį.

Iš lygties gauname, kad $P = 0$, kai $I' = 0$ ir $I'' = \frac{U_0}{r}$.

Kai srovės vertė $I = \frac{U_0}{2r}$, tai galia yra didžiausia ir lygi $P_{max} = \frac{U_0^2}{4r}$.

Braižome priklausomybės *P = P(I)* grafiką:

Eksperimentinė užduotis

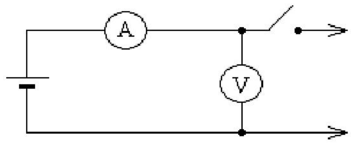
"Juodoji dėžė" (20 taškų)

Priemonės: „juodoji dėžė" su trimis gnybtais A, B, C, tarp kurių įjungti 3 nežinomos varžos rezistoriai R_1, R_2 ir R_3. Rezistorių varžų suma žinoma ir užrašyta ant „juodosios dėžės". Srovės šaltinis, voltmetras, ampermetras, jungiamieji laidai, jungiklis.

A. Nubraižykite „juodosios dėžės" rezistorių sujungimo schemą.

B. Nustatykite „juodosios dėžės" rezistorių R_1, R_2, R_3 skaitines vertes.

A. Sujungiame grandinę. Grandinę prijungiame prie gnybtų:



AB ir išmatuojame U_1, I_1,

BC ir išmatuojame U_2, I_2,

AC ir išmatuojame U_3, I_3.

Iš Omo dėsnio užrašome lygtis:

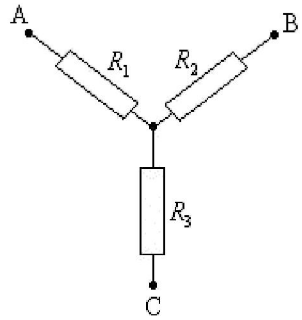
$$\frac{U_1}{I_1} = R_{AB}; \qquad \frac{U_2}{I_2} = R_{BC}; \qquad \frac{U_3}{I_3} = R_{CA}.$$

Sudėję varžas R_{AB}, R_{BC}, R_{CA} gauname

$$R_{AB} + R_{BC} + R_{CA} = 2R.$$

Vadinasi varžų jungimas yra „žvaigždutė".

Todėl



$$R_{AB} = R_1 + R_2, \qquad R_{BC} = R_2 + R_3, \qquad R_{CA} = R_1 + R_3.$$

B. Randame rezistorių R_1, R_2, R_3 skaitines vertes:

$$R_1 + R_2 = R_{AB}, \qquad (1)$$

$$R_2 + R_3 = R_{BC}, \qquad (2)$$

$$R_1 + R_3 = R_{CA}. \qquad (3)$$

Iš (1) $R_1 = R_{AB} - R_2$.

Iš (2) $R_2 = R_{BC} - R_3$.

(1) ir (2) įrašę į (3) išreiškiame R_3:

$$R_3 = \frac{R_{CA} + R_{BC} - R_{AB}}{2}. \qquad (4)$$

(4) įrašę į (2), gauname R_2:

$$R_2 = \frac{R_{BC} + R_{AB} - R_{CA}}{2}. \qquad (5)$$

(5) įrašę į (1), gauname R_1:

$$R_1 = \frac{R_{AB} + R_{CA} - R_{BC}}{2}.$$

Papildoma eksperimentinė užduotis

"Juodoji dėžė" (5 taškai)

Priemonės: „juodoji dėžė" su trimis gnybtais A, B, C. Tarp kiekvienų gnybtų įjungta po vieną nežinomos varžos rezistorių R_1, R_2 ir R_3. Rezistorių varžų suma žinoma ir užrašyta ant „juodosios dėžės". Srovės šaltinis, voltmetras, ampermetras, jungiamieji laidai, jungiklis.

A. Nubraižykite „juodosios dėžės" rezistorių sujungimo schemą.

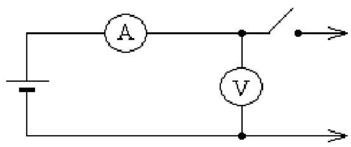
B. Nustatykite „juodosios dėžės" rezistorių R_1, R_2, R_3 skaitines vertes.

A. Sujungiame grandinę. Grandinę prijungiame prie gnybtų:

AB ir išmatuojame U_1, I_1,

BC ir išmatuojame U_2, I_2,

AC ir išmatuojame U_3, I_3.



Iš Omo dėsnio užrašome lygtis:

$$\frac{U_1}{I_1} = R_{AB}; \qquad \frac{U_2}{I_2} = R_{BC}; \qquad \frac{U_3}{I_3} = R_{CA}.$$

Sudėję varžas R_{AB}, R_{BC}, R_{CA} gauname

$$R_{AB} + R_{BC} + R_{CA} < R.$$

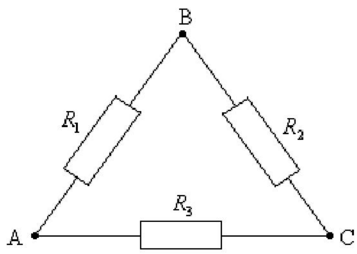
Vadinasi, grandinėje varžos yra sujungtos „trikampiu". Braižome varžų jungimo schemą.

B. Randame rezistorių R_1, R_2, R_3 skaitines vertes:

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_3}, \qquad (1)$$

$$\frac{1}{R_{BC}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1 + R_3}, \qquad (2)$$

$$\frac{1}{R_{AC}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1 + R_2}. \qquad (3)$$



Be to, žinome, kad $R_1 + R_2 + R_3 = R$. (4)

Iš (4) ir (1) užrašome

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R - R_1} \quad \text{arba} \quad R_1^2 - RR_1 + RR_{AB} = 0.$$

Išsprendę kvadratinę lygtį, gauname

$$R_1 = \frac{R \pm \sqrt{R^2 - 4RR_{AB}}}{2}.$$

Neigiamą šaknį atmetame, kaip neturinčią fizikinės prasmės.

Analogiškai nustatome R_2 ir R_3:

$$R_2 = \frac{R \pm \sqrt{R^2 - 4RR_{BC}}}{2},$$

$$R_3 = \frac{R \pm \sqrt{R^2 - 4RR_{AC}}}{2}.$$