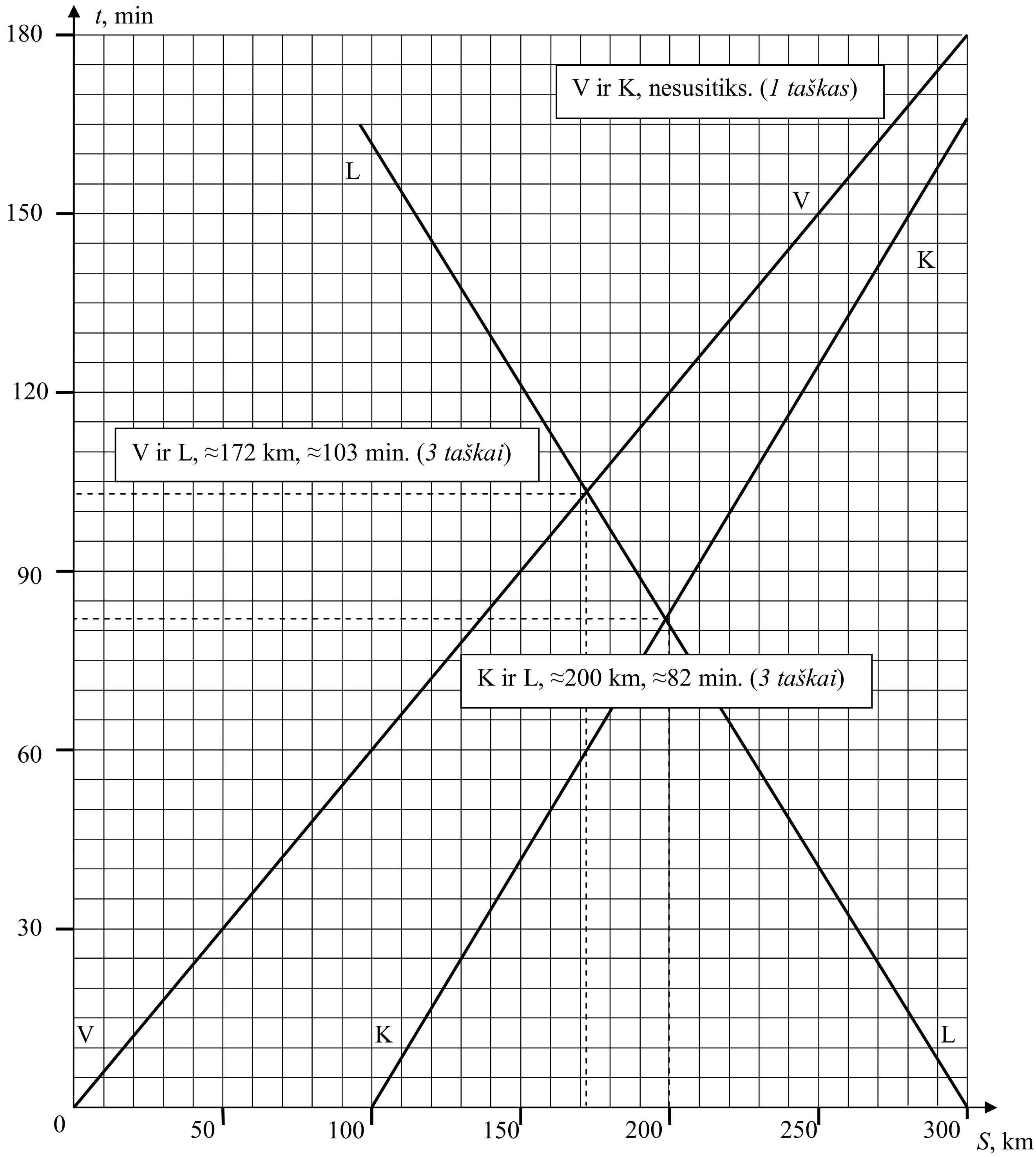
10 klasės uždavinių sprendimai

1 uždavinys. Tuo pačiu metu iš skirtingų miestų išvažiavo 3 mašinos. Mašina V išvažiavo iš Vilniaus į Klaipėdą greičiu $v_V = 100$ km/h. Mašina K išvažiavo iš Kauno į Klaipėdą greičiu $v_K = 20$ m/s. Mašina L išvažiavo iš Klaipėdos į Vilnių greičiu $v_L = 40$ mazgų. Kuo tiksliau grafiškai raskite kokiuose atstumuose nuo Vilniaus ir po kiek minučių nuo išvažiavimo pradžios susitiks kiekviena mašinų pora. Atstumas tarp Vilniaus ir Kauno 100 km, atstumas tarp Kauno ir Klaipėdos 200 km. 1 mazgas = 1 jūros mylia/h. 1 jūros mylia = 1,85 km.

Sprendimas.

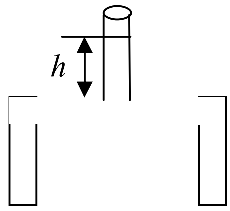
$v_K = 20$ m/s = 72 km/h, $v_L = 40$ mazgų = 74 km/h. (*2 taškai*)



1 pav. Mašinų judėjimo grafikas. (*grafiko pavadinimas – 1 taškas*)

(*Mažas ir netvarkingas brėžinys –iki minus 3 taškų.*)

2 uždavinys. Padalinus pusiau tuščiavidurį kubą, kurio kraštinės ilgis $a = 49$ cm, buvo pagamintas gaubtas. Jis sandariai priglunda prie horizontalaus paviršiaus. Gaubto viršuje išpjauta pločio $S = 110\ \text{cm}^2$ anga ir sandariai įstatytas lengvas vamzdelis, pro kurį pilamas vanduo. Kai vandens lygis vamzdelyje pasiekia aukštį $h = 66$ cm, vanduo pradeda tekėti iš po gaubto. Koks šio gaubto medžiagos tankis, jei sienelių storis $d = 2{,}5$ cm?



Sprendimas

ρ -?

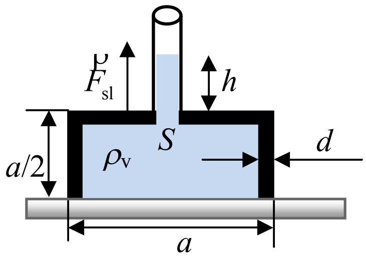
$a = 49$ cm = 0,49 m

$S = 110\ \text{cm}^2 = 1{,}1 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^2$

$h = 66$ cm = 0,66 m

$d = 2{,}5\ \text{cm} = 2{,}5 \cdot 10^{-2}$ m

$\rho_\text{v} = 1000\ \text{kg/m}^3$



Sutvarkome vienetus ir įrašome vandens tankį. (*1 taškas*)

Braižome brėžinį. (*1 taškas*)

Laikykime kad gaubto masė *m*. Tuomet jo medžiagos tankis

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad (1)$$ (*1 taškas*)

kur gaubto sienelių tūris

$$V = \frac{a^3 - (a-2d)^3}{2} - Sd. \quad (2)$$ (*1 taškas*)

Gaubtas atkils ir vanduo pradės tekėti, kai nukreipta į viršų vandens slėgio jėga F_sl į gaubto vidinį paviršių susilygins su gaubto sunkiu. (Laikome kad vamzdelio masė daug mažesnė už gaubto masę)

$F_\text{sl} = mg$ (3) (*1 taškas*)

Iš kitos pusės, skysčio slėgio jėga $F_\text{sl} = pS_\text{g}$.

Čia $p = \rho_\text{v} g(h+d)$ – hidrostatinis slėgis, $S_\text{g} = (a-2d)^2 - S$ yra gaubto pagrindo plotas besiliečiantis su vandeniu.

$$F_\text{sl} = \rho_\text{v} g(h+d)\left[(a-2d)^2 - S\right] \quad (4)$$ (*2 taškai*)

Sulyginę (3) ir (4) lygčių dešiniąsias puses ir pasinaudoję (1) ir (2) lygtimis gauname:

$$\boxed{\rho = \frac{2\rho_\text{v}(h+d)\left[(a-2d)^2 - S\right]}{a^3 - (a-2d)^3 - 2Sd}}$$ (*1 taškas*)

$$\rho = \frac{2 \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\left(0{,}66\,\text{m} + 2{,}5 \cdot 10^{-2}\,\text{m}\right)\left[\left(0{,}49\,\text{m} - 2 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-2}\,\text{m}\right)^2 - 1{,}1 \cdot 10^{-2}\,\text{m}^2\right]}{\left(0{,}49\,\text{m}\right)^3 - \left(0{,}49\,\text{m} - 2 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-2}\,\text{m}\right)^3 - 2 \cdot 1{,}1 \cdot 10^{-2}\,\text{m}^2 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-2}\,\text{m}} \approx 7800\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

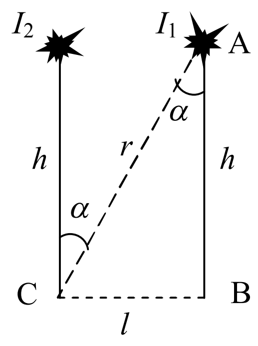
$$\boxed{\rho \approx 7800\ \text{kg/m}^3.}$$

(*2 taškai*)

3 uždavinys. Ant aukščio $h = 12$ m stulpo kabo lempa. Atstumu $l = 5$ m, kitoje gatvės pusėje, yra lygiai toks pats stulpas su tokia pat šviečiančia lempa. Kokio šviesos stiprio lempos turi kabėti, kad žemės apšvieta po bet kuriuo iš stulpų būtų lygi $E = 31$ lx ?

Sprendimas.

Braižome brėžinį. (*1 taškas*)



Apšvieta taške C yra lygi dviejų šaltinių sukurtų apšvietų sumai:

$E = E_1 + E_2$ (1) (*1 taškas*)

Taške C pirma lempa sukuria apšvietą:

$$E_1 = \frac{I_1}{r^2}\cos\alpha .$$ (1 taškas)

$$r^2 = h^2 + l^2 .$$ (*1 taškas*)

$$\cos\alpha = \frac{h}{r} = \frac{h}{\sqrt{h^2 + l^2}} .$$ (*1 taškas*)

Todėl, $E_1 = \frac{I_1}{r^2}\cdot\frac{h}{r} = \frac{I_1 h}{r^3} = \frac{I_1 h}{\left(l^2 + h^2\right)^{3/2}}$. (2) (*1 taškas*)

Taške C antra lempa sukuria apšvietą:

$$E_2 = \frac{I_2}{h^2} .$$ (3) (*1 taškas*)

Lygtis (2) ir (3) įstatę į (1) gauname:

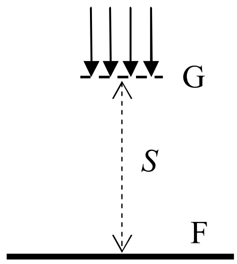
$$E = \frac{I_1 h}{\left(l^2 + h^2\right)^{3/2}} + \frac{I_2}{h^2} .$$ (*1 taškas*)

Kadangi $I_1 = I_2$,

$$\boxed{I = E \cdot \frac{h^2\left(l^2 + h^2\right)^{3/2}}{h^3 + \left(l^2 + h^2\right)^{3/2}}} .$$ (*1 taškas*)

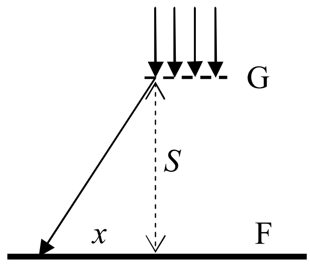
$$\boxed{I \approx 2500\,\text{cd}}$$ (*1 taškas*)

4 uždavinys. Balta šviesa krenta statmenai į difrakcinę gardelę G, už kurios yra jai lygiagreti fotoelemento plokštelė F. Kokiu atstumu nuo centrinio maksimumo pirmos eilės difrakcijos spinduliai nustoja išmušinėti fotoelektronus? Difrakcinės gardelės konstanta $d = 1{,}1 \cdot 10^{-6}$ m, atstumas nuo gardelės iki fotoelemento $S = 0{,}12$ m, fotoelektronų išlaisvinimo darbas $A = 2{,}5$ eV. Į difrakcinės gardelės plotį galima neatsižvelgti.



Sprendimas

Braižome brėžinį. (*1 taškas*)



Pagal difrakcijos formulę $\lambda = \dfrac{dx}{kS}$. (*1 taškas*)

Čia λ - šviesos bangos ilgis, x – ieškomas atstumas, $k = 1$ - difrakcijos maksimumo numeris.

$\lambda = \dfrac{c}{f}$. (*1 taškas*)

Čia f – fotoefekto raudonosios ribos bangos dažnis, $c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s – šviesos greitis.

Iš fotoefekto dėsnio

$\dfrac{hc}{\lambda} = A$. Čia $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ J·s – Planko konstanta. $\lambda = \dfrac{hc}{A}$. (*2 taškai*)

$\boxed{x = \dfrac{khcS}{Ad}}$. (*2 taškai*)

Prieš pradedant skaičiuoti reikia paversti elektrono išlaisvinimo darbą iš eV į J.

Elektrono krūvis $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

$A = 2{,}5 \text{ eV} = 2{,}5 \text{ eV} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ C} = 4{,}0 \cdot 10^{-19}$ J. (*1 taškas*)

$$x = \frac{1 \cdot 6{,}6 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}0 \cdot 10^{8} \cdot 0{,}12}{4{,}0 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}1 \cdot 10^{-6}} = 0{,}054 \text{ (m)}$$

$\boxed{x = 5{,}4 \text{ cm.}}$ (*2 taškai*)