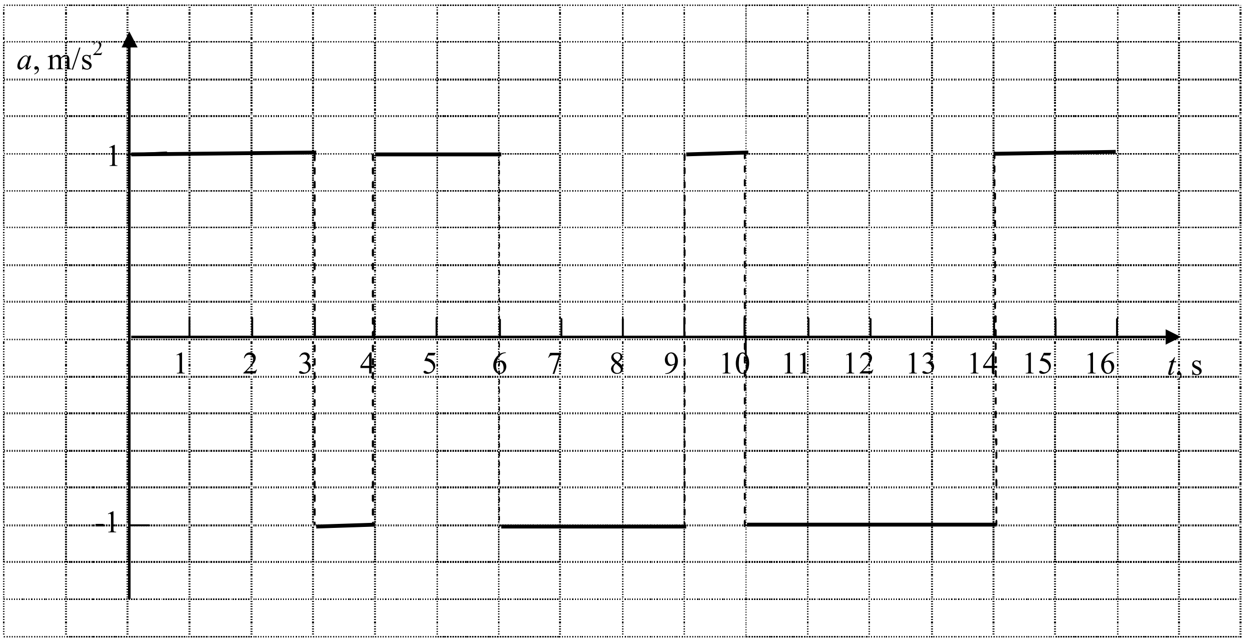
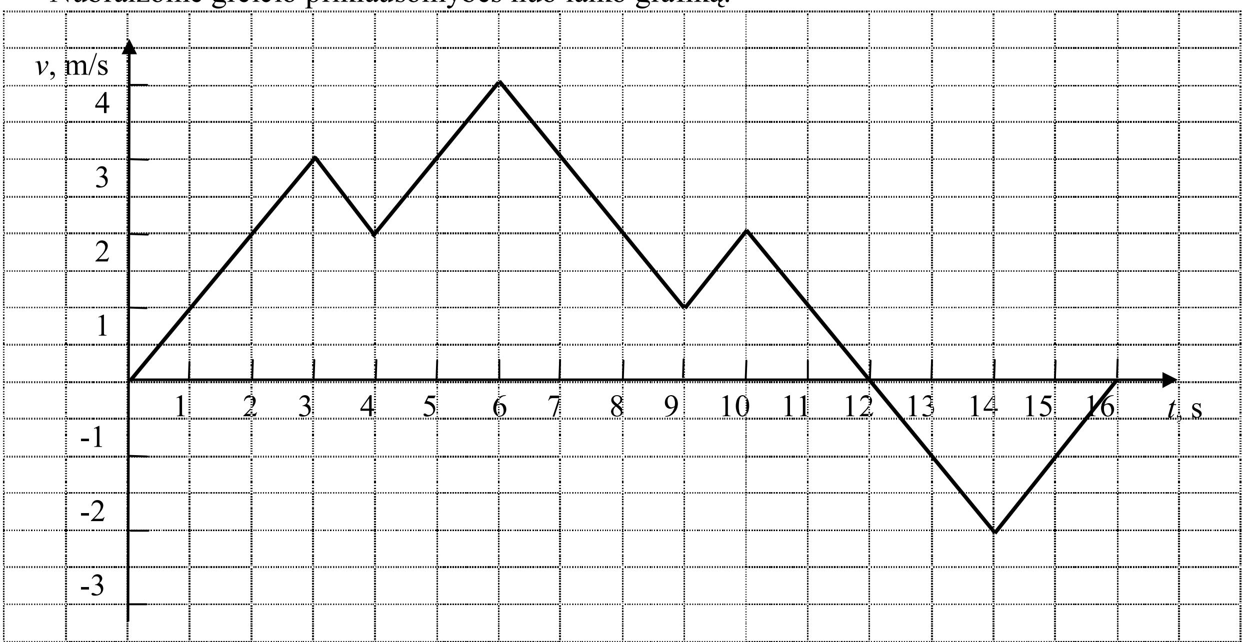
60 – osios Lietuvos mokinių fizikos olimpiados III turo užduotys IX klasei

1. Kūnas pradeda judėti iš koordinačių pradžios. Pagreičio priklausomybės nuo laiko grafikas pateiktas 1 paveiksle. Po kiek laiko kūnas bus toliausiai nutolęs nuo koordinačių pradžios? Kokiu atstumu jis bus nutolęs?



1 pav.

Nubraižome greičio priklausomybės nuo laiko grafiką.



(4 balai)

Iš grafiko matyti, kad po 12 s kūnas sustoja ir pradeda judėti atgal, t.y. po 12 s kūnas bus toliausiai nutolęs nuo koordinačių pradžios. (3 balai)

Kokiu atstumu jis bus nutolęs, nustatome apskaičiuodami plotą po kreive, apribotą laiko intervalu nuo 0 iki 12 s.

$\underline{s = 24\text{ m}}$. (3 balai)

2. Į du indus pripilta skysčio. Pirmajame inde skysčio temperatūra t_1 = 40 ºC, o antrajame – t_2 = 60 ºC. Skysčio lygis antrajame inde n = 2 kartus didesnis negu pirmajame. Abiejų indų dugne yra vienodos nedidelės kiaurymės, pro kurias teka vanduo į trečiąjį indą. Skysčio lygis ir temperatūra induose palaikomi pastovūs. Skysčio tekėjimo greitis $v = \sqrt{2gh}$, čia h – skysčio aukštis inde. Nustatykite nusistovėjusią temperatūrą t_x trečiajame inde. Indų šiluminės talpos nepaisykite.

Tegul per laiką τ iš pirmojo indo ištekėjusio vandens masė lygi m_1, iš antrojo – m_2.
Užrašome šiluminio balanso lygtį:

$$m_1 c(t_x - t_1) = m_2 c(t_2 - t_x),$$ (2 balai)

čia c- vandens savitoji šiluma,
t_x – nusistovėjusi temperatūra trečiajame inde.

Iš čia $$t_x = \frac{t_1 + \frac{m_2}{m_1} t_2}{1 + \frac{m_2}{m_1}}. \quad (1)$$ (1 balas)

Iš pirmojo indo ištekėjusio vandens masė:

$$m_1 = \rho V_1,$$ (1 balas)

čia ρ – vandens tankis,
V_1 – pro S skersmens kiaurymę per τ laiką v greičiu ištekėjusio skysčio tūris.

$$V_1 = S v_1 \tau .$$ (2 balai)

Todėl $$m_1 = \rho S v_1 \tau .$$

Analogiškai $$m_2 = \rho S v_2 \tau .$$

Taigi $$\frac{m_2}{m_1} = \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} = \sqrt{n} . \quad (2)$$ (2 balai)

(2) lygtį įrašę į (1) gauname:

$$\boxed{t_x = \frac{t_1 + \sqrt{n} \cdot t_2}{1 + \sqrt{n}}}$$ (1 balas)

$$\underline{t_x \approx 52 \text{ ºC} .}$$ (1 balas)

3. l_1 = 1 m ilgio cilindrinė viela buvo ištempta taip, kad jos ilgis tapo l_2 = 110 cm. Kiek procentų pakito vielos varža?

Santykinis vielos varžos pokytis lygus:

$$\varepsilon = \frac{R_2 - R_1}{R_1} \cdot 100\ \% = \left(\frac{R_2}{R_1} - 1\right) \cdot 100\ \%\ , \qquad (1) \qquad (2\ \text{balai})$$

čia R_1 – vielos varža iki ją ištempiant,
R_2 – vielos varža po ištempimo.

Vielos varža lygi:

$$R_1 = \rho \frac{l_1}{S_1}, \qquad (2)$$

čia ρ – vielos savitoji varža, (2 balai)
S_1 – skerspjūvio plotas iki ištempiant vielą.

Ir

$$R_2 = \rho \frac{l_2}{S_2}\ , \qquad (3)$$

čia S_2 – skerspjūvio plotas ištempus vielą.

Kadangi deformuojant vielą, jos tūris išlieka nepakitęs, o pakinta jos ilgis ir skerspjūvio plotas, tai:

$$V_1 = V_2 \text{ arba } S_1 l_1 = S_2 l_2\,. \qquad (2\ \text{balai})$$

Iš čia

$$S_2 = \frac{S_1 \cdot l_1}{l_2}\,. \qquad (4) \qquad (1\ \text{balas})$$

(2) (3) ir (4) lygtis įrašę į (1), gauname

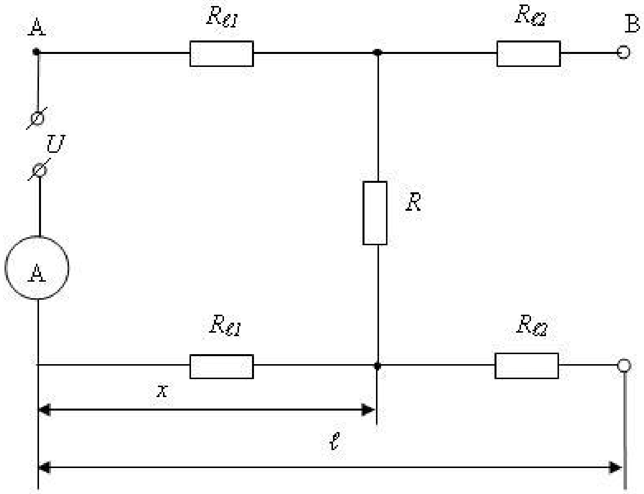
$$\varepsilon = \left(\frac{l_2}{S_2} \cdot \frac{S_1}{l_1} - 1\right) \cdot 100\ \%, \qquad \varepsilon = \left(\frac{l_2^2}{l_1^2} - 1\right) \cdot 100\ \%. \qquad (2\ \text{balai})$$

Varža padidėja $\underline{\varepsilon = 21\ \%.}$ (1 balas)

4. Tarp dviejų punktų A ir B, esančių atstumu ℓ = 4 km, nutiestas dviejų laidų kabelis. Jo viduje buvo pažeista izoliacija (izoliacijos pažeidimas ekvivalentus rezistoriaus įjungimui tarp laidų pažeidimo vietoje). Norint nustatyti pažeidimo vietą, punkte A buvo įjungtas U = 15 V įtampos šaltinis ir ampermetras. Kai B gale laidai buvo atjungti, ampermetras rodė I_1 = 1 A stiprio srovę. Kai laidai buvo sujungti trumpai, srovės stipris I_2 = 1,8 A. Kokiu atstumu nuo punkto A buvo pažeista linija ir kokia izoliacijos varža pažeidimo vietoje? Laido ilgio vieneto varža ρ = 1,25 Ω/km.

Tegu: R – izoliacijos varža pažeidimo vietoje,
$R_{\ell 1}$ – laidų varža nuo taško A iki pažeidimo vietos,
$R_{\ell 2}$ – laidų varža nuo pažeidimo vietos iki taško B.

Nubraižome schemą. (2 balai)



Kai laidai taške B atjungti, tai pagal Omo dėsnį galime parašyti:

$$U = I_1(2R_{\ell 1} + R) = I_1(\rho 2x + R). \qquad (1) \quad (1 \text{ balas})$$

Kai laidai taške B sujungti trumpai, tai rezistoriui R lygiagrečiai prijungiama varža $2R_{\ell 2}$.

Todėl $$U = I_2\left(\rho 2x + \frac{R \cdot 2(\lambda - x)\rho}{R + 2(\lambda - x)\rho}\right). \qquad (2) \quad (1 \text{ balas})$$

Iš (1) lygties $$x = \frac{U}{2\rho I_1} - \frac{R}{2\rho}. \qquad (3) \quad (1 \text{ balas})$$

(3) lygtį įrašę į (2), gauname:

$$I_2 R^2 - 2U\left(\frac{I_2}{I_1} - 1\right)R + \left(\frac{I_2}{I_1} - 1\right)\left(\frac{U^2}{I_1} - 2\lambda\rho U\right) = 0 \,. \qquad (1 \text{ balas})$$

Iš čia:

$$R = \frac{2U\left(\frac{I_2}{I_1} - 1\right) \pm \sqrt{4U^2\left(\frac{I_2}{I_1} - 1\right)^2 - 4I_2\left(\frac{I_2}{I_1} - 1\right)\left(\frac{U^2}{I_1} - 2\lambda\rho U\right)}}{2I_2} \,.$$

$$R_1 = 10\ \Omega, \qquad R_2 = 3{,}3\ \Omega \,. \qquad (2 \text{ balai})$$

Gautas vertes įrašę į (3) lygtį, gauname:

$$x_1 = 2 \text{ km}, \qquad x_2 = 4{,}7 \text{ km} \,.$$

Kadangi atstumas tarp punktų ℓ = 4 km, tai antroji šaknis neturi prasmės. Todėl

$$\underline{x = 2 \text{ km}}, \qquad \underline{R = 10\ \Omega} \,. \qquad (2 \text{ balai})$$