XXIV Tarptautinė fizikos olimpiada
1993 liepa, Williamsburgas, JAV

Teorinės užduotys

1 užduotis. ATMOSFEROS ELEKTRA.

Elektrostatikos požiūriu Žemės paviršių galima laikyti geru laidininku. Jis turi krūvį Q_0 ir vidutinį paviršinio krūvio tankį σ_0.

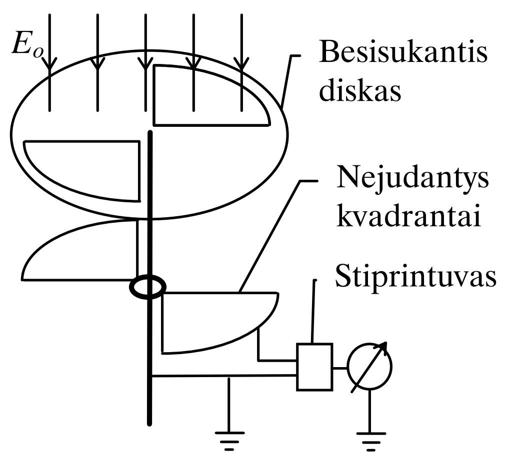
1) Esant palankioms oro sąlygoms nukreiptas žemyn į Žemės paviršių elektrinis laukas E_0 apytikriai lygus 150 V/m. Raskite paviršinio krūvio tankį ir pilną Žemės paviršiaus krūvį.

2) Žemyn nukreiptas elektrinis laukas kylant aukštyn mažėja ir 100 m aukštyje jis apytikriai lygus 100 V/m. Apskaičiuokite vidutinį 1 m^3 krūvį atmosferos sluoksnyje tarp Žemės paviršiaus ir 100 m aukščio.

3) Užduotyje (2) gautas krūvio tankis iš tikrųjų yra beveik vienodo kiekio teigiamų ir neigiamų vienkrūvių jonų, esančių tūrio vienete (n_+ ir n_-) rezultatas. Arti Žemės paviršiaus, esant palankioms oro sąlygoms, $n_+ \approx n_- \approx 6 \cdot 10^8$ m^{-3}. Šie jonai juda veikiami vertikalaus elektrinio lauko. Jų greitis proporcingas elektrinio lauko stiprumui. $v \approx 1{,}5 \cdot 10^{-4} E$, kur v išreiškiamas m/s, o E - V/m.

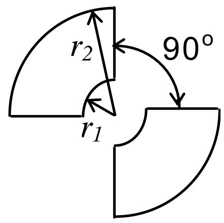
Kiek laiko prireiktų, kad pusė Žemės paviršiaus krūvio būtų dėl atmosferos jonų judėjimo neutralizuota, jeigu nevyktų kiti šio krūvio dydį palaikantys procesai (pvz., žaibas)?

4) Atmosferos elektrinį lauką, o taip pat tankį σ_0, galime išmatuoti sistema. kuri pavaizduota paveiksle. Metalinių kvadrantų pora, izoliuota nuo Žemės, bet sujungta tarpusavyje, ir patalpinta po įžemintu ir besisukančiu disku su dviem kvadratų formos išpjovom (piešinyje atstumas tarp kvadrantų ir disko padidintas, kad būtų aiški prietaiso konstrukcija). Kiekvieno apsisukimo metu izoliuoti kvadrantai du kartus patenka į elektrinį lauką, po to (kas 1/4 periodo) pilnai ekranuojami.



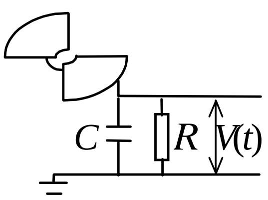
Tegul T apsisukimo periodas, o r_1 ir r_2 vidinis ir išorinis izoliuotų kvadrantų spinduliai.

Tegul t=0 – laiko momentas, kai izoliuoti kvadrantai pilnai ekranuoti. Gaukite išraišką pilno krūvio $q(t)$, indukuoto izoliuotų kvadrantų viršutiniame paviršiuje kaip lauko funkciją nuo t=0 iki t=T/2.



Nubrėžkite šios priklausomybės grafiką.

Atmosferos jonų srauto efekto šiame bandyme galima nepaisyti.



5) Sistema, aprašyta (4), lygiagrečiai sujungta su stiprintuvu, kurio įėjimo kontūras ekvivalentiškas talpai C ir varžai R. (Laikykime, kad kvadrantų sistemos talpa labai maža lyginant su C).

Nubrėžkite grafiką potencialų skirtumo V tarp taškų M ir N kaip laiko t funkciją, apsisukant diskui vieną kartą, tik pradedant suktis periodu T, kai

a) $T=T_a<<CR$
b) $T=T_b>>CR$

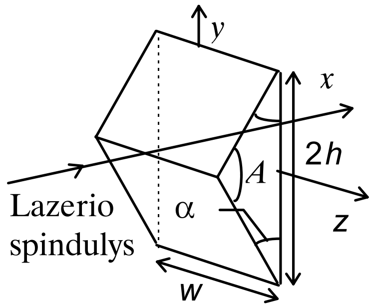
(Laikome, kad C ir R turi fiksuotas reikšmes, tik atvejais a ir b skiriasi periodai T).

Gaukite apytikrę išraišką santykiui V_a/V_b esant didžiausioms reikšmėms $V(t)$ atvejais a ir b.

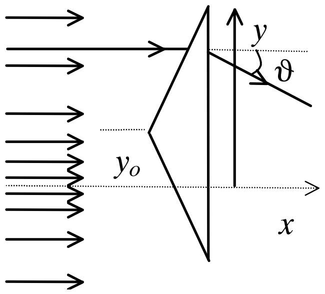
6) Tegul E_0=150 V/m, r_1=1 cm, r_2=7 cm, C=0,01 μF, R=20 MΩ,
Kokia didžiausia V reikšmė vieno apsisukimo metu?

2 užduotis. LAZERINĖS JĖGOS, VEIKIANČIOS SKAIDRIĄ PRIZMĘ.

Lūždamas galingas lazerinis spindulys nemaža jėga gali veikti mažus skaidrius objektus. Panagrinėkime nedidelę stiklinę trikampę prizmę, kurios viršūnės kampas $A=\pi-2\alpha$, pagrindo ilgis $2h$, plotis w. Prizmės stiklo lūžio rodiklis n, tankis ρ.



Į prizmę nukreiptas horizontalus lazerio spindulys. Ašis x nukreipta pradinio spindulio kryptimi, prizmės viršūnė nukreipta prieš spindulio kryptį, prizmės pagrindas lygiagretus yz plokštumai, trikampio paviršiai lygiagretūs xy plokštumai (žr. pav.). Oro lūžio rodiklį imkime 1. Laikome, kad prizmės paviršius ypatingai apdorotas, ir šviesa nuo jo neatsispindi.



Lazerio spindulio intensyvumas z ašies kryptimi yra pastovus, o tolstant nuo x ašies y ašies kryptimi į abi puses tiesiškai mažėja: spindulio intensyvumas didžiausias ir lygus I_0, kai y=0, ir 0, kai $y=\pm 4h$. (Intensyvumas yra galia, tenkanti ploto vienetui, ir matuojamas W.m^2).

1) Parašykite lygtis, iš kurių kampas ϑ gali būti išreikštas dydžiais α ir n, kai lazerio spindulys krinta į viršutinį prizmės šoną.

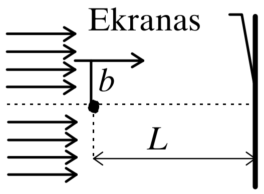
2) Išreiškite jėgos, kuria veikia lazeris prizmę, x ir y komponentes dydžiais I_0, ϑ, h, w ir y_0, kai prizmės viršūnė dydžiu y_0 pasislinkusi nuo x ašies, kai $|y_0|\leq 3h$. Nubrėžkite vertikaliosios ir horizontaliosios komponenčių priklausomybės nuo y_0 grafikus.

3) Tegu lazerio spindulio plotis z ašies kryptimi yra 1 mm, o y ašies 80 μm. Prizmės α=30°, h=10 μm, n=1,5, ρ=2,5 g·cm^{-3}. Kokia lazerio galia reikalinga išlaikyti prizmę pusiausvyra sunkio jėgos lauke (y ašies krypties), kai prizmės viršūnė pasislinkusi žemyn nuo lazerio spindulio ašies atstumu y_0=-h/2=-5 μm ?

4) Analogiškas užduočiai 3 bandymas atliekamas nesvarumo sąlygomis imant $I_0=10^8$ Wm^{-2}. Prizmė patraukiama nuo lazerio ašies atstumu $y=h/20$ ir be pradinio greičio paleidžiama. Kokiu dažniu ji svyruos ?

3 užduotis. ELEKTRONŲ PLUOŠTAS.

Vienalytis didelės energijos lygiagretus elektronų pluoštas gautas panaudojus greitinančią įtampą V_0. Elektronai juda pro ilgą, ploną, teigiamai įelektrintą varinę vielą, kuri įtempta statmenai pradinio pluošto krypčiai, kaip parodyta paveiksle. Čia b yra atstumas, kuriuo pro vielą praeitų elektronas, jeigu viela nebūtų įelektrinta. Vėliau elektronai pataiko į ekraną. Atstumas nuo jo iki vielos $L>>b$. Pradžioje pluoštas užima plotį $\pm b_{max}$ atžvilgiu ašies, einančios per vielą. Pluošto plotį statmenai piešiniui, kaip ir vielos ilgį, galima laikyti begaliniu. Įelektrinta viela įtempta statmenai brėžinio plokštumai. Piešinys nubrėžtas, nesilaikant mastelio.



Vielos spindulys $r_o=10^{-6}$ m. Didžiausia reikšmė $b=b_{max}=10^{-4}$ m. Vielos ilgio vieneto elektrinis krūvis $q_{lin.}=4{,}4\cdot 10^{-11}$ C/m. Greitinanti įtampa $V_o=2\cdot 10^4$ V. Atstumas nuo vielos iki ekrano L=0,3 m.

Pastaba: 2-4 klausimams padarykite pagrįstus supaprastinimus, leidžiančius gauti analitinius ir skaitmeninius sprendimus.

1) Nustatykite vielos sukurto elektrinio lauko stiprumą E. Nubrėžkite E priklausomybės nuo atstumo iki vielos ašies grafiką.

2) Remdamiesi klasikine fizika, apskaičiuokite elektronų atsilenkimo kampą. Atlikite tai toms parametro b vertėms, kurioms esant elektronai nesusiduria su viela. Pažymėkite nedidelį kampą tarp pradinės elektronų greičio krypties ir jų greičio prie ekrano $\theta_{gal.}$ Apskaičiuokite jį.

3) Apskaičiuokite ir pavaizduokite elektronų pasiskirstymo diagramą (t.y. intensyvumo pasiskirstymą) ekrane pagal klasikinę fiziką. Nustatykite tą pasiskirstymą charakterizuojančių dydžių vertes.

4) Kvantinė fizika, lyginant su klasikine, duoda esmingai skirtingas pasiskirstymo diagramos savybes. Pavaizduokite kvantinį rezultatą ir nustatykite jo kiekybines charakteristikas.

Eksperimentinės užduotys

1 užduotis. AZOTO SAVITOJI GARAVIMO ŠILUMA.

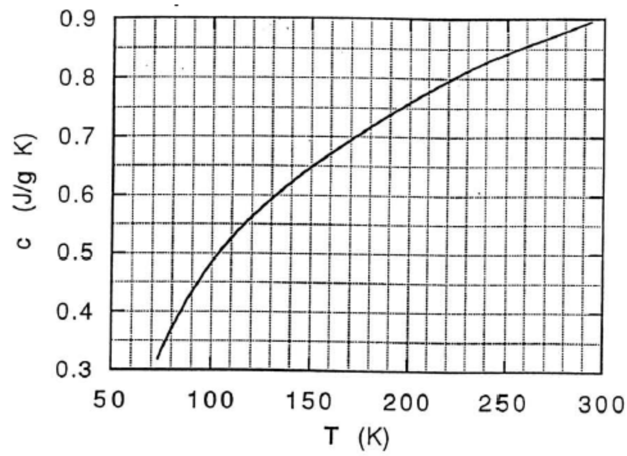
Eksperimento tikslas - išmatuoti azoto savitąją garavimo šilumą L dviem skirtingais būdais. Pirmuoju būdu matuojant į skystą azotą nardinamas aliuminio gabaliukas ir nustatomas išgaravusio azoto kiekis, kol aliuminis visiškai atšąla.

Antruoju būdu matuojant azotas šildomas ir matuojamas jo garavimo greitis.

Skystas azotas duodamas rezervuare. Jo dalis gali būti įpilta į indą ir sveriama. Azotui garuojant svarstyklių parodymai mažėja. Taip yra todėl, kad 1) konteineris nėra absoliučiai nelaidus šilumai, 2) šilumą azotui perduoda vėstantis aliuminio gabaliukas (pirmasis būdas), 3) suteikiama šiluma tekant srovei rezistoriumi, patalpintu į azotą (antras būdas). Duotas multimetras įtampai, srovės stipriui ir varžai matuoti, sekundometras.

Pirmas būdas.

Aliuminio savitoji šiluma C pastebimai kinta keičiantis temperatūrai nuo kambario iki skysto azoto temperatūros, kuri, esant normaliam atmosferos slėgiui, yra 77 K. Pateiktas C priklausomybės nuo temperatūros grafikas. Laikykite, kad kambario temperatūra 21±2°C. Skaitmeniškai įvertinkite gauto rezultato paklaidą.



Antras būdas.

Atlikite eksperimentą matuodami greitį, kuriuo garuoja azotas tekant srovei per rezistorių, panardintą į jį. Duotas nuolatinės srovės šaltinis. Panaudokite rezultatą azoto garavimo savitajai šilumai nustatyti. Skaitmeniškai įvertinkite gauto rezultato paklaidą.

2 užduotis. MAGNETINIAI MOMENTAI IR LAUKAI.

1 dalis. Nustatykite absoliutinę nedidelio cilindro nuolatinio magneto X magnetinio momento μ_x vertę.

2 dalis. Nustatykite magnetinio lauko indukciją B ašinės simetrijos magnetų sistemos B.

Naudokitės šiais faktais:

1) Dipolio magnetinio lauko indukcija B taške, esančiame dipolio ašyje ir nutolusiame atstumu x nuo dipolio centro, yra lygiagreti dipolio ašiai ir išreiškiama formule

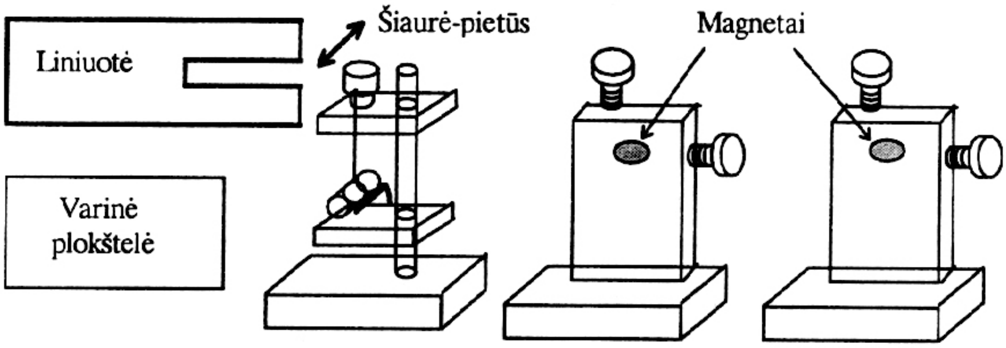
$$B = \frac{2\mu K}{|x|^3},$$

kur B matuojama teslomis (T=N/(A·m)), $K=10^{-7}$ Tm/A, x matuojama metrais, μ -A·m^2.

2) Horizontalaus magneto, laisvai pakabinto išoriniame magnetiniame lauke (kaip kompaso rodyklė Žemės magnetiniame lauke), mažų horizontalių sukamųjų svyravimų periodas nusakomas formule

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\mu B_h}},$$

čia B_h-horizontalioji išorinio magnetinio lauko indukcijos komponentė tame taške, kur yra magnetas, I- magneto inercijos momentas vertikaliosios ašies atžvilgiu.



Aparatūra pavaizduota piešinyje. Tarp dviejų horizontaliųjų plokščių, pritvirtintų prie medinio stovo, pakabintas siūlas; prie apatinio siūlo galo gali būti prikabinti magnetai (A ir X). Po pakabintu magnetu gali būti padedama varinė plokštelė, slopinanti magneto judėjimą. Duoti dar du mediniai stovai, viename gali būti įtvirtinti magnetai A arba X, kitame - B. Atstumai gali būti matuojami liniuote, tvirtinama prie vieno iš stovų.

1 dalis.

Nustatykite magnetų poros X magnetinį momentą. Magnetų poros inercijos momentas yra duotas. Magnetų pora A analogiška X, tik gali skirtis magnetiniai momentai. Magnetai pakabinami ant siūlo priglaudžiant juos iš dviejų pusių prie pritvirtinto prie siūlo varinio disko. Magnetų pora, įtvirtinta mediniame stove, naudojama veikti pakabintą ant siūlo "kompasą". Tiriant "kompaso" atsilenkimo kampą tikslinga po "kompasu" padėti varinę plokštelę kelių milimetrų atstumu, kuri sukelia elektromagnetinio stabdymo efektą. Varinės vielos atramėlė apatinėje plokštelėje neleidžia kilti švytuokliniams "kompaso" svyravimams, kurie, susidėdami su sukamaisiais svyravimais galėtų pakeisti pastarųjų amplitudę ir periodą. Sukamiesiems svyravimams sužadinti naudotina vinis.

Magnetinė pora kabo ne visai horizontaliai veikiant Žemės magnetiniam laukui. To reiškinio galime nepaisyti.

2 dalis.

Aliumininiame vamzdelyje patalpinta ašinės simetrijos magnetų sistema B. Tos sistemos magnetinio lauko indukcija B_x išilgai sistemos ašies kaip atstumo x funkcija, išreiškiama taip:

$B_x(x)=Cx^p$.

Nustatykite laipsnio rodiklio p vertę ir įvertinkite jo paklaidą. Lauką reikia tirti iš pažymėto juodu tašku galo.

SPRENDIMAI

Teorinės užduotys

1 užduotis.

1) Panaudojame elektringos laidžios sferos sukurto elektrinio lauko išraišką. Sferos išorėje laukas toks pat, kaip ir taškinio krūvio, t.y.

$$E_0 = \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2},$$

kur Q_0 - sferos elektrinis krūvis, r - atstumas iki sferos centro. Imdami r lygų Žemės spinduliui R=6,4·10^6 m, nustatome

$$Q_0 = 4\pi\varepsilon_0 R^2 E_0, Q_0 = 6{,}84.10^5 C.$$

Kadangi E_0 nukreiptas žemyn, Q_0 yra neigiamas.Paviršiaus krūvio tankis

$$\sigma_0 = \frac{Q_0}{4\pi R^2}, \sigma_0 = 1{,}33.10^{-9} C/m^2.$$

2) Taikydami kuloninio lauko formulę laukui 100 m aukštyje gauname

$$Q=4\pi\varepsilon_0 r_1^2 E.$$

Imdami $r_1 \approx R$, apskaičiuojame Q. Tada h = 100 m storio atmosferos sluoksnio krūvis

$$Q' = |Q - Q_0|,$$

o vidutinis krūvio tankis tame sluoksnyje

$$q=Q'/V',$$

kur atmosferos sluoksnio tūris V gali būti išreikštas taip:

$$V=4\pi R^2 h.$$

Tada

$$q = \frac{|Q-Q_0|}{4\pi R^2 h} = \frac{\varepsilon_0 |E-E_0|}{h}, q = 4{,}43.10^{-12} C/m^3.$$

q yra neigiamas, nes lauko stiprumas, kylant aukštyn, absoliučia verte mažėja.

3) Nagrinėjame ploną storio dh atmosferos sluoksnelį prie Žemės paviršiaus. Per laiką $dt=dh/v$ teigiamieji krūvininkai iš to sluoksnelio patenka ant Žemės paviršiaus. Todėl Žemės krūvis pakinta dydžiu

$$dQ=-en_+ 4\pi R^2 dh = -en_+ 4\pi R^2 v\, dt.$$

Kadangi

$$v = kE = \frac{kQ}{4\pi\varepsilon_0 R^2}, dQ = -\frac{en_+ \text{èÉ}}{\varepsilon_0} dt, \frac{dQ}{Q} = -\frac{en_+ k}{\varepsilon_0} dt.$$

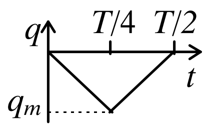
Gautą lygybę integruojame ir parenkame integravimo konstantą taip, kad kai t=0, būtų $Q=Q_0$.Tada

$$Q = Q_0 e^{-\frac{en_+ k}{\varepsilon_0} t}.$$

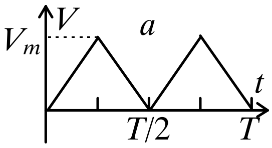
Ieškomasis laikas t_1, reikalingas neutralizuoti pusei Žemės paviršiaus krūvio, randamas iš lygties

$$\frac{Q_0}{2} = Q_0 e^{-\frac{en_+ k}{\varepsilon_0} t_1}, t_1 = \frac{\varepsilon_0 \ln 2}{en_+ k}, t_1 = 426 s = 7{,}09\, min.$$

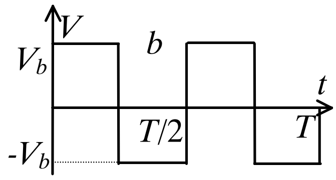
4) Sukantis diskui kvadrantai palaipsniui patenka į Žemės elektrinį lauką, ir jų viršutinėje pusėje indukuojamas neigiamas krūvis. Kadangi plotas pradžioje didėja proporcingai posūkio kampui, krūvio dydis taip pat proporcingai didėja, t.y. nuo laiko priklauso tiesiškai. Kai išpjovos diske savo padėtimi sutampa su kvadrantais, gaunamos maksimalus krūvis q_m. Toliau sukantis diskui kvadrantai palaipsniui ekranuojami ir krūvis pagal tokį pat dėsningumą mažėja. Ieškomoji priklausomybė pateikta grafike.



5) Kai $T_a << CR$, t.y., kai tarp kvadrantų ir Žemės įjungiama didelė varža ir didelės talpos kondensatorius, kvadrantuose indukuojantis krūviui q priešingo ženklo krūvis kaupiasi kondensatoriuje, o per varžą srovė beveik neteka. Todėl krūvis kondensatoriuje, o tuo pačiu - ir įtampa jo gnybtuose, per laiką $T_0/4$ tiesiškai didėja nuo 0 iki $V_m=q_m/C$. Toliau sukantis diskui V tiesiškai mažėja iki 0. Kito pusperiodžio metu procesas kartojasi. Gauname diagramą *a*.



Kai $T_b >> CR$, t.y., kai įjungiama maža varža ir mažos talpos kondensatorius, kvadrantuose kaupiantis krūviui q priešingo ženklo krūvis nuteka į Žemę. Todėl varža teka srovė $I = dq/dt$, ir varžos gnybtuose gauname įtampą $V_b = R\,dq/dt$. Kadangi $dq/dt = q_m/(T/4)$, įtampa yra pastovi ketvirtį periodo ir lygi $V=4q_mR/T_b$. Kitą periodo ketvirtį krūvis kvadrantuose mažėja, srovė teka priešinga kryptimi, todėl gauname $V'_b = -V_b$.. Antrą pusę periodo procesas kartojasi. Gauname diagramą *b*. Santykis



$$\frac{V_m}{V_b} = \frac{q_m T_b}{C.4q_m R} = \frac{T_b}{4CR}.$$

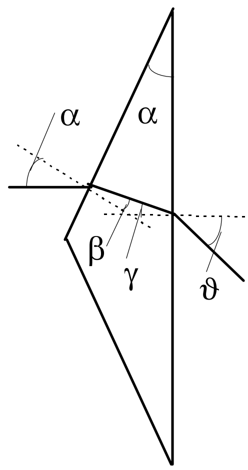
6) Kai ν=50 aps./s $T = 1/\nu = 0{,}02$ s. $RC = 20.10^6.0{,}01.10^{-6} = 0{,}2$ s. Galime laikyti, kad $RC>>T$, t.y., patenkinama 5 uždavinio sąlyga *a*. Tada $V_m=q_m/C$. Krūvį q_m randame pasinaudoję tuo, kad paviršinio krūvio tankis kvadrante yra lygus Žemės paviršiaus krūvio tankiui. Todėl $q_m=\sigma_0 S$, kur kvadrantų paviršiaus plotas

$$S = \pi\left(r_2^2 - r_1^2\right)/\,2,$$

$$U_m = \pi\sigma_0\left(r_2^2 - r_1^2\right)\big/2C = \pi\varepsilon_0 E_0\left(r_2^2 - r_1^2\right)/\,2C; U_m = 0{,}001V.$$

2 užduotis.

1) Pasinaudojame lūžio rodiklio apibrėžimu. Iš brėžinio matome, kad $\sin\alpha/\sin\beta=n$, $\sin\vartheta/\sin\gamma=n$, $\gamma=\alpha-\beta$. Tada $\vartheta=\arcsin(n\ \sin\gamma)=\arcsin(n\ \sin(\alpha-\arcsin((\sin\alpha)/n)))$.



2) Jėgos impulsas, kuriuo šviesos pluoštas paveikia prizmę, yra lygus pluošto judesio kiekio pokyčiui. Vieno fotono judesio kiekis $p=h\nu/c$ prieš sąveiką su prizme ir po sąveikos absoliučia verte nepakinta, pakinta tik jo kryptis, fotonas nukrypsta kampu ϑ. Todėl vieno fotono judesio kiekio pokyčio komponentės $\Delta p_x = p(1-\cos\vartheta)$, $\Delta p_y = p\sin\vartheta$. Kai į paviršių per laiką Δt krinta N fotonų,paviršių veikiančios jėgos komponentės

$$F_x = N\Delta p_x\,/\,\Delta t = Np\left(1-\cos\vartheta\right)/\,\Delta t, F_y = Np\sin\vartheta\,/\,\Delta t.$$

Kadangi per sekundę į ploto vienetą krintančios šviesos energija (intensyvumas) I, fotonų skaičius, tenkantis ploto vienetui, $n=I/h\nu$.Tada

$$\frac{np}{\Delta t} = \frac{I}{h\nu}.\frac{h\nu}{c} = \frac{I}{c}.$$

Šviesos intensyvumas nepastovus, todėl jėgai F gauti turime imti vidutinį intensyvumą ir dauginti iš krintančios šviesos pluoštelio skerspjūvio ploto:

$$F_x = \frac{\bar{I}S}{c}\left(1-\cos\vartheta\right); F_y = \frac{\bar{I}S}{c}\sin\vartheta.$$

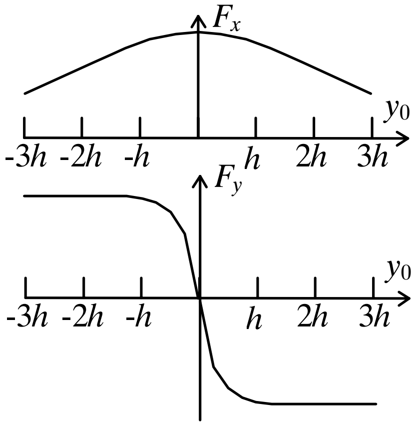
Šviesa, krintanti į viršutinę ir apatinę prizmės dalis, atlinksta skirtingai: $\vartheta_v=-\vartheta_a$. Prizmę veikiančios jėgos x komponentę gauname imdami apatinę ir viršutinę dalis veikiančių jėgų x komponenčių sumą, o y komponentę - imdami skirtumą. Kadangi šviesos intensyvumas viršutinėje ir apatinėje pluoštelio dalyse tiesiškai priklauso nuo atstumo iki x ašies, tai intensyvumo, tenkančio atitinkamai prizmės paviršiaus daliai, vidutinė vertė yra lygi intensyvumui šviesos, krintančios į tos paviršiaus dalies vidurį. Kai $3h \geq y_0 \geq h$,

$$F_x = \frac{I_0 2hw}{c}\left(1-\frac{y_0}{4h}\right)\left(1-\cos\vartheta\right) = \frac{I_0 w}{2c}\left(4h-y_0\right)\left(1-\cos\vartheta\right); F_y = \frac{I_0 w}{2c}\sin\vartheta.$$

Kai $h \geq y_0 \geq 0$,

$$F_x = \frac{I_0 w}{4ch}\left(7h^2 - y_0^2\right)\left(1 - cos\vartheta\right); F_y = \frac{I_0 w y_0\left(2h - y_0\right)}{4ch} sin\vartheta.$$

Kai y_0 imamas priešinga kryptimi, jėga F nustatoma analogiškai. F_x visada nukreipta šviesos sklidimo kryptimi, o F_y - link x ašies., t.y., priešinga y_0 krypčiai. F_x ir F_y pavaizduojame grafiškai, pateikdami jėgą santykiniais vienetais. F_x maksimali vertė yra $7I_0hw(1\text{-}cos\vartheta)/4c$, o Fy maksimalią (pastoviąją) vertę $I_0hw\ sin\vartheta/4c$.



3) Kadangi $h > y_0 = h/2$, panaudojame ankstesnėje užduotyje gautą F_y išraišką, imdami $F_y = mg$, kur $m = \rho V$. Prizmės tūrį išreiškiame per jos parametrus: $V = wh^2$ tgα. Tada gauname:

$$\rho g w h^2 tg\alpha = \frac{I_0 w \frac{h}{2}\left(2h - \frac{h}{2}\right) sin\vartheta}{4ch}; I_0 = \frac{16\rho g c w h^2 tg\alpha}{3 sin\vartheta}.$$

Esamam intensyvumo pasiskirstymui $I_{vid} = I_0/2$, ir visa lazerio galia

$$P = I_{vid}.8h.w = \frac{64\rho g c w h^2 tg\alpha}{3 sin\vartheta}; P = 33{,}5W.$$

Per prizmę praeina ne visas pluoštelis, o tik jo dalis. Atsižvelgdami į prizmės padėtį ir intensyvumo pasiskirstymą pluoštelyje gauname per prizmę praeinančios šviesos galią:

$$P_1 = I_0\left(1 - \frac{h}{4.4h}\right)w\frac{h}{2} + I_0\left(1 - \frac{3h}{2.4h}\right)w\frac{3h}{2} = \frac{27 I_0 wh}{32} = \frac{9\rho g c w h^2 tg\alpha}{2 sin\vartheta}; P_1 = 7{,}06W.$$

4) Kai $y_0 = h/20$, antrojoje užduotyje pateiktoje F_y išraiškoje $(2h\text{-}y_0) \cong 2h$, ir jėga gaunama

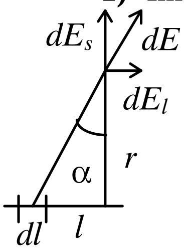
$$F_y = \frac{I_0 w sin\vartheta}{2c} y_0 = k y_0.$$

Kadangi F_y nukreipta priešinga atsilenkimui kryptimi, gauname svyravimus, kurių periodas

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{2cm}{I_0 w sin\vartheta}} = 2\pi\sqrt{\frac{2c\rho h^2 tg\alpha}{I_0\ sin\vartheta}}; T = 0{,}0112s.$$

3 užduotis.

1) Imame tašką atstumu r nuo vielos ašies. Elemente dl esantis krūvis qdl sukuria nagrinėjamame taške lauką dE, kurio stiprio absoliuti vertė



$$dE = \frac{qdl}{4\pi\varepsilon_0\left(r^2 + l^2\right)}.$$

Sudėjus visų elementų dl sukuriamus laukus dE lygiagrečiųjų vielai komponenčių suma lygi 0. Todėl laukas E yra statmenas vielai. Kairėje ir dešinėje nuo taško esančios vielos dalys sukuria vienodus laukus. Todėl

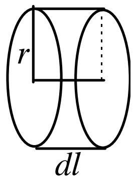
$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} dE' = 2\int_0^{+\infty} dE' = 2\int_0^{+\infty} cos\alpha dE = 2\int_0^{\infty} \frac{q\,cos\alpha dl}{4\pi\varepsilon_0\left(r^2 + l^2\right)} = \frac{qr}{2\pi\varepsilon_0}\int_0^{\infty}\frac{dl}{\left(r^2 + l^2\right)^{3/2}}.$$

Integralą skaičiuojame, pakeisdami integravimo kintamąjį

$$\sqrt{r^2 + l^2} + l = x; r^2 + l^2 = x^2 - 2lx + l^2; l = \left(x^2 - r^2\right)/2x; x\big|_{l=0} = r; x\big|_{l=\infty} = \infty;$$

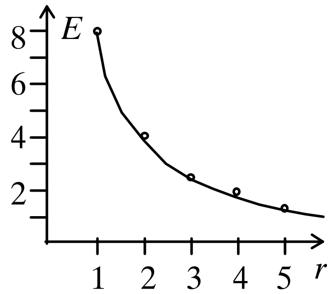
$$\sqrt{r^2 + l^2} = x - \frac{x^2 - r^2}{2x} = \frac{x^2 + r^2}{2x}; dl = \frac{x^2 + r^2}{2x^2}dx;$$

$$E = \frac{qr}{2\pi\varepsilon_0}\int_r^{\infty}\frac{\left(x^2 + r^2\right)\left(2x\right)^3}{2x^2\left(x^2 + r^2\right)^3}dx = \frac{qr}{2\pi\varepsilon_0}\int_r^{\infty}\frac{4xdx}{\left(x^2 + r^2\right)^2} = \frac{qr}{2\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{2}{x^2 + r^2}\right)\Bigg|_r^{\infty} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r}.$$



Formulė gaunama ir panaudojant Gauso teoremą. Imame elementą dl supantį cilindrą spindulio r. Kadangi E statmenas vielai, lauko srautas pro cilindro galus lygus 0. Tada

$$\frac{qdl}{\varepsilon_0} = 2\pi rEdl, E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r}.$$



Kai $r<r_0$, t.y., vielos viduje elektrinio lauko stipris yra lygus 0. Sudarome E priklausomybės nuo r lentelę ir brėžiame grafiką.

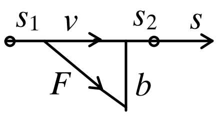
r, μm	1	2	3	4	5
E, V/m.10^4	8,0	4,0	2,6	2,0	1,6

2) Pagreitintas elektronas įgyja kinetinę energiją E=2·10^4 eV=3,2·10^{-15} J, jo pradinis greitis $v_0 = \sqrt{2E_0/m} = 8{,}38.10^7$ m/s. Vielos elektriniame lauke keičiantis elektrono atstumui iki vielos kinta ir jo potencinė energija. Energijos pokytis ΔE_p išreiškiamas formule

$$\Delta E_p = \int_{r_1}^{r_2} eEdr = \frac{eq}{2\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = \frac{eq}{2\pi\varepsilon_0} ln\frac{r_2}{r_1},$$

kur r_1 ir r_2 - pradinis ir galutinis elektrono atstumai iki vielos. Jei laikysime, kad pradžioje elektronas yra toli nuo vielos, jo atstumas yra r_1=L=0,3 m, o r_2 = 10^{-6} m - vielos spindulys, t.y., mažiausias galimas atstumas, gauname ΔE = 1,6.10^{-18} J.Kaip matome, ΔE_p<< E_0, ir elektrono greičio absoliuti vertė gali būti laikoma pastovia. Elektrono judėjimo kryptį keičia statmena greičiui jėgos komponentė. Kadangi nukrypimo kampas ϑ yra mažas, galime laikyti, kad v yra beveik lygiagretus v_0. Tada

$$F_\perp = eE_\perp = \frac{eq}{2\pi\varepsilon_0\sqrt{b^2+s^2}}\cdot\frac{b}{\sqrt{b^2+s^2}} = \frac{eqb}{2\pi\varepsilon_0\left(b^2+s^2\right)}.$$



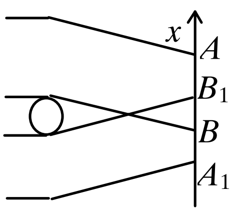
Mažas nuokrypio kampas ϑ gaunamas iš išraiškos ϑ=Δp/p_0, kur Δp - jėgos $F_\perp$ sukeltas judesio kiekio pokytis,

$$\Delta p = \int_{S_1}^{S_2} F_\perp dt.$$

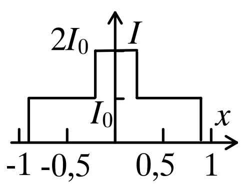
Įrašydami $F_\perp$ išraišką ir imdami dt=ds/v_0, integralą galime apskaičiuoti. Kadangi F greitai mažėja didėjant s, galime ribas imti begalinėmis: S_1=-∞, S_2=∞.Bet o, integruojamoji funkcija simetriška taško s=0 atžvilgiu, todėl galime integruoti ribose nuo 0 iki ∞ ir gautą vertę dauginti iš 2. Tada

$$\Delta p = 2\int\frac{eqb}{2\pi\varepsilon_0\left(b^2+s^2\right)}\frac{ds}{v_0} = \frac{eqb}{\pi\varepsilon_0 v_0}\cdot\frac{1}{b}\int\frac{d(s/b)}{1+(s/b)^2} = \frac{eq}{\pi\varepsilon_0 v_0} arctg\left(\frac{s}{b}\right)\Big|_0^\infty = \frac{eq}{\pi\varepsilon_0 v_0}\cdot\frac{\pi}{2} = \frac{eq}{2\varepsilon_0 v_0},$$

$$\vartheta = \frac{eq}{2\varepsilon_0 v_0 p_0} = \frac{eqm}{2\varepsilon_0 p_0^2} = \frac{eqm}{2\varepsilon_0 2mE_0} = \frac{eq}{4\varepsilon_0 eV_0} = \frac{q}{4\varepsilon_0 V_0}; \vartheta = 6{,}21.10^{-5} rad.$$



3) Antroje užduotyje apskaičiuotas ϑ nepriklauso nuo b. Todėl viela pradinį pluoštelį padalina į du, viršutinį ir apatinį, kurie vielos nukreipiami kampu ϑ priešingomis kryptimis: viršutinis į apačią, apatinis į viršų. Kadangi F labai greitai mažėja didėjant s laikome, kad pluoštelis pakeičia kryptį plokštumoje, lygiagrečioje ekranui ir einančioje per vielos ašį. Gauname paveiksle parodytą vaizdą: į sritį AB_1 patenka tik viršutinis pluoštelis, todėl ten intensyvumas lygus I_0, į sritį BB_1 patenka abu pluošteliai, ten intensyvumas $2I_0$, BA_1 srityje intensyvumas I_0. Sričių matmenys tokie:



$$AB_1 = BA_1 = \left(b_{max} - L\vartheta\right) - \left(L\vartheta - r_0\right) = b_{max} + r_0 - 2L\vartheta; AB_1 = 6{,}37.10^{-5} m;$$

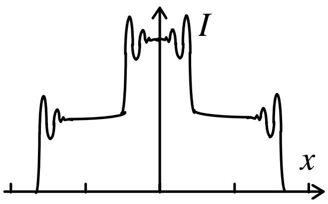
$$BB_1 = 2\left(L\vartheta - r_0\right); BB_1 = 3{,}53.10^{-5} m.$$

Gautas rezultatas pateiktas diagramoje.

4) Dėl kvantinės mechanikos vaizdinių judančiam elektronui priskiriama de Broilio banga, kurios ilgis

$\lambda = 1{,}225.10^{-9} / \sqrt{v_0}\,; \lambda = 8{,}66.10^{-12}\, m.$

Kaip matome, λ žymiai mažesnis už vielos storį ir pluoštelio matmenis. Todėl galime laikyti, kad elektronai, pereinantieji šalia vielos, diafraguos kaip esant didelės kliūties kraštui. Be to, apribojant pradinio pluoštelio matmenis, taip pat turėtų būti panaudota diafragma, ir nuo jos kraštų elektronai taip pat diafraguos. Todėl vietoj klasikinės mechanikos numatyto vaizdo su griežtomis ribomis gaunamas vaizdas su neryškiai kraštais. Paveiksle parodyti maksimumai ir minimumai ne tikru masteliu, jų plotis $\Delta x \cong \sqrt{\lambda L}$ =1,6.10^-10^ m, jie yra žymiai siauresni.. Kraštinių maksimumų matmenų nurodyti negalime, nes nežinomas atstumas iki elektronų pluoštelio matmenis ribojančios diagramos. Tikslus difrakcinis vaizdas galėtų būti gautas panaudojant Korniu spiralę. O pilnas kvantmechaninis elektronų judėjimo aprašymas būtų gautas išsprendus Šrėdingerio lygtį.



Eksperimentinės užduotys

1 užduotis.

1 metodas.

Į indą įpilame skysto azoto, statome jį ant svarstyklių ir gauname azoto masės priklausomybę nuo laiko $M=kt+M_1$. Tada įleidžiame aliuminio gabaliuką ir vėl gauname azoto masės priklausomybę nuo laiko:$M_1=kt+M_2$. Panaudojame šilumos balanso lygtį

$$L\left(M_1 - M_2\right) = m\int_{T_1}^{T_2} cdT.$$

Aliuminio gabaliuką pasveriame, gauname jo masę m.

Integralo vertę - plotą figūros, apribotos aliuminio specifinės šilumos priklausomybės nuo temperatūros kreive, tiesėmis T_1=77 K, T_2=293 K ir T ašimi - apskaičiuojame iš diagramos. Tada

$$L = m\int_{T_1}^{T_2} cdT \,/\left(M_1 - M_2\right).$$

2 metodas.

Indą su skystu azotu ir įleistu rezistoriumi statome ant svarstyklių ir gauname azoto masės priklausomybę nuo laiko $M=kt+M_1$. Tada prijungiame srovės šaltinį ir nuo t_1 iki t_2 leidžiame elektros srovę. Tada vėl gauname azoto masės priklausomybę nuo laiko išjungus srovę $M_1=kt+M_2$. Panaudojame šilumos balanso lygtį:

$$L(M_1 - M_2) = P(t_2 - t_1),$$

kur $P = IU = I^2R = U^2/R$ yra elektros srovės išskiriama galia. Tada

$$L = P(t_2 - t_1)/(M_1 - M_2).$$

Bandymus kartojame kelis kartus, įvertiname paklaidas.

2 užduotis.

<u>1 dalis.</u>

1 metodas.

Laisvai pakabintą magnetą veikia Žemės magnetinis laukas, kurio horizontaliąją komponentę pažymime B_h . Laisvai pakabinto magneto X svyravimo periodas

$$T_x = 2\pi\sqrt{I_x / \mu_x B_h}\,.$$

Laisvai pakabiname magnetą A, padedame po juo varinę plokštelę, slopinančią svyravimus ir artiname prie jo magnetą X taip, kad μ_x sukurtas laukas būtų priešingos krypties negu Žemės magnetinis laukas. Esant tam tikram atstumui $R=R_0$ magneto X laukas B_x tampa lygus B_h , magnetas A apsisuka apie vertikalią ašį. Tada $B_b = 2K\mu_x / R_0^3$.

Įrašę B_h išraišką į T_x, apskaičiuojame μ_x:

2 metodas.

Apskaičiuojame laisvai pakabinto magneto X svyravimų periodą

$$T_x = 2\pi\sqrt{I_x / \mu_x B_h}$$

ir laisvai pakabinto magneto A svyravimų periodą.

$$T_A = 2\pi\sqrt{I_A / \mu_A B_h}.$$

Tada prie laisvai pakabinto magneto A priartiname atstumu $R>R_0$ magnetą X. Kai B_x yra tos pačios krypties, kaip ir B_h, magneto A svyravimų periodas sumažėja, gauname

$$T_R = 2\pi\sqrt{I_A / \mu_A\left(B_h + 2K\mu_x / R^3\right)}.$$

Iš pateiktų lygčių išreiškiame

$$\mu_x = \frac{2\pi}{T_x}\sqrt{\frac{I_x R^3}{2K}\left(\left(\frac{T_A}{T_R}\right)^2 - 1\right)}.$$

Jei magnetą X prie magneto A artinsime kitu poliumi, t.y. B_x bus priešingos krypties, negu B_h , gausime

$$\mu_x = \frac{2\pi}{T_x}\sqrt{\frac{I_x R^3}{2K}\left(1 - \left(\frac{T_A}{T_R}\right)^2\right)}.$$

Imdami skirtingus atstumus R ir skirtingas magnetų orientacijas, nustatome periodus, apskaičiuojame μ_x ir įvertiname paklaidas.

<u>2 dalis.</u>

1 metodas.

Po laisvai pakabintu magnetu A padedame varinę plokštelę. Tam tikru atstumu x pastatome iš šono magnetą B. Magnetas A pasisuks iš pradinės padėties. Tada iš tos pačios pusės artiname magnetą X taip parinkdami jo orientaciją ir atstumą R, kad magnetas A grįžtų į ankstesnę padėtį. Tokiu atveju

$$B_B(x) = B_x(R) = 2K\mu_x / R^3.$$

Imdami skirtingus atstumus x, gauname B_B priklausomybę nuo atstumo. Šis metodas tinka mažiems atstumams x.

2 metodas.

Prie laisvai pakabinto magneto X vieno galo priartinamas atstumu x magnetas B ir gaunamas magneto X svyravimų periodas T_1. Po to tokiu pat atstumu tuo pačiu galu magnetas B priartinamas prie kito magneto X galo ir gaunamas periodas T_2 . Tada

$$B_B(x) = \frac{2\pi^2 I_x}{\mu_x}\left(\frac{1}{T_1^2} - \frac{1}{T_2^2}\right).$$

Imama keletas skirtingų x. Metodas tinkamas vidutiniams atstumams.

3 metodas.

Šone nuo laisvai pakabinto magneto X statomas magnetas A taip, kad jo sukurtas laukas iš dalies kompensuotų Žemės magnetinį lauką. Magnetas B naudojamas kaip ir metode 2. Taip matuodami gauname B vertę esant dideliems atstumams x.

Toliau skaičiuojame laipsnio rodiklį B priklausomybės nuo x išraiškoje. Kadangi

$$B = C / x^p, lg\,B = lg\,C - p\,lg\,x.$$

Matome, kad B ir x pateikiant logaritminėje skalėje priklausomybė yra tiesinė, ir p yra tiesės krypties koeficientas. Apskaičiuojame rezultatus ir įvertiname paklaidas.